

**АНАЛІЗ ФУНКЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ СКЛАДНОГО  
РАДІОЛОКАЦІЙНОГО СИГНАЛУ З БІНАРНОЮ ФАЗОВОЮ  
МАНІПУЛЯЦІЄЮ ПОСЛІДОВНІСТЮ ЛЕЖАНДРА<sup>1</sup>**

*Мрачковський О. Д., к.т.н, доцент; Бичков В. Є., ст.викладач;  
Макаєв О. Г., магістрант;*

*Національний технічний університет України*

*«Київський Політехнічний Інститут», м. Київ, Україна, bychkov\_v@ukr.net*

**ANALYSIS OF AMBIGUITY FUNCTION OF COMPLICATED RADIOLOCATION  
SIGNAL WITH BINARY PHASE MANIPULATION BY LEGANDRE SEQUENCE**

*Mrachkovsky O. D., Bychkov V. E., Makaiev O. G.  
NTUU "KPI", Kyiv, Ukraine, bychkov\_v@ukr.net*

**Вступ**

Фазоманіпульовані сигнали (ФМ сигнали) відносяться до класу складних сигналів у яких добуток тривалості сигналу на ширину спектру значно більше одиниці. Такі сигнали широко використовуються у системах радіолокації, радіонавігації та зв'язку завдяки таким перевагам як: висока завадостійкість, висока роздільна здатність за часом (відстанню) і швидкості цілі, більшою енергією зондувального сигналу при відносно низькій потужності випромінювання [1, 2]. ФМ сигнали поділяються на сигнали з багатофазовою та бінарною маніпуляцією і формуються на основі відповідних кодових послідовностей [3–7]. ФМ сигнали з бінарною маніпуляцією відрізняються достатньо простою побудовою тракту формування та обробки сигналів, на відміну від систем з багатофазовою маніпуляцією

**Постановка задачі**

Відомо, що автокореляційна функція (АКФ) та взаємнокореляційна функція (ВКФ) таких сигналів має бічні викиди, які іноді називають кореляційним шумом. Присутність таких шумів ускладнює задачу виявлення слабого сигналу відбитого від цілі з малим значенням ефективною поверхні розсіювання (ЕПР) на фоні потужного сигналу з великим значенням ЕПР та їх розділення.

Сигнал від цілі з малим значенням ЕПР може бути замаскованим бічними викидами ВКФ. Мінімальні бічні викиди мають так звані мінімаксні послідовності. Мінімаксними біфазними сигналами називають сигнали, АКФ та ВКФ яких мають найменші бокові викиди, порівняно до інших біфазних сигналів такої ж довжини. Саме до таких сигналів і відносяться коди Лежандра. Послідовності Лежандра відомі відносно давно[1–7], але ін-

---

<sup>1</sup> <http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1073>

формації щодо їх використання в радіолокації нам не відомі. Тому в даній роботі буде досліджено автокореляційні функції, функція невизначеності та роздільні здатності ФМ сигналів сформованих за допомогою послідовностей Лежандра, а також виконано порівняння з  $M$  – послідовностями, що найбільш широко використовуються.

### **Формування послідовності Лежандра**

Послідовності Лежандра формуються на основі рекурентних перетворень і відповідних лінійних і нелінійних рекурентних послідовностей. Процедури формування таких послідовностей легко реалізуються з використанням найпростіших перемикальних схем з регістрами зсуву.

Лінійні рекурентні послідовності формуються з використанням регістрів зсуву з лінійним зворотним зв'язком і при відповідному виборі функції зворотного зв'язку дозволяють забезпечити максимальний період формованих послідовностей. В теорії складних сигналів такі сигнали отримали назву лінійних рекурентних послідовностей максимального періоду (МЛРП) або  $M$ -послідовностей. На їх основі формуються багато інших класів сигналів, одним з яких є послідовність Лежандра. Але коди Лежандра мають перевагу перед  $M$ -послідовностями в тому, що є можливість формування послідовностей різних довжин, що відповідають простим числам. Тому такий сигнал є більш варіативним [2].

Якщо  $\left(\frac{n}{N}\right)$  символ Лежандра (символ  $n$  по відношенню до  $N$ ), то символи послідовності Лежандра визначаються як [3]:

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{для } n \equiv 0 \pmod{N} \\ \left(\frac{n}{N}\right) & \text{для } n \not\equiv 0 \pmod{N} \end{cases} \quad (1)$$

Відзначимо, що в теорії чисел символи Лежандра вводяться при розгляді рівнянь другого ступеня:

$$x^2 \equiv n \pmod{N}, \quad (2)$$

причому загальний найбільший подільник  $(n, N) = 1$ . Розв'язати рівняння (2) означає знайти таке  $x$ , при якому (2) перетворюється в тотожність. Порівняння (1) має рішення не за будь-яких значень  $n$ . Значення  $n$ , при яких рівняння (1) має рішення, називаються квадратичними лишками, а значення  $n$ , при яких (1) не має рішень, називаються неквадратичними лишками. Символ Лежандра визначається як:

$$\left(\frac{n}{N}\right) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } n \text{ – квадратичний лишок,} \\ -1, & \text{якщо } n \text{ – неквадратичний лишок} \end{cases} \quad (3)$$

Він визначений для всіх  $n$ , які не діляться без залишку на  $N$ , причому  $N$  – просте число, більше двох. Якщо символ Лежандра знайдений, то стає відомим, чи має рішення рівняння (1) при даному  $n$ . З (1) випливає, що

якщо число  $n$  є квадратом якогось числа по модулю  $N$ , то воно є квадратичним лишком. Наприклад, для рівняння  $x^2 \equiv 17(\text{mod } 19)$  маємо рішення  $6^2 = 36 \equiv 17(\text{mod } 19)$ , тобто число 17 — квадратичний лишок. Слід зазначити, що при  $n \equiv 0(\text{mod } N)$  символ Лежандра не визначений.

Послідовності Лежандра, як і М-послідовності, є лінійними рекурентними і описуються лінійним рекурентним рівнянням виду  $n = b + (n - 1)$ , де  $b$  — ціле число.

### Дослідження функції невизначеності

В даній роботі було проведено розрахунки кореляційних функцій ФМ сигналу послідовністю Лежандра. Для проведення дослідження була розроблена програма в середовищі Matlab [8]. Параметри сигналу для якого виконувались розрахунки наступні: число парціальних імпульсів  $N = 257$ . Центральна частота  $f_0 = 1$  ГГц. Тривалість парціального імпульсу 1 мкс.

Функція невизначеності(ФН) визначається за допомогою формули:

$$R(\mu\tau_0, \Omega) = \frac{R_0(\Omega)}{N} \sum_{n_1}^{n_2} a_n \cdot a_{n-\mu} \exp(i(n-1)\Omega\tau_0) \quad (4)$$

де  $a_n$  — символи послідовності Лежандра,  $\mu = \tau / \tau_0$ ,  $R_0(\Omega)$  — функція невизначеності одиночного прямокутного імпульсу, яка залежить тільки від двох параметрів частоти  $\Omega$  і тривалості  $\tau_0$ . [4]

$$R_0(\Omega) = \left( \frac{\sin(0.5\Omega\tau_0)}{0.5\Omega\tau_0} \right) \exp(i \cdot 0.5\Omega\tau_0)$$

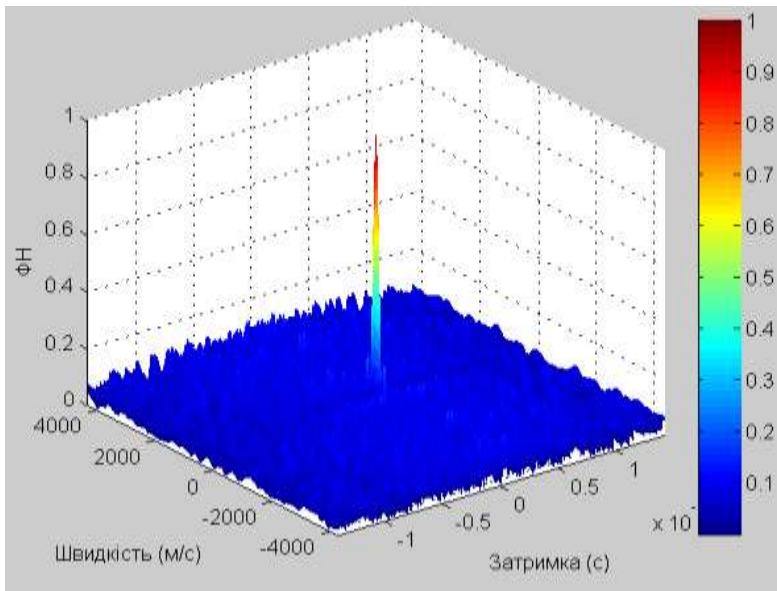


Рис. 1. Функція невизначеності для сигналу Лежандра ( $N = 257$ )

Її об'ємне зображення представлено на рис. 1. Приведена функція невизначеності має голкоподібний вигляд. З рисунка видно, що роздільна здатність по швидкості і по часу буде доволі високою. Але наявність бокових викидів(кореляційного шуму) при зсуву по швидкості може призвести до падіння роздільної здатності в деяких випадках.

Нормована автокореляційна функція для послідовності Лежандра визначається за допомогою (1):

$$R(t) = \frac{\left| \sum_{n=0}^{N-1} \dot{x}(n) \dot{x}(n-t) \right|}{\max \left( \sum_{n=0}^{N-1} \dot{x}(n) \dot{x}(n-t) \right)} \quad (5)$$

де  $x(n)$  є вхідною послідовністю і дорівнює  $\pm 1$ .  $N$  – довжина вхідної послідовності.  $n$  – номер відліку вхідної послідовності,  $t$  – часовий зсув.

Отримана автокореляційна функція має вид, що представлений на рис. 2. Також на рис. 2 для більш точної оцінки кореляційних параметрів нижче повного вигляду АКФ приведено збільшений масштаб в області слабкої кореляції. З рисунку видно, що бокові викиди АКФ не перевищують рівень 0.13.

Переріз ФН по осі частот приведено на рис. 3. Він має вигляд огинаючої амплітудного спектра парціального імпульсу. Як видно по осі швидкості присутні бічні викиди, які викликані тим, що частотна кореляційна функція описана функцією *sinc*.

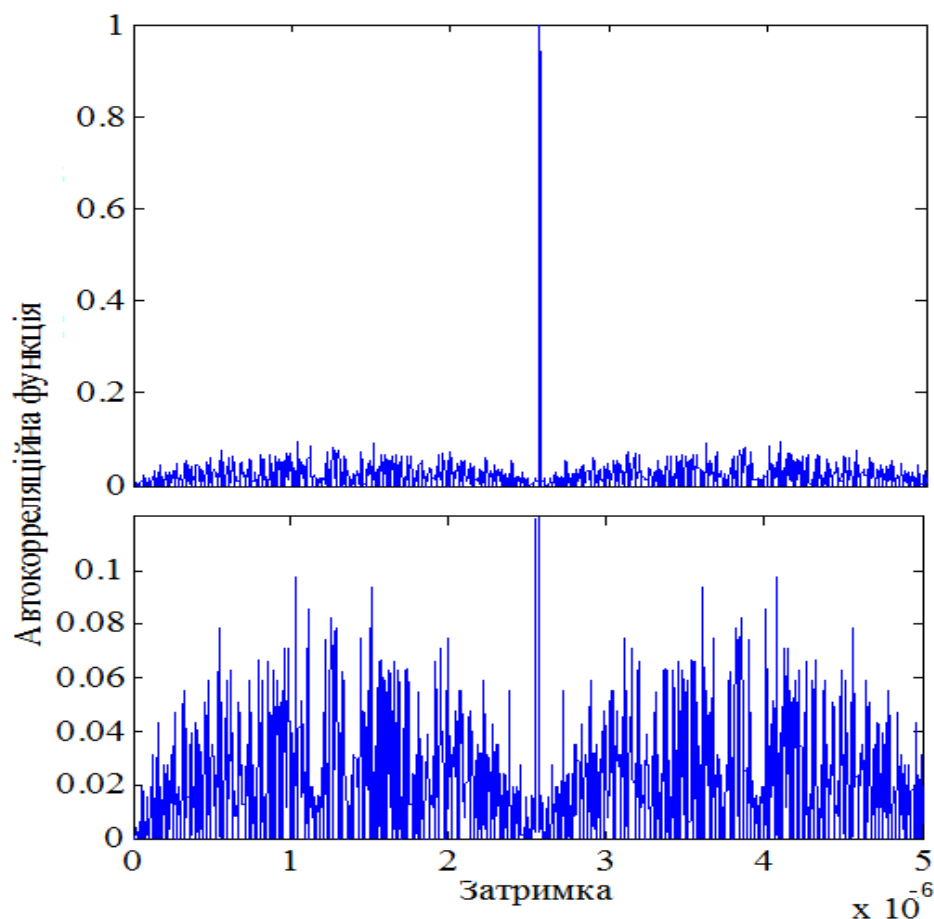


Рис. 2. Нормована АКФ сигналу ( $N = 257$ )

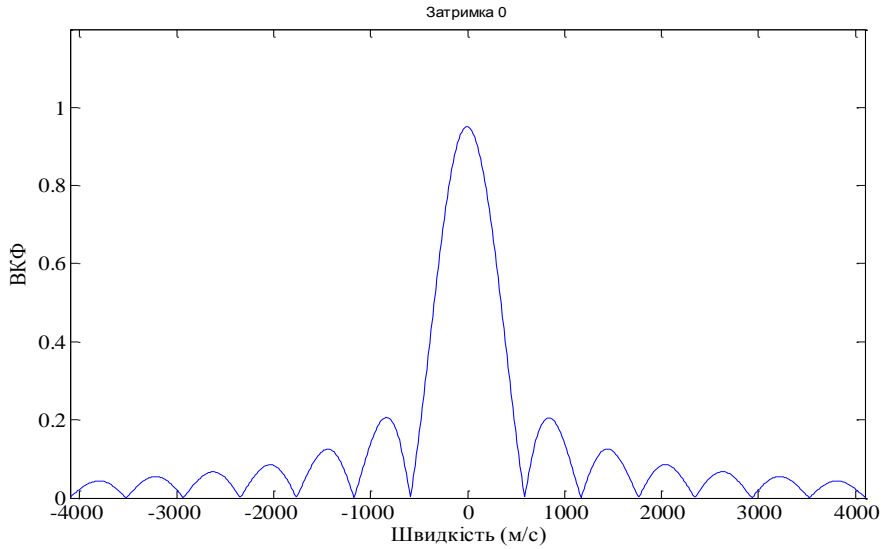


Рис. 3. Переріз функції невизначеності по осі часу

Для визначення потенційних характеристик сигналу було розраховано перерізи ФН на рівнях 0.9, 0.707, 0.5 та 0.15 від максимального значення. Вони представлені на рисунку 4.

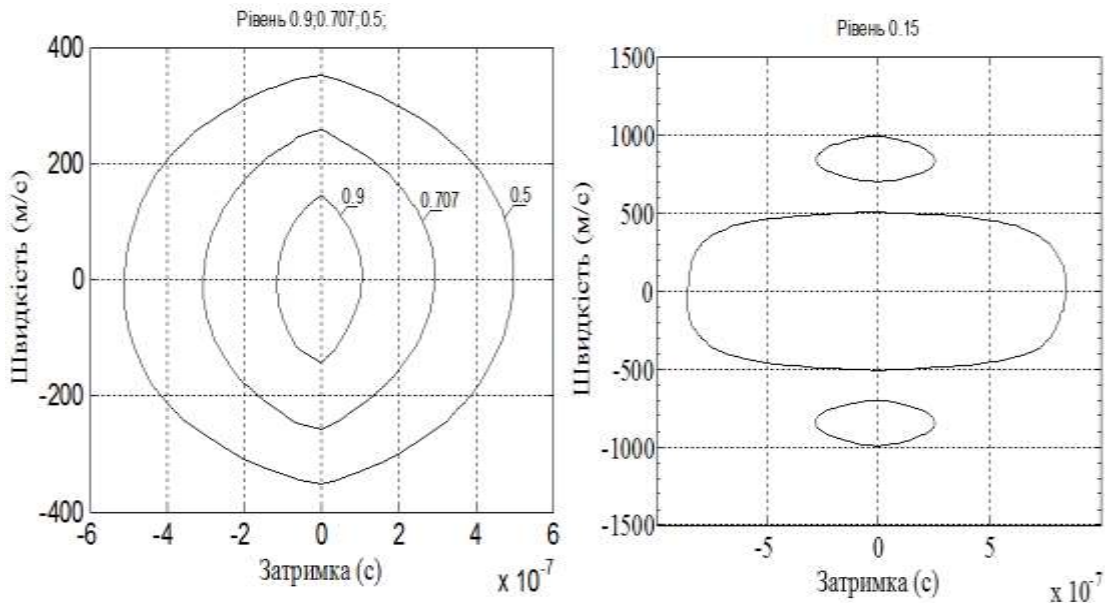


Рис. 4. Ізокореляти функції невизначеності

Як видно з рис. 4 ізокореляти головного пелюстка мають колоподібний характер. Для оцінки функції невизначеності в таблицю 1 зведено значення роздільних здатностей за швидкістю та за дальністю. Роздільні здатності приведені для основних рівнів 0.9, 0.707 та 0.5, де  $\tau_i$  — тривалість парціального імпульсу,  $W$  — смуга сигналу.

Таблиця 1.

Рівень ФН	Роздільна здатність за швидкістю	Роздільна здатність за дальністю
0.9	$0.19/\tau_i$	$0.22/W$
0.707	$0.34/\tau_i$	$0.61/W$
0.5	$0.51/\tau_i$	$0,95/W$

Відомо, що ФМ сигнал сформований на основі  $M$ -послідовності характеризується наступними роздільними здатностями [3], що представлені нижче в таблиці 2.

Таблиця 2.

Рівень ФН	Роздільна здатність за швидкістю	Роздільна здатність за дальністю
0.9	$0,5/\tau_i$	$0,2/W$
0.707	$0,9/\tau_i$	$0,6/W$
0.5	$1,1/\tau_i$	$1/W$

### Висновки

У результаті проведеного дослідження кореляційних властивостей послідовностей Лежандра можна виділити їх основні особливості:

1. Функція невизначеності має голкоподібний характер.
2. Кореляційні викиди рівномірно розподілені по затримці і їх рівні не перевищують 0.1.
3. Форма перерізу функції невизначеності по осі часу описана функцією *sinc*.
4. Потенційна роздільна здатність по швидкості більша ніж у  $M$ -послідовності.
5. Потенційна роздільна здатність по дальності майже не відрізняється від  $M$ -послідовності.

Спираючись на результати досліджень можна зробити висновок щодо можливості використання послідовностей Лежандра у радіолокації, оскільки вони задовольняють необхідним умовам, розглянутим при постановці задачі. А також при порівнянні результатів представлених у таблицях 1,2 можна зазначити про більшу роздільну здатність при оцінюванні радіальної швидкості цілі у порівнянні з  $M$  - послідовностями.

### Перелік посилань

1. Сумик М. Теорія сигналів / М. Сумик, І. Прудіус, Р. Сумик. – Львів, 2005. – с. 18-19.
2. Huang J. Legendre coding for digital ionosondes / J. Huang, J. W. MacDougall // Radio science. – 2005. – Vol. 40. – RS4013. – Режим доступу: <http://onlinelibrary.wiley.com/wo11/doi/10.1029/2004RS003123/full>
3. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М. : Радио и связь, 1985. – с. 65-67.
4. Skolnik M. I. Introduction to Radar Systems / M. I. Skolnik. – New York : McGraw

Hill, 2001, 367 p.

5. Stasev Y. Discrete Signals with Multi-Level Correlation Function / Y. Stasev, A. Kuznetsov, V. Sai, O. Karpenko // Statistical Methods of Signal and Data Processing (SMSDP-2010) : Proceedings. – Kyiv : National Aviation University, 2010. – pp. 176-179.

6. Stasev Y. The Derivative Orthogonal Signals Systems / Y. Stasev, N. Naumenko, A. Kuznetsov // International Journal of Engineering Practical Education. – 2012. – Vol. 1, Iss. 1. – pp. 15-20

7. Стасєв Ю.В. Основи теорії побудови сигналів / Ю.В. Стасєв. – Харків : ХВУ, 1999. – 87 с.

8. Mahafza B.R. Radar Systems Analysis and Design using Matlab / B. R. Mahafza. – Boca Raton : Chapman & Hall / CRC, 2000.

### References

1. Sumik M., Prudius I. and Sumik R.(2005) *Teoriya signaliv* [Signals theory]. L'viv, pp. 18-19.

2. Huang J. and MacDougall J. W. (2005) Legendre coding for digital ionosondes, *Radio science*, Vol. 40, RS4013. DOI: 10.1029/2004rs003123

3. Varakin L. E. (1985) *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* [Communication systems with noise-like signals]. Moskow, Radio i svyaz', pp. 65-67.

4. Skolnik M.I. (2001) *Introduction to Radar Systems*, 3<sup>rd</sup> Ed., New York: McGraw Hill, p. 367.

5. Karpenko O., Kuznetsov A., Sai V. and Stasev Yu. (2012) Discrete signals with multi-level correlation function. *Telecommunications and Radio Engineering*. Vol 71, Iss. 1, pp. 91-98. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v71.i1.100.

6. Stasev Y., Naumenko N. and Kuznetsov A. (2012) The Derivative Orthogonal Signals Systems. *International Journal of Engineering Practical Education*, Vol.1, Iss. 1, pp. 15-20.

7. Stasiev Yu. V. (1999) *Osnovy teorii pobudovy syhnaliv* [Basic theory of signals]. Kharkiv, KhVU, 87 p.

8. Mahafza B.R. (2000) *Radar Systems Analysis and Design using Matlab*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

*Мрачковський О. Д., Бичков В. Є., Макаєв О. Г. Аналіз спектральних характеристик фазоманіпульованого сигналу послідовністю Лежандра . Так як пошук сигналів з малим рівнем бічних пелюстків автокореляційної функції є актуальним, було розглянуто особливості формування послідовності Лежандра, розрахована функція невизначеності, автокореляційна функція, перерізи функції невизначеності. Представлені об'ємні графіки та на їх основі розраховано роздільні здатності сигналів.*

**Ключові слова:** послідовність Лежандра, функція невизначеності, автокореляційна функція

*Мрачковский О. Д., Бычков В. Е., Макаев А. Г. Анализ корреляционных свойств фазоманипулированного сигнала последовательностью Лежандра. Так как поиск сигналов с малым уровнем боковых лепестков автокорреляционной функции является актуальным, были рассмотрены особенности формирования последовательности Лежандра, рассчитана функция неопределенности, автокорреляционная функция, сечения функции неопределенности. Представлены объемные графики и на их основе рассчитаны разрешающие способности сигналов.*

**Ключевые слова:** последовательность Лежандра, функция неопределенности, автокорреляционная функция

*Mrachkovskiy O. D., Bichkov V. E., Makaiev O. G. Analysis of ambiguity function of complicated radiolocation signal with binary phase manipulation by Legendre sequence.*

*Introduction.* This article consist calculated ambiguity function, autocorrelation function, cross sections of ambiguity function in different planes.

*Statement of a problem.* Is shown the requirements for the correlation functions of signals used in radiolocation.

*Method of creating Legendre Sequences.* The algorithm of forming sequences Legendre are shown in this article. Shown the advantages of Legendre- codes compared with M-sequences.

*Ambiguity function of Legendre Sequence.* The 3D view of ambiguity function of PM signal forming by Legendre Sequence( $N=257$ ) is shown in this article. The autocorrelation function of signal is shown. The cross sections of ambiguity function at different layers is submitted. The resolutions of Legendre signal is calculated and compared with resolutions of M-sequences.

*Conclusion.* An analysis of all correlation characteristics of PM signal formed by Legendre-sequence are shown here.

**Keywords:** Legendre sequence, ambiguity function, autocorrelation function.