

## **ФОРМУВАННЯ ЗОННОЇ ДІАГРАМИ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ НАДҐРАТ<sup>1</sup>**

*Хатян Д. В., магістрант; Гіндікіна М. А., магістрантка;*

*Нелін Є. А., д.т.н., професор*

*Національний технічний університет України*

*«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна, ye.nelin@gmail.com*

### **SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE ZONE DIAGRAM FORMATION**

*Khatyan D. V., Undergraduate student; Gindikina M. A., Undergraduate student;*

*Nelin E. A., Doctor of Engineering, Professor*

*National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine,*

*ye.nelin@gmail.com*

### **Вступ**

Кристалоподібні структури з спектральними властивостями, аналогічними зонним властивостям кристалів, становлять основу нових різноманітних пристроїв обробки сигналів. Різновид таких структур — напівпровідникові надґрати (НҐ) [1, 2]. НҐ — нанорозмірні періодичні багатошарові структури, в яких періодичний потенціал кристалічних ґрат додатково просторово модульований потенціалом цієї структури. В результаті формується штучна зонна діаграма, яка визначає електричні, оптичні та інші властивості НҐ. НҐ застосовують в лазерах (як активну область), оптичних перемикачах, резонансних тунельних транзисторах та інших приладах.

Широке використання має НҐ на основі шарів GaAs і  $Al_xGa_{1-x}As$ . Потенціал такої НҐ сформовано за рахунок більшої ширини забороненої зони шарів  $Al_xGa_{1-x}As$  з утворенням прямокутних потенціальних ям і бар'єрів відповідно в шарах GaAs і  $Al_xGa_{1-x}As$ . Внаслідок тунелювання електронів крізь періодичні бар'єри зонна діаграма однорідного напівпровідника розщеплюється на міні-зони, які утворюють штучну зонну діаграму.

Проектування наноелектронних пристроїв на основі НҐ базується на аналізі і синтезі НҐ з заданими характеристиками. Традиційно квантово-механічні задачі вирішують зшиванням рішень на границях з умов безперервності хвильової функції та її похідної. В підході, заснованому на хвильовому квантово-механічному імпедансі, граничні умови враховано автоматично, що суттєво спрощує моделювання наноструктур [3].

Значний інтерес становить дослідження входних імпедансних характеристик квантово-механічних структур [4]. На відміну від S-параметрів входні імпедансні характеристики не залежать від середовища на вході структу-

---

<sup>1</sup> Електронний варіант статті: <http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1069>

ри, що розширює можливості її аналізу і синтезу. Так, в результаті аналізу вхідних імпедансних характеристик двобар'єрних структур встановлено додаткові умови резонансного проходження хвиль крізь такі структури [4].

Метою статті є дослідження вхідних імпедансних характеристик НГ та особливостей формування зонної діаграми НГ.

### Імпедансна модель надграт

На рис. 1 показано потенціальну залежність необмежених НГ. Для спрощення перетворень квантово-механічний імпеданс бар'єра пронормуємо до імпедансу потенціальної ями.

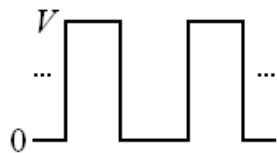


Рис. 1. Потенціальна залежність необмежених НГ.  $V$  — потенціальна енергія.

Нормований імпеданс бар'єра дорівнює

$$Z_a = \sqrt{\frac{(E - V)m_b}{Em_a}},$$

де  $E$  — енергія електрона;  $m_{a,b}$  — ефективна маса електрона, індекси « $a$ » і « $b$ » відносяться до бар'єра і ями.

Згідно [5] вхідний імпеданс на лівій межі бар'єра необмеженої кристалоподібної структури визначається співвідношеннями

$$z = \sqrt{\psi} + i\eta, \quad \psi = 1 - \eta^2 - 2\eta B^{-1}, \quad \eta = \frac{1 - Z_a^2}{2(B^{-1} + iZ_a A^{-1})}, \quad (1)$$

де  $B = \operatorname{tg} k_b b$ ;  $A = \operatorname{th}(i k_a a)$ ,  $k_b$  і  $k_a$  — хвильові числа,  $k_b = \sqrt{2m_b E} / \hbar$ ,  $k_a = \sqrt{2m_a (E - V)} / \hbar$ ,  $b$  і  $a$  — ширина ями і товщина бар'єра;  $\hbar = h / 2\pi$ ,  $h$  — постійна Планка.

При  $E < V$  значення  $Z_a$  і  $k_a$  уявні, що відповідає реактивному за хвильовим характером середовищу і, відповідно, тунельному бар'єру.

Реальні НГ — обмежені. Для аналізу обмежених НГ скористаємося моделлю лінії передачі, в рамках якої бар'єр і яма моделюються відрізками лінії передачі з відповідними імпедансами.

### Імпедансі характеристики необмежених надграт

На рис. 2 наведено залежності активної і реактивної складових вхідного імпедансу згідно (1). Зазначимо, що знак реактивної складової в (1) відповідає знаку «+» фази в фазовому множнику прямої хвилі  $\exp(ikx)$ , прийнятому в квантовій механіці. У реактивному середовищі (наприклад, в потенціальному бар'єрі при  $E < V$ )  $k = i|k|$  і  $\exp(ikx) = \exp(-|k|x)$  — амплітуда прямої хвилі експоненційно зменшується. Оскільки в теорії довгих ліній у фази прямої хвилі знак «-», при аналізі характеру реактивності реактивної складової вхідного імпедансу її знак необхідно змінити на протилежний.

Залежність активної складової вхідного імпедансу ілюструє зонний ха-

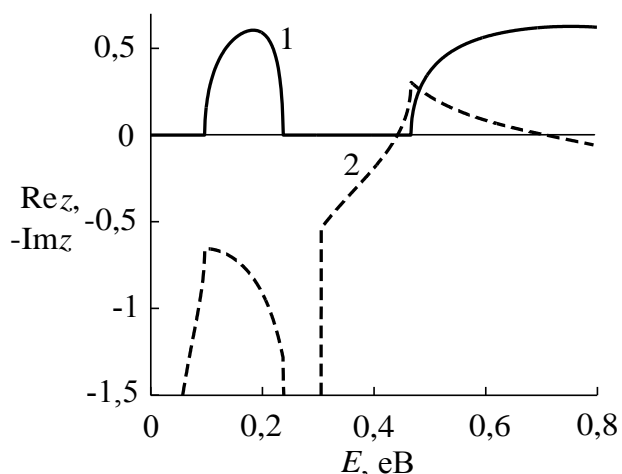


Рис. 2. Залежності активної (1) і реактивної (2) складових вхідного імпедансу необмежених НГ GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As.  $m_a=(0,0665+0,0835x)m_0$ ,  $m_b=0,0665m_0$ , де  $m_0$  — маса електрона;  $V=0,3\text{eV}$ ,  $V=0,7731x$ ,  $a=6t$ ,  $b=10t$ ,  $t=2,82665\text{\AA}$  (товщина моношару GaAs у напрямку [100]). Ці параметри НГ використовуються і надалі.

чином, забезпечується максимально можливе співвідношення сигналів в цих зонах, що є ключовим для використання кристалоподібних структур в пристроях обробки сигналів.

### Імпедансі характеристики обмежених надграт

На рис. 3 приведено залежності активної і реактивної складових вхідного імпедансу обмежених НГ. Для порівняння штрих-пунктирною лінією показано залежності для необмежених НГ. В дозволених зонах активна і реактивна складові вхідного імпедансу обмежених НГ «пульсують» відносно залежностей необмежених НГ. Як бачимо, границі зон необмеженої і

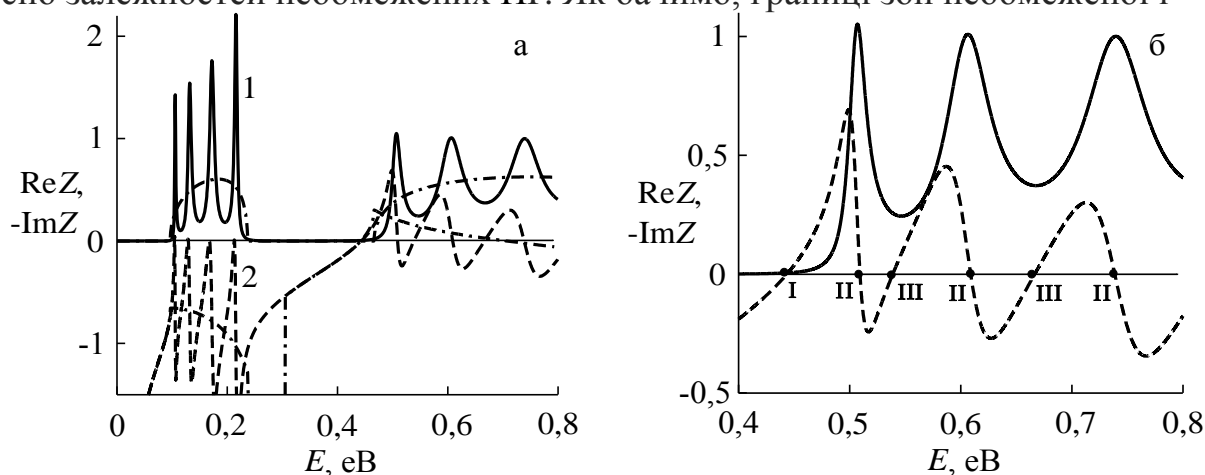


Рис. 3. Залежності активної (1) і реактивної (2) складових вхідного імпедансу обмежених НГ: а — кількість бар'єрів (шарів AlGaAs)  $N = 5$ ; б — фрагмент

рактир хвильових властивостей НГ. В заборонених зонах  $\text{Re } z = 0$  (відповідно  $\psi \leq 0$ ) і вхідний імпеданс уявний. В заборонених зонах хвильові властивості НГ відповідають реактивному середовищу. В дозволених зонах  $\text{Re } z > 0$ . Дозволені зони — зони резонансного проходження електронів (при  $E < V$  — резонансного тунелювання електронів).

В межах значень  $E \leq V$  (що відповідає тунелюванню крізь бар'єри) реактивна складова вхідного імпедансу має ємнісний характер.

Коефіцієнт проходження в дозволених зонах дорівнює одиниці, а в заборонених — нулю. Таким

обмеженої НГ добре узгоджуються.

Розглянемо більш детально фрагмент залежностей в діапазоні  $0,4 \text{ eV} \leq E \leq 0,8 \text{ eV}$  (рис. 3, б). Звернемо увагу на точки залежностей, в яких  $\text{Im}Z = 0$ . Ці точки позначено як I — III.

При виконанні умови

$$\text{Re}Z = Z_c, \quad (2)$$

де  $Z_c$  — хвильовий імпеданс середовища на вході НГ, НГ узгоджені з середовищем на вході.

Точка I знаходиться в забороненій зоні. Виконання умови (2) для цієї точки відповідає резонансному тунелюванню електронів крізь НГ з формуванням вузькосмугової характеристики проходження.

Виконання умови (2) для точок II і III відповідає резонансному надбар'єрному проходженню електронів крізь НГ, причому в точках II  $\text{Re}Z = 1$ , а в точках III  $\text{Re}Z \neq 1$ .

На рис. 4 приведено характеристики коефіцієнта проходження НГ при виконанні умови (2) для точки I. Зі збільшення кількості шарів НГ значення  $\text{Re}Z$  в точці I ( $\text{Re}Z_I$ ) зменшується (при  $N = 5$   $\text{Re}Z_I = 5,45 \times 10^{-3}$ , а при  $N = 7$   $\text{Re}Z_I = 9,20 \times 10^{-4}$ ) і, відповідно, підвищується вибірність характеристики.

НГ в режимі забороненої зони еквівалентні потенціальному бар'єру в режимі тунелювання (тунельному бар'єру). Рис. 5 ілюструє еквівалентність НГ тунельному бар'єру для другої забороненої зони. Висота еквівалентного бар'єра  $V_e$  дорівнює верхній межі зони:  $V_e = 0,466 \text{ eV}$ , а товщину бар'єра  $a_e$  знайдено з умови  $\text{Re}Z_I \approx \text{Re}Z_{Ie}$ , де  $Z_{Ie}$  — значення вхідного імпедансу еквівалентного бар'єра в точці I; знак « $\approx$ » обумовлений кратністю значен-

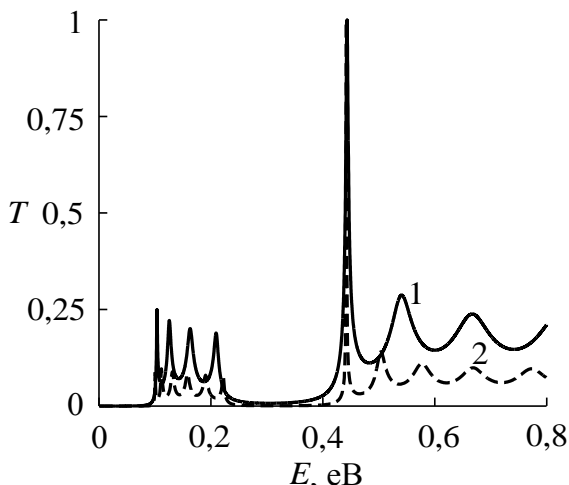


Рис. 4. Характеристики коефіцієнта проходження НГ: 1 —  $N = 5$  ( $E_I = 0,443 \text{ eV}$ ), 2 —  $N = 7$  ( $E_I = 0,442 \text{ eV}$ ),  $E_I$  — значення в точці I.

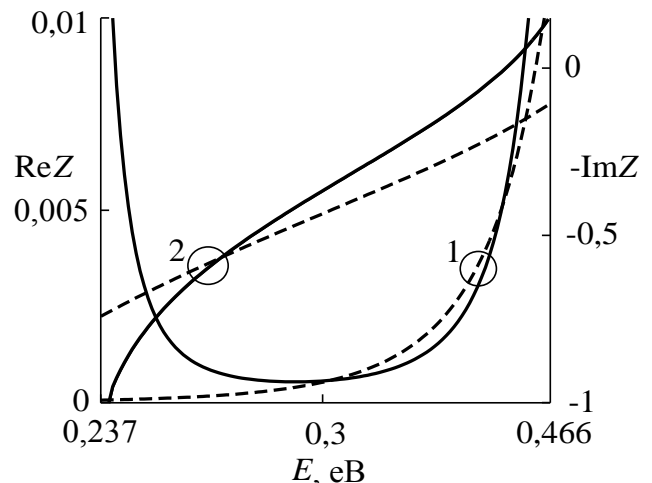


Рис. 5. Залежності активної (1) і реактивної (2) складових вхідного імпедансу НГ (суцільна лінія) і еквівалентного бар'єра (штрихова лінія),  $N = 5$ ,  $a_e = 21t$

ня  $a_e$  величині  $t$ . Якщо  $N = 7$ ,  $a_e = 32t$ . Звернемо увагу, що, починаючи зі значення  $E = V = 0,3$  еВ, другу заборонену зону НГ (з тунельним характером проходження електронів) формують надбар'єрно відбиті хвилі.

Розглянемо залежність коефіцієнта відбиття (по модулю) обмежених НГ. Коефіцієнт відбиття визначається формулою

$$R = \left| \frac{1 - Z}{1 + Z} \right|.$$

На рис. 6 приведено залежності коефіцієнта відбиття обмежених НГ при  $N = 3, 4$  і 5 і активної складової вхідного імпедансу необмежених НГ. Головні пелюстки коефіцієнта відбиття відповідають забороненим зонам. Для необмежених НГ коефіцієнт відбиття в заборонених і дозволених зонах дорівнює відповідно  $R_H = 1$  і  $R_H = 0$ . Взаємне порівняння залежностей коефіцієнта відбиття обмежених НГ і активної складової вхідного імпедансу необмежених НГ дозволяє проаналізувати формування зонної діаграми обмеженими НГ.

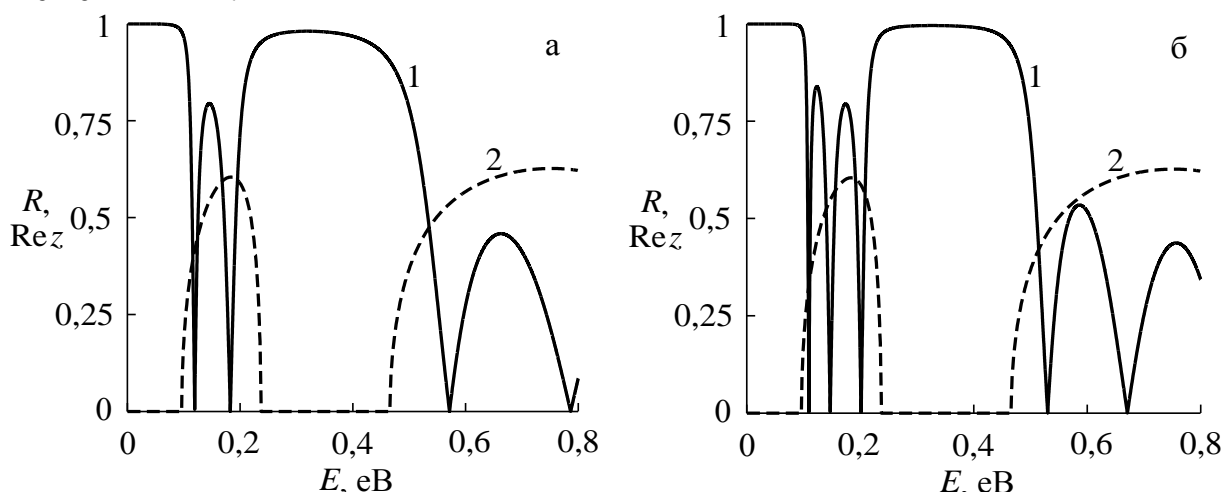


Рис. 6. Залежності коефіцієнта відбиття обмежених НГ (1) і активної складової необмежених НГ (2): а —  $N = 3$ ; б —  $N = 4$ .

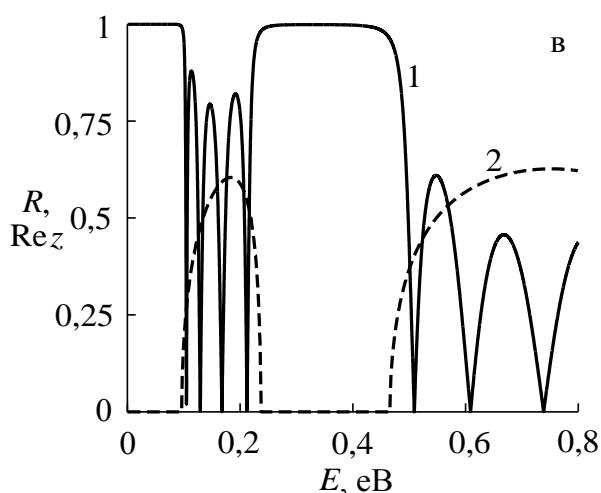


Рис. 6, в —  $N = 5$ .

З візуального порівняння залежностей можна зробити висновок, що вже при  $N = 4$  зонна діаграма сформована.

Залежності параметрів заборонених зон обмежених НГ від кількості бар'єрів дозволяють кількісно проаналізувати ступінь наближення параметрів зонної діаграми обмежених НГ до параметрів зонної діаграми необмежених НГ.

Ступінь наближення оцінимо

відносною різницею значень параметрів зонної діаграми обмежених і необмежених НГ:

$$\Delta P = \frac{|P - P_H|}{P_H},$$

де  $P$  і  $P_H$  — значення параметра зонної діаграми відповідно обмежених і необмежених НГ.

На рис. 7, а приведено залежності значень енергії на межах заборонених зон (штрихові лінії — значення для необмежених НГ). Зі збільшенням  $N$  з 4 до 10 значення  $\Delta E$  для залежностей 1, 2 і 3 зменшуються з 13,5, 15,1 і 13,8 % до 2,2, 3,1 і 2,5 %.

На рис. 7, б показано залежності значень коефіцієнта відбиття на межах заборонених зон. Зі збільшенням  $N$  з 4 до 10 значення  $\Delta R$  для залежно-

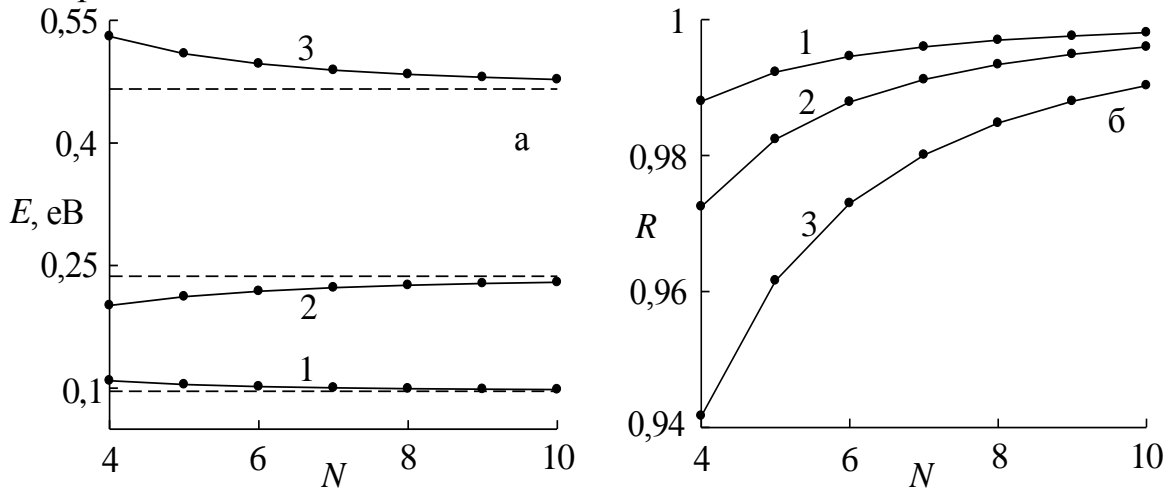


Рис. 7. Залежності параметрів заборонених зон обмежених НГ на верхній межі першої забороненої зони (1), на нижній (2) і верхній (3) межах другої забороненої зони: а — значення енергії; б — значення коефіцієнта відбиття.

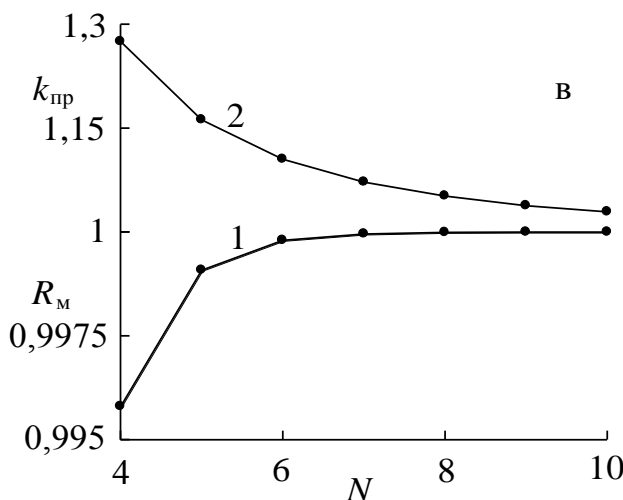


Рис. 7, в — залежності максимуму коефіцієнта відбиття  $R_m$  (1) та коефіцієнта прямокутності  $k_{пр}$  (2) у другій забороненій зоні.

тей 1, 2 і 3 зменшуються з 1,2, 2,7 і 5,8 % до 0,2, 0,4 і 1,0 %.

На рис. 7, в приведено залежності максимуму коефіцієнта відбиття та коефіцієнта прямокутності у другій забороненій зоні. Коефіцієнт прямокутності визначається відношенням

$$k_{пр} = \frac{\Delta E_0}{\Delta E_{0,9}},$$

де  $\Delta E_0$  і  $\Delta E_{0,9}$  — смуги енергії залежності коефіцієнта відбиття відповідно по перших нулях і за рівнем 0,9.

Для необмежених НГ  $R_{\text{мн}} = R_{\text{н}} = 1$  і  $k_{\text{прн}} = 1$ .

Зі збільшенням  $N$  з 4 до 10 значення  $\Delta R_{\text{м}}$  зменшуються з 0,4 до  $4,5 \times 10^{-5}$  %, а значення  $\Delta k_{\text{пр}}$  — з 27,5 до 2,9 %.

Мінімальна і максимальна відносні різниці значень розглянутих параметрів заборонених зон обмежених і необмежених НГ при  $N = 4$  складають 0,4 і 27,5 %, а при  $N = 10$  —  $4,5 \times 10^{-5}$  і 3,1 %.

### **Висновки**

Особливість залежності активної складової вхідного імпедансу НГ полягає у чергуванні областей, які відповідають дозволеним і забороненим зонам. На основі встановлених імпедансних умов резонансного тунелювання крізь НГ синтезовано вузькосмугову характеристику коефіцієнта проходження НГ. В НГ з типовими параметрами зонна діаграма формується вже при кількості бар'єрів  $N = 4$ . Максимальна відносна різниця значень параметрів заборонених зон обмежених і необмежених НГ при  $N = 4$  складає приблизно 30 %, а при  $N = 10$  — 3 %.

### **Перелік посилань**

1. Bastard G. Heterostructures and Superlattices, Semiconductor. Encyclopedia of Applied Physics / G. Bastard. – N. Y. : Wiley, 2003. – P. 477–493.
2. Razeghi M. The Wonder of Nanotechnology: Quantum Optoelectronic Devices and Applications / M. Razeghi, L. Esaki, K. von Klitzing, eds. – Bellingham: SPIE Press, 2013. – 1000 p.
3. Ахмедов Р. С. Імпедансна модель для наноелектронних структур / Р. С. Ахмедов, Е. А. Нелін // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007. – № 34. – С. 102 – 105.
4. Водолазька М. В. Вхідні імпедансні характеристики двобар'єрних структур / М. В. Водолазька, О. В. Миколайчик, Є. А. Нелін // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування, 2014. – № 58. – С. 112–120.
5. Нелін Е. А. Импедансные характеристики кристаллоподобных структур / Е. А. Нелін // ЖТФ. – 2009. – Т. 79, № 7. – С. 27–31.

### **References**

1. Bastard G. (2003) Heterostructures and Superlattices, Semiconductor. *Encyclopedia of Applied Physics*, pp. 477–493.
2. Razeghi M., Esaki L. and Klitzing K. von, eds. (2013) *The Wonder of Nanotechnology: Quantum Optoelectronic Devices and Applications*. Bellingham: SPIE Press, 1000 p.
3. Akhmedov, R. S., Nelin, E. A. (2007) Impedance model for nanostructures. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*, no. 34, pp. 102-105. (in Ukrainian)
4. Mikolaychik, O. V., Vodolazka, M. V., Nelin, E. A. (2014) Input impedance characteristics of double barrier structures. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*, no. 58, pp. 112-120. (in Ukrainian)
5. Nelin E. A. (2009) Impedance Characteristics of Crystal-like Structures. *Tech. Phys.*, vol. 54, no. 7, pp. 953-957.

*Хатян Д. В., Гіндікіна М. А., Нелін Є. А. Формування зонної діаграми напівпровідникових надграт. Досліджено зонні особливості вхідних імпедансних характеристик необмежених і обмежених напівпровідникових надграт (НГ). Взаємним порівнянням залежностей коефіцієнта відбиття обмежених НГ і активної складової вхідного імпедансу необмежених НГ проаналізовано формування зонної діаграми обмеженими НГ. В результаті аналізу залежності параметрів заборонених зон обмежених НГ від кількості бар'єрів проаналізовано ступінь наближення параметрів зонної діаграми обмежених НГ до параметрів зонної діаграми необмежених НГ.*

**Ключові слова:** напівпровідникові надграти, вхідний імпеданс, зонна діаграма.

*Хатян Д. В., Гиндикина М. А., Нелин Е. А. Формирование зонной диаграммы полупроводниковых сверхрешеток. Исследованы зонные особенности входных импедансных характеристик неограниченных и ограниченных полупроводниковых сверхрешеток (СР). Взаимным сравнением зависимостей коэффициента отражения ограниченных СР и активной составляющей входного импеданса неограниченной СР проанализировано формирование зонной диаграммы ограниченными СР. В результате анализа зависимости параметров запрещенных зон ограниченных СР от количества барьеров проанализирована степень приближения параметров зонной диаграммы ограниченных СР к параметрам зонной диаграммы неограниченной СР.*

**Ключевые слова:** полупроводниковые сверхрешетки, входной импеданс, зонная диаграмма.

*Khatyan D. V., Gindikina M. A., Nelin E. A. Semiconductor superlattice zone diagram formation*

*Introduction. In this paper the input impedance characteristics of unlimited and limited superlattices structures were investigated. Superlattices structures are periodic nanoscale multilayer structures in which a periodic potential of the crystal spatially additionally lattice modulated with potential of this structure.*

*Superlattices' impedance model. The expressions for input impedance on the left bound of unlimited crystal structure barrier were formed.*

*Impedance characteristics of unlimited superlattices. The input impedance characteristics of unlimited structures were formed. The band nature of the superlattices' structures through the dependence of active component of input impedance was shown.*

*Impedance characteristics of limited superlattices. By the intercomparison of the reflection coefficient of the limited superlattices and active component of the input impedance of unlimited superlattices was analyzed the formation of the unlimited superlattices' band diagram. As the result of the analysis of the parameters' of the forbidden zones of limited superlattices and the number of superlattices' barriers dependence was analyzed the degree of the parameters' approximation of the limited superlattices' band diagrams to the parameters of unlimited superlattice's band diagram. Three points of matching were found. One point was located in the forbidden zone. The matching condition for the second and the third points meets resonance over-barrier passage of electrons through superlattices.*

*Conclusions. They were found matching conditions of limited superlattices with the environment on their input as well as the features of the formation of the band diagram of superlattices.*

**Keywords:** semiconductor superlattice, the input impedance, the band diagram, matching conditions.