

**АЛГОРИТМ АДАПТИВНОГО МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНОГО  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОБНАРУЖЕННЯ ТРАЕКТОРИИ ЦЕЛИ С  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕШАЮЩИХ СТАТИСТИК ОТМЕТОК И  
ОТБРАСЫВАНИЕМ НЕУДАЧНЫХ ГИПОТЕЗ<sup>1</sup>**

*Неуймин А. С.<sup>1</sup>; Мешков С. И.<sup>2</sup>; Жук С. Я.<sup>1</sup>, д.т.н., профессор*

*<sup>1</sup>Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина,  
dragon\_sasha@meta.ua*

*<sup>2</sup>Военно-дипломатическая академия имени Евгения Березняка,  
г. Киев, Украина*

**AN ADAPTIVE MULTIALTERNATIVE SEQUENTIAL TARGET TRACK  
DETECTION ALGORITHM USING THE DECISION STATISTICS OF PLOTS AND  
DISCARDING THE FAILED HYPOTHESES**

*Neuimin O. S.<sup>1</sup>; Mieshkov S. I.<sup>2</sup>; Zhuk S. Ya.<sup>1</sup>, Doctor of Engineering, Professor  
<sup>1</sup>National Technical University of Ukraine “Kiev Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine,  
<sup>2</sup>Eugene Bereznyak Military-Diplomatic Academy, Kyiv, Ukraine*

**Введение**

Широкое распространение для оптимального обнаружения траектории цели находит последовательный критерий Вальда [1, 2]. Методы на его основе позволяют получить существенный выигрыш во времени при заданных требованиях к вероятностям принимаемых решений по сравнению с оптимальным методом принятия решения при фиксированном числе обзоров по критерию Неймана-Пирсона. В [2] на основе критерия Вальда получены алгоритмы последовательного обнаружения траектории цели с использованием решающих статистик (РС) отметок в стробе сопровождения. В данных алгоритмах полагается, что отношение сигнал/шум (ОСШ) известно. Такое предположение часто не выполняется на практике, поскольку класс обнаруживаемой цели часто является неизвестным. При этом эффективная площадь рассеивания (ЭПР) различных классов целей может различаться на порядок. Поэтому важное значение имеет разработка адаптивного алгоритма обнаружения траектории цели, имеющего возможность наряду с решением главной задачи обнаружения траектории цели, выполнить и оценивание ОСШ, что позволит также распознавать класс воздушной цели по величине ЭПР.

Особенностью рассматриваемой задачи является сложный нелинейный характер зависимости между измерением и неизвестным параметром, а

---

<sup>1</sup> Электронный вариант статті: <http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1053>

также незначительное число наблюдений. Поэтому для синтеза адаптивных алгоритмов целесообразно применить подход, при котором область возможных значений ОСШ дискретизируется, что эквивалентно выдвижению гипотез относительно его значений [3].

В [4, 5] на основе последовательного критерия простого дополнения получено решение задачи многоальтернативной проверки статистических гипотез с использованием верхних и нижних порогов, которые определяются на основе заданных условных вероятностей распознавания и априорных вероятностей гипотез. Использование нижних порогов позволяет реализовать процедуру отбрасывания неудачных гипотез.

В работе на основе последовательного критерия простого дополнения разработан алгоритм адаптивного многоальтернативного последовательного обнаружения траектории цели с использованием РС отметок и отбрасыванием неудачных гипотез. В данном алгоритме оценивается неизвестное ОСШ, что позволяет распознавать класс воздушной цели по величине ЭПР.

### **Постановка задачи**

В оптимальном приемнике первичной обработки сигналов на каждом обзоре выполняется обнаружение цели путем сравнения РС в элементах разрешения с входным порогом  $H_{\text{вх}}$ , выбор которого проводится в соответствии с требуемой вероятностью ложной тревоги  $F_{\text{вх}}$ , а также измерение ее координат. В случае обнаружения формируется отметка, а также сохраняется значение полученной РС.

На каждом обзоре по всем отметкам, не попавшим в стробы сопровождения, завязываются траектории. В дальнейшем для выделения траектории цели используется алгоритм сопровождения, с помощью которых выполняется экстраполяция координат цели, стробирование и идентификация отметок [2]. В общем случае в стробе сопровождения на  $k$ -м обзоре содержится  $M_k$  отметок с РС  $z_k^m, m = \overline{1, M_k}$ , которые объединяются в вектор  $\mathbf{Z}_k$ .

В результате дискретизации области возможных значений ОСШ будем полагать, что ОСШ принимает  $L$  значений  $q_l, l = \overline{1, L}$ . При этом имеют место  $L+1$  простые гипотезы:  $H_0$  — об отсутствии траектории цели и  $H_l, l = \overline{1, L}$  — о наличии траектории цели с ОСШ  $q_l, l = \overline{1, L}$ .

Функции правдоподобия (ФП)  $f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_l)$  простых гипотез  $H_l, l = \overline{1, L}$  при наличии цели определяются, как и в двухальтернативной задаче [2]. При этом необходимо рассмотреть два случая:  $M_k \neq 0$  — в стробе находятся отметки,  $M_k = 0$  — в стробе отметок нет. ФП

$f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_l)$  при  $M_k \neq 0$  определяется выражением

$$f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_l) = P_{M_k} (1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}) \prod_{m=1}^{M_k} f_N^y(z_k^m) + \\ + \sum_{m=1}^{M_k} P_{M_k-1} \frac{D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}}{M_k} f_S^y(z_k^m) \prod_{j=1, j \neq m}^{M_k} f_N^y(z_k^j), \quad l = \overline{1, L},$$

где  $D_{\text{вх}}$  — вероятность превышения РС целевой отметки входного порога  $H_{\text{вх}}$ ;  $P_{\text{стр}}$  — вероятность попадания отметки цели в строб;  $P_{M_k}$  — вероятность появления  $M_k$  ложных отметок на  $k$ -м шаге в стробе размером  $V_{\text{стр}}$ , которая определяется по закону Пуассона;  $f_S^y(z_k^m)$ ,  $f_N^y(z_k^m)$  — усеченные законы распределения РС, превысивших входной порог  $H_{\text{вх}}$ , при условии, что отметка является целевой и ложной соответственно.

Для гипотезы  $H_0$  ФП  $f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_0)$  определяется по формуле

$$f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_0) = P_{M_k} \prod_{m=1}^{M_k} f_N^y(z_k^m).$$

Случай отсутствия в стробе сопровождения отметок является вырожденным и известно лишь, что  $M_k = 0$ . При этом ФП  $f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_l), l = \overline{0, L}$  имеет вид

$$f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_l) = P(M_k = 0 | H_l) = \begin{cases} (1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}) P_0, & l = \overline{1, L}, \\ P_0, & l = 0. \end{cases}$$

где  $P_0$  — вероятность отсутствия в стробе ложных отметок.

В соответствии с постановкой задачи многоальтернативной проверки гипотез [4, 5] необходимо при условных вероятностях ошибочного распознавания гипотез и вероятностях правильного распознавания, не ниже заданных, получить последовательное решающее правило, которое позволит по наблюдениям  $\mathbf{Z}_k, M_k, k = 1, 2, 3, \dots$  принять одно из решений  $\hat{H}_i, i = \overline{0, L}$ .

### **Разработка алгоритма адаптивного многоальтернативного последовательного обнаружения траектории цели**

В соответствии с последовательным критерием простого дополнения, задача многоальтернативного распознавания  $L+1$  простых гипотез сводится к  $L+1$  двухальтернативным задачам проверки простой  $H_l$  гипотезы против сложной альтернативы  $\Theta_l$ . Сложная гипотеза  $\Theta_l$  является объединени-

ем простых гипотез  $H_i, i = \overline{0, L}, i \neq l, \Theta_l = \bigcup_{i=0, i \neq l}^L H_i$ . Геометрическая интерпретация сложной гипотезы представлена на рис. 1.

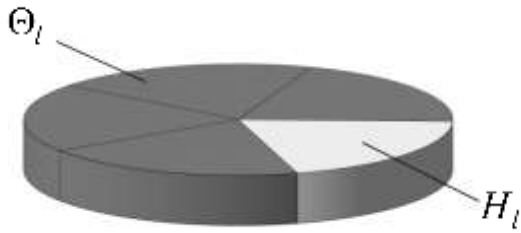


Рис. 1.

Для решения  $L+1$  двухальтернативных задач распознавания на каждом  $k$ -м обзоре определяются  $L+1$  отношений правдоподобия (ОП)

$$\Lambda_l(k) = \frac{f(\mathbf{Z}^k, M^k | H_l)}{f(\mathbf{Z}^k, M^k | \Theta_l)}, \quad l = \overline{0, L},$$

где  $f(\mathbf{Z}^k, M^k | H_l)$  — ФП простой гипотезы  $H_l$ , которая определяется с помощью выражения

$$f(\mathbf{Z}^k, M^k | H_l) = f(\mathbf{Z}_k, M_k | H_l) f(\mathbf{Z}^{k-1}, M^{k-1} | H_l),$$

$f(\mathbf{Z}^k, M^k | \Theta_l)$  — ФП сложной гипотезы  $\Theta_l$ ;  $\mathbf{Z}^k$  — набор измерений, полученных вплоть до  $k$ -го обзора.

В соответствии с [4] ФП  $f(\mathbf{Z}^k, M^k | \Theta_l)$  можно представить в виде

$$f(\mathbf{Z}^k, M^k | \Theta_l) = \frac{\sum_{i=1, i \neq l}^L f(\mathbf{Z}^k, M^k | H_i) p_i}{\sum_{i=1, i \neq l}^L p_i} = \sum_{i=1, i \neq l}^L \gamma_{i|l} f(\mathbf{Z}^k, M^k | H_i),$$

где  $\gamma_{i|l}, i = \overline{1, L}, i \neq l$  — условная вероятность гипотезы  $H_l$  при условии, что имеет место сложная альтернатива  $\Theta_l$ , которая определяется по формуле

$$\gamma_{i|l} = p_i / \sum_{i=1, i \neq l}^L p_i.$$

Для принятия решения ОП  $\Lambda_l(k)$  сравниваются с нижними порогами  $B_l, l = \overline{0, L}$  [4]

$$\Lambda_l(k) = \frac{f(\mathbf{Z}^k, M^k | H_l)}{f(\mathbf{Z}^k, M^k | \Theta_l)} \leq B_l, \quad l = \overline{0, L}. \quad (1)$$

При выполнении условия (1) при  $l = j$  принимается решение в пользу сложной гипотезы  $\Theta_j$ , которое эквивалентно решению об отклонении простой гипотезы  $H_j$ . Таким образом, решение в пользу простой гипотезы  $H_i$  может быть принято после того, как отклоняются остальные  $L$  простых

гіпотез  $H_l, l = \overline{0, L}, l \neq i$ , для которых одночасно виконуються умови (1). Геометрична інтерпретація процедури прийняття рішення з відхиленням невдачних гіпотез представлена на рис. 2.

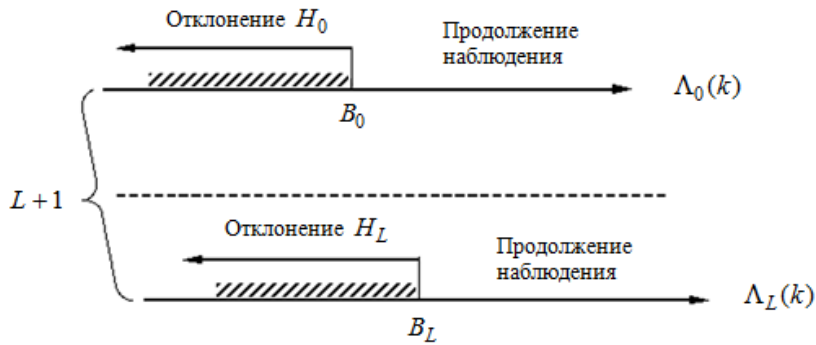


Рис. 2.

В [4, 5] показано, що нижні пороги  $B_l, l = \overline{0, L}$  визначаються по формуле:

$$B_l = \frac{1 - P(\hat{H}_l | H_l)}{1 - P(\hat{H}_l | \Theta_l)}. \quad (2)$$

де  $P(\hat{H}_l | \Theta_l)$  — ймовірність помилкового розпізнавання гіпотези  $H_l$  при умові, що має місце складна альтернатива  $\Theta_l$ , яка визначається по формулі

$$P(\hat{H}_l | \Theta_l) = \sum_{i=1, i \neq l}^L \gamma_{i|l} P(\hat{H}_l | H_i).$$

Возможность отклонения неудачных простых гипотез позволяет реализовать процедуру их отбрасывания.

Алгоритм многоальтернативного последовательного обнаружения траектории цели по нижним порогам с использованием решающих статистик отметок и отбрасыванием неудачных гипотез можно представить в следующем виде. После получения очередных данных на  $k$ -м обзоре, происходит вычисление и сравнение  $\Lambda_l(k)$  с нижними порогами  $B_l, l = \overline{0, L}$ .

$$\Lambda_l(k) = \frac{f(Z^k, M^k | H_l)}{\sum_{i=1, i \neq l}^L \gamma_{i|l} f(Z^k, M^k | H_i)} \leq B_l. \quad (3)$$

Если все  $\Lambda_l(k) > B_l, l = \overline{0, L}$ , то проводится следующий обзор. В случае если выполняется одно или несколько условий  $\Lambda_l(k) \leq B_l$ , производится отбрасывание соответствующих простых гипотез  $H_l$ . Если осталась одна

простая гипотеза  $H_l$ , то выполняется прекращение наблюдений и принимается решение в ее пользу. В качестве оценки ОСШ  $\hat{q}$  принимается значение соответствующее принятой гипотезе. На основе полученной оценки ОСШ, с использованием уравнения радиолокации, может быть определена ЭПР цели

$$\sigma = \frac{(4\pi)^3 R^4 k T L^2}{P_{\Pi} \tau G^2 \lambda^2} q,$$

что позволяет распознавать ее класс.

Если сохранилось  $1 < N < L$  простых гипотез  $H_l$ , проводится коррекция постановки задачи, которая включает следующие этапы:

1) Перенормировка априорных вероятностей оставшихся  $N$  гипотез

$$p'_j = p_j / \sum_{i=1}^N p_i.$$

2) Уточнение заданных условных вероятностей распознавания  $P_3(\hat{H}_i | H_l), i, l = \overline{0, N}$  для оставшихся гипотез. При этом условные вероятности правильного распознавания  $P_3(\hat{H}_l | H_l), l = \overline{0, N}$  задаются такие же, как и в исходной задаче, а условные вероятности ошибочного распознавания  $P_3(\hat{H}_i | H_l), i, l = \overline{0, N}, i \neq l$  определяются с использованием свойства нормировки условных вероятностей.

3) Вычисление на основе полученных  $p'_i, i = \overline{0, N}$  и  $P_3(\hat{H}_i | H_l), i, l = \overline{0, N}$  значений новых порогов  $B_l, l = \overline{0, N}$  по формуле (2) для следующего шага.

Применение полученного алгоритма позволяет сократить вычислительные затраты, поскольку необходимо рассчитывать ФП и выполнять проверку условия в соответствии с (3) только для оставшихся гипотез.

### **Анализ эффективности разработанного алгоритма**

Анализ эффективности разработанного алгоритма выполним на примере обнаружения траектории цели по данным обзорной РЛС, измеряющей дальность  $r_{и}$  и радиальную скорость  $\dot{r}_{и}$  цели. При отсутствии и при наличии цели нормированные РС  $\bar{z}_k^m$  подчиняются усеченным законам распределения  $f_N^y(\bar{z}_k^m)$  и  $f_S^y(\bar{z}_k^m)$  [1, 2], соответственно

$$f_N^y(\bar{z}_k^m) = \frac{1}{F_{\text{вх}}} \frac{1}{2} \exp\left\{-\frac{\bar{z}_k^m}{2}\right\}, \quad f_S^y(\bar{z}_k^m) = \frac{1}{D_{\text{вх}}} \frac{1}{2(1+q^2/2)} \exp\left\{-\frac{\bar{z}_k^m}{2(1+q^2/2)}\right\}.$$

Для выделения траектории цели применяется простейший алгоритм сопровождения [2], базирующийся на описании движения цели с помощью модели второго порядка. При отсутствии в стробе отметок для продолже-

ния сопровождения используются экстраполированные характеристики параметров движения цели на текущем обзоре. Для продолжения траектории выбирается отметка с максимальной РС в стробе сопровождения [2].

Темп поступления данных полагался  $T = 1$ с. Координаты ложных отметок в стробе имеют равномерный закон распределения. Вероятность ложной тревоги в элементе разрешения полагалась  $F_{\text{вх}} = 0.3$ , среднее число ложных отметок  $\overline{M}_{\text{л}} = 2$ . Вероятность попадания в стробы отметок цели  $P_{\text{стр}} = 0.994$ . СКО измерения РЛС устанавливались равными  $\sigma_r = 300$ м,  $\sigma_v = 10$ м/с. СКО шума возбуждения, характеризующего случайное ускорение цели, полагалось  $\sigma_a = 2$ м/с<sup>2</sup>.

Полагается, что ОСШ может принимать значения  $q_1 = 2.5$ ,  $q_2 = 7$ ,  $q_3 = 16$ . Таким образом,  $L = 3$  и имеет место четыре простые гипотезы  $H_l$ ,  $l = \overline{0,3}$ . Моделирование проводилось по  $10^4$  испытаниям.

Условные вероятности распознавания  $P_3(\hat{H}_l | H_i)$ ,  $i, l = \overline{0,3}$  заданы в виде матрицы

$$P_3 = \begin{pmatrix} 0.99 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ 0.0005 & 0.95 & 0 & 0 \\ 0.003 & 0 & 0.95 & 0 \\ 0.0065 & 0 & 0 & 0.95 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

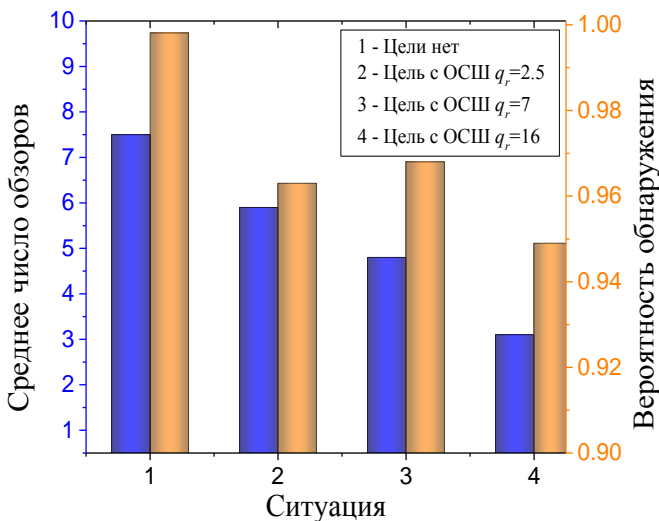


Рис. 3

На рис.3 представлены среднее число обзоров и вероятности правильного обнаружения ложной траектории и траектории цели с ОСШ  $q_r = 2.5$ ,  $q_r = 7$ ,  $q_r = 16$ , полученные разработанным алгоритмом адаптивного многоальтернативного обнаружения траектории цели. Как следует из рис.3 с увеличением ОСШ цели время обнаружения траектории цели уменьшается до трех периодов обзора. При этом алгоритм обеспечивает показатели распознавания гипотез не ниже заданных (4).

### Выводы

Разработанный алгоритм адаптивного многоальтернативного последо-

вального обнаружения траектории цели с использованием РС отметок и отбрасыванием неудачных гипотез, наряду с решением главной задачи обнаружения траектории цели, выполняет также оценивание ОСШ, что позволяет распознавать класс воздушной цели по ее ЭПР.

Отбрасывание неудачных гипотез позволяет сократить вычислительные затраты, поскольку необходимо рассчитывать ФП и выполнять проверку условия (3) только для оставшихся гипотез.

Для рассмотренного примера с увеличением ОСШ цели время обнаружения траектории цели уменьшается до трех периодов обзора. При этом алгоритм обеспечивает показатели распознавания гипотез не ниже заданных.

#### Перечень источников

1. Keuk V. Sequential track extraction / Van Keuk G. // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1998. — V.34. — № 4. — P. 1135-1148. doi:10.1109/7.722699
2. Неуймин А.С. Последовательное обнаружение траектории цели с использованием решающих статистик отметок / А.С. Неуймин, С.Я. Жук // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 2014.— № 6.— С. 35–46.  
<http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347014060041>
3. Стратонович Р.Л. Принципы адаптивного приема / Р.Л. Стратонович. — М. : Сов. радио, 1973. — 143 с.
4. Жук С. Я. Многоальтернативное последовательное решающее правило с отбрасыванием неудачных гипотез / С.Я. Жук, В.И. Ковалев // Проблемы управления и информатики.— 2000.— № 4.— С. 88-96.
5. Жук С. Я. Совместная фильтрация состояния и распознавание типа структуры динамической системы с отбрасыванием неудачных гипотез / С.Я. Жук, В.И. Ковалев // Известия вузов. Радиоэлектроника.— 2001.— № 7.— С.16-26.

#### References

1. Keuk V. Sequential track extraction / Van Keuk G. // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1998. — V.34. — № 4. — P. 1135-1148. doi:10.1109/7.722699
2. Neumin O. S., Zhuk S. Ya. Sequential detection of target trajectory using the decision statistics of pips. *Radioelectronics and Communications Systems*, 2014, vol. 57, no. 8, pp. 352-361. doi: 10.3103/S0735272714080032
3. Stratonovich R.L. Principy adaptivnogo priema [Adaptive receiving principles]. Moscow, Sov. radio Publ., 1973, 143 p.
4. Zhuk S.Ya., Kovalev V.I. The multiple-choice sequential decision rule with rejection of unfortunate hypotheses. *Journal of Automation and Information Sciences*, 2000, vol. 32, no. 10, pp. 52-58. DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v32.i10.70
5. Zhuk S.Ya., Kovalev V.I. State joint filtering and recognition of the structure type of a dynamic system with rejection of unsuccessful hypotheses *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Radioelektronika*, 2001, vol. 44, no. 7, pp. 16-26 (in Russian).

*Неуймін О. С., Мешков С. І., Жук С. Я. Алгоритм адаптивного багатоальтернативного послідовного виявлення траєкторії цілі з використанням вирішальних статистик відміток і відкиданням невдалих гіпотез. На основі послідовного критерію простого доповнення розроблений алгоритм адаптивного багатоальтернативного послідовного виявлення траєкторії цілі з використанням вирішальних статистик від-*



міток і відкиданням невдалих гіпотез. На основі отриманої оцінки ВСШ, може бути визначена ЕПР цілі, що дозволяє розпізнавати її клас. Аналіз отриманого алгоритму виконаний за допомогою статистичного моделювання на прикладі виявлення траєкторії цілі за даними оглядової РЛС, що вимірює дальність і радіальну швидкість цілі.

**Ключові слова:** виявлення траєкторії цілі, вирішальні статистики, невідоме ВСШ.

Неуймин А. С., Мешков С. И, Жук С. Я. **Алгоритм адаптивного многоальтернативного последовательного обнаружения траектории цели с использованием решающих статистик отметок и отбрасыванием неудачных гипотез.** На основе последовательного критерия простого дополнения разработан алгоритм адаптивного многоальтернативного последовательного обнаружения траектории цели с использованием решающих статистик отметок и отбрасыванием неудачных гипотез. На основе полученной оценки ОСШ, может быть определено ЭПР цели, что позволяет распознавать ее класс. Анализ полученного алгоритма выполнен с помощью статистического моделирования на примере обнаружения траектории цели по данным обзорной РЛС, измеряющей дальность и радиальную скорость цели.

**Ключевые слова:** обнаружение траектории цели, решающие статистики, неизвестное ОСШ.

Neuimin O. S., Mieshkov S. I, Zhuk S. Ya. **An adaptive multialternative sequential target track detection algorithm using the decision statistics of plots and discarding the failed hypotheses.**

*Introduction.* It is shown that the synthesis of an adaptive target track detection algorithm having the opportunity along with the decision of the main task to perform SNR estimation is of great practical importance.

*Problem statement.* In accordance with the problem statement of multialternative hypotheses testing it is necessary to obtain a sequential decision rule at conditional probability of erroneous recognition hypotheses and correct recognition probabilities, not less than specified that will allow for observation to take one of the hypotheses.

*Development of an multialternative sequential target track detection algorithm.* On the basis of the simple additions sequential test an adaptive multialternative sequential target track detection algorithm using the decision statistics of plots and discarding the failed hypotheses is developed.

*Effectiveness Analysis of Algorithm.* Analysis of the adaptive algorithm is carried out as an example of target trajectory detection due to surveillance radar which measures range and range rate using the statistical modeling. The decision statistics related to noise- and target-originate measurements are described by an exponential distribution and Swerling 1 distribution respectively.

*Conclusions.* On the basis of the SNR estimates can be determined radar cross-section of the target that can recognize its class. Discarding the failed hypotheses can reduce the computational cost. Designed adaptive algorithm provides hypotheses recognition performance is not less than specified.

**Keywords:** target track detection, decision statistics, unknown SNR.