УДК 621.372.061

АЛГОРИТМ НОРМАЛЬНОГО ДИСКРЕТНОГО ОРТОГОНАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ДВОВИМІРНОГО ОБРАЗУ[1]

О. І. Рибін*, С. М. Литвинцев**, І. О. Сушко****
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», Київ, Україна
**ORCID: http://orcid.org/0000-0003-4443-1075*
***ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6171-0036*
****ORCID: http://orcid.org/0000-0002-3018-2875*

NORMAL ORTHOGONAL TRANSFORMATION ALGORITHM OF 2D IMAGE

Rybin A. I., Litvintsev S. N., Sushko I. A.
National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

Вступ

Одним з простих і достатньо інформативних методів розпізнавання (класифікації) сигналів та образів серед великої кількості методів, поширених в сучасній практиці [1–5], є метод нормального перетворення [5–7].

Нормальне ортогональне перетворення двовимірного сигналу (образу) має суттєве значення для розв'язання задач чисельної оцінки міри подібності або відмінності між двома образами. Як відомо [5–7], нормальне перетворення це таке перетворення, в якому перша трансформанта з точністю до масштабного множника (діюче значення еталонного двовимірного сигналу довільної форми) співпадає з цим еталонним сигналом. При цьому спектр еталонного сигналу має рівну діючому значенню сигналу амплітуду тільки трансформанти A_{11}, а всі інші амплітуди дорівнюють нулю. При використанні нормального перетворення для обчислення спектру досліджуваного сигналу спектр містить крім A_{11} не рівні нулю трансформанти A_{ij}. Наявність числових значень амплітуд трансформант двовимірного нормального перетворення дає можливість ввести числову оцінку подібності досліджуваного образу до еталону.

Міра подібності (відмінності) двох образів при застосуванні нормального ортогонального перетворення оцінюється за коефіцієнтом трансформант [8, 9]

$$k_{\text{тр}} = \sqrt{\sum_{j=1}^{j=N}\sum_{i=1}^{i=N} A_{ij}^2} \;/ A_{11}, \text{ причому } j \neq i\,, \tag{1}$$

де N — порядок матриці образу.

[1] http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1088

Для пояснення запропонованого алгоритму створення матричного оператора нормального перетворення двовимірного сигналу розглянемо простий приклад, обраний виходячи з міркувань простоти та наочності ілюстрації.

Приклад алгоритму створення матричного оператора та обчислення коефіцієнта трансформант

Нехай надано образ четвертого порядку у вигляді матриці його пікселів:

$$\bar{\bar{O}} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \hline a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \hline a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ \hline a_{41} & a_{42} & a_{34} & a_{44} \\ \hline \end{array} .$$

Для кожного рядка цієї матриці отримаємо матричні дискретні оператори нормального перетворення четвертого порядку ($\bar{\bar{W}}_1, \bar{\bar{W}}_2 \bar{\bar{W}}_3, \bar{\bar{W}}_4$) та представимо обчислення спектрів кожного з рядків окремо у вигляді матричного оператора

$$\begin{bmatrix} \bar{\bar{W}}_1 & \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{0}} \\ \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{W}}_2 & \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{0}} \\ \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{W}}_3 & \bar{\bar{0}} \\ \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{0}} & \bar{\bar{W}}_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\theta}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\xi}_1 \\ \bar{\xi}_2 \\ \bar{\xi}_3 \\ \bar{\xi}_4 \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

де $\bar{\bar{0}}$ — квадратна матриця нулів 4-го порядку; $\bar{\theta}_i$ — транспонований i-й рядок матриці $\bar{\bar{O}}$; $\bar{\xi}_i = [\varepsilon_i, 0, 0, 0]^{\mathrm{T}}$ — стовпець нормального спектру для $\bar{\theta}_i$; ε_i — діюче значення i-ї трансформанти матриці $\bar{\bar{W}}_i$.

Об’єднання попарно двох матриць $\bar{\bar{W}}_1, \bar{\bar{W}}_2$ та $\bar{\bar{W}}_3, \bar{\bar{W}}_4$ згідно з [5, 7] дає результат

$$\bar{\bar{W}}_{1,2} = (1/\varepsilon_{1,2}) \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \cdot \bar{\bar{W}}_1 & \varepsilon_2 \cdot \bar{\bar{W}}_2 \\ -\varepsilon_2 \cdot \bar{\bar{W}}_1 & \varepsilon_1 \cdot \bar{\bar{W}}_2 \end{bmatrix} \text{ та } \bar{\bar{W}}_{3,4} = (1/\varepsilon_{3,4}) \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_3 \cdot \bar{\bar{W}}_3 & \varepsilon_4 \cdot \bar{\bar{W}}_4 \\ -\varepsilon_4 \cdot \bar{\bar{W}}_3 & \varepsilon_3 \cdot \bar{\bar{W}}_3 \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

де $\varepsilon_{i,j}$ — діюче значення двох трансформант з номерами i та j. Об’єднання двох матриць $\bar{\bar{W}}_{1,2}$ та $\bar{\bar{W}}_{3,4}$ має вигляд

$$\bar{\bar{W}}_{1,2,3,4} = (1/\varepsilon_{1,2,3,4}) \cdot \begin{bmatrix} \bar{\bar{\varphi}}_{11} & \bar{\bar{\varphi}}_{12} \\ \bar{\bar{\varphi}}_{21} & \bar{\bar{\varphi}}_{22} \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

де $\bar{\bar{\varphi}}_{11} = (\varepsilon_{1,2} / \varepsilon_{1,2,3,4}) \cdot \bar{\bar{W}}_{1,2}$; $\bar{\bar{\varphi}}_{12} = (\varepsilon_{3,4} / \varepsilon_{1,2,3,4}) \cdot \bar{\bar{W}}_{3,4}$; $\bar{\bar{\varphi}}_{21} = -(\varepsilon_{3,4} / \varepsilon_{1,2,3,4}) \cdot \bar{\bar{W}}_{1,2}$; $\bar{\bar{\varphi}}_{22} = (\varepsilon_{1,2} / \varepsilon_{1,2,3,4}) \cdot \bar{\bar{W}}_{3,4}$; $\varepsilon_{1,2} = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}$; $\varepsilon_{3,4} = \sqrt{\varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2}$; $\varepsilon_{1,2,3,4} = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2}$.

Об’єднання (3) та (4) можна представити у вигляді

$$\overline{\overline{W}}_{1,2,3,4} = \frac{1}{\varepsilon_{1,2,3,4}} \begin{bmatrix} \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & -\varepsilon_4 & \varepsilon_3 \\ -\varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} \\ \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

де "$\circ$" — добуток Адамара.

У випадку матриці образу 8-го порядку по аналогії отримаємо

$$\overline{\overline{W}}_{1,2,3,4,5,6,7,8} = \left(1/\varepsilon_{1,2,3,4,5,6,7,8}\right) \begin{bmatrix} \overline{\overline{W}}_{1,2,3,4} \circ \overline{\overline{\beta}}_{11} & \overline{\overline{W}}_{5,6,7,8} \circ \overline{\overline{\beta}}_{12} \\ \overline{\overline{W}}_{1,2,3,4} \circ \overline{\overline{\beta}}_{21} & \overline{\overline{W}}_{5,6,7,8} \circ \overline{\overline{\beta}}_{22} \end{bmatrix}, \qquad (6)$$

де

$$\overline{\overline{W}}_{1,2,3,4} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \overline{\overline{W}}_3 & \overline{\overline{W}}_4 \end{bmatrix}, \quad \overline{\overline{W}}_{5,6,7,8} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{W}}_5 & \overline{\overline{W}}_6 & \overline{\overline{W}}_7 & \overline{\overline{W}}_8 \\ \overline{\overline{W}}_5 & \overline{\overline{W}}_6 & \overline{\overline{W}}_7 & \overline{\overline{W}}_8 \\ \overline{\overline{W}}_5 & \overline{\overline{W}}_6 & \overline{\overline{W}}_7 & \overline{\overline{W}}_8 \\ \overline{\overline{W}}_5 & \overline{\overline{W}}_6 & \overline{\overline{W}}_7 & \overline{\overline{W}}_8 \end{bmatrix}, \qquad (7)$$

$$\overline{\overline{\beta}}_{11} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & -\varepsilon_4 & \varepsilon_3 \\ -\varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} \\ \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} \end{bmatrix}, \qquad (8а)$$

$$\overline{\overline{\beta}}_{12} = \begin{bmatrix} \varepsilon_5 & \varepsilon_6 & \varepsilon_7 & \varepsilon_8 \\ -\varepsilon_6 & \varepsilon_5 & -\varepsilon_8 & \varepsilon_7 \\ -\varepsilon_5 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} & -\varepsilon_6 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} & \varepsilon_7 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} & \varepsilon_8 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} \\ \varepsilon_6 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} & -\varepsilon_5 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} & -\varepsilon_8 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} & \varepsilon_7 \frac{\varepsilon_{7,8}}{\varepsilon_{5,6}} \end{bmatrix}; \qquad (8б)$$

$$\overline{\overline{\beta}}_{21} = \begin{bmatrix} -\varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} & -\varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} & -\varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} & -\varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} \\ \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} & -\varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} & \varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} & -\varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}} \\ \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{3,4}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{1,2}} & \varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{3,4}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{1,2}} & -\varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{1,2}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{3,4}} & -\varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{1,2}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{3,4}} \\ -\varepsilon_2 \frac{\varepsilon_{3,4}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{1,2}} & \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_{3,4}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{1,2}} & \varepsilon_4 \frac{\varepsilon_{1,2}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{3,4}} & -\varepsilon_3 \frac{\varepsilon_{1,2}\varepsilon_{5,6,7,8}}{\varepsilon_{1,2,3,4}\varepsilon_{3,4}} \end{bmatrix}; \qquad (8в)$$

$$
\overline{\overline{\beta}}_{22}=\begin{bmatrix}
\varepsilon_5\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} & \varepsilon_6\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} & \varepsilon_7\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} & \varepsilon_8\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} \\
-\varepsilon_6\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} & \varepsilon_5\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} & -\varepsilon_8\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} & \varepsilon_7\dfrac{\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}} \\
-\varepsilon_5\dfrac{\varepsilon_{7,8}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{5,6}} & -\varepsilon_6\dfrac{\varepsilon_{7,8}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{5,6}} & \varepsilon_7\dfrac{\varepsilon_{5,6}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{7,8}} & \varepsilon_8\dfrac{\varepsilon_{5,6}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{7,8}} \\
\varepsilon_6\dfrac{\varepsilon_{7,8}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{5,6}} & -\varepsilon_5\dfrac{\varepsilon_{7,8}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{5,6}} & -\varepsilon_8\dfrac{\varepsilon_{7,8}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{7,8}} & \varepsilon_7\dfrac{\varepsilon_{5,6}\varepsilon_{1,2,3,4}}{\varepsilon_{5,6,7,8}\varepsilon_{7,8}}
\end{bmatrix}. \qquad (8є)
$$

Приклад 1. Нехай образ представлено матрицею четвертого порядку

$$
\overline{\overline{O}}_0=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.
$$

Тоді матриці $\overline{\overline{W}}_1,\overline{\overline{W}}_2,\overline{\overline{W}}_3,\overline{\overline{W}}_4$ нормального перетворення кожного рядка мають [6] вигляд

$\overline{\overline{W}}_1 =$

$1/\sqrt{6}$	$2/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	0
$-2/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{6}$	0	$-1/\sqrt{6}$
$-1/\sqrt{30}$	$-2/\sqrt{30}$	$-\sqrt{5}/\sqrt{6}$	0
$2/\sqrt{30}$	$-1/\sqrt{30}$	0	$-\sqrt{5}/\sqrt{6}$

,

$\overline{\overline{W}}_2 =$

$-1/\sqrt{6}$	$2/\sqrt{6}$	0	$1/\sqrt{6}$
$-2/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	$-1/\sqrt{6}$	0
$1/\sqrt{30}$	$-2/\sqrt{30}$	0	$\sqrt{5}/\sqrt{6}$
$2/\sqrt{30}$	$1/\sqrt{30}$	$\sqrt{5}/\sqrt{6}$	0

,

$\overline{\overline{W}}_3 =$

$2/\sqrt{7}$	$-1/\sqrt{7}$	$1/\sqrt{7}$	$1/\sqrt{7}$
$1/\sqrt{7}$	$2/\sqrt{7}$	$-1/\sqrt{7}$	$1/\sqrt{7}$
$-2\sqrt{2}/\sqrt{35}$	$\sqrt{2}/\sqrt{35}$	$\sqrt{5}/14$	$\sqrt{5}/14$
$-\sqrt{2}/\sqrt{35}$	$-2\sqrt{2}/\sqrt{35}$	$-\sqrt{5}/14$	$\sqrt{5}/14$

,

$\overline{\overline{W}}_4 =$

$1/\sqrt{15}$	$-1/\sqrt{15}$	$2/\sqrt{15}$	$3/\sqrt{15}$
$1/\sqrt{15}$	$1/\sqrt{15}$	$-3/\sqrt{15}$	$2/\sqrt{15}$
$-\sqrt{13}/\sqrt{30}$	$\sqrt{13}/\sqrt{30}$	$2\sqrt{2}/\sqrt{195}$	$3\sqrt{2}/\sqrt{195}$
$-\sqrt{13}/\sqrt{30}$	$-\sqrt{13}/\sqrt{30}$	$-3\sqrt{2}/\sqrt{195}$	$2\sqrt{2}/\sqrt{195}$

.

Для цих матриць значення ε_i наступні

$$
\varepsilon_1=\sqrt{6};\varepsilon_2=\sqrt{6};\varepsilon_3=\sqrt{7};\varepsilon_4=\sqrt{15}\,;\ \varepsilon_{1,2}=\sqrt{12};\varepsilon_{3,4}=\sqrt{22};\varepsilon_{1,2,3,4}=\sqrt{34}\ .
$$

Не зважені спектри кожного рядка еталонного образу мають вигляд

$$\bar{\xi}_1=\left[\sqrt{6},0,0,0\right]^{\mathrm{T}};\bar{\xi}_2=\left[\sqrt{6},0,0,0\right]^{\mathrm{T}};\bar{\xi}_3=\left[\sqrt{7},0,0,0\right]^{\mathrm{T}};\bar{\xi}_4=\left[\sqrt{15},0,0,0\right]^{\mathrm{T}}.$$

Зваживши отримані спектри множниками $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$ та підсумувавши зважені спектри, отримаємо

$$\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{7}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{15}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\0\\0\\0\end{bmatrix}=\sqrt{34}\begin{bmatrix}\sqrt{34}\\0\\0\\0\end{bmatrix},\text{ тобто } \rho_1=34,\text{ а } \gamma_1^2=0.$$

Зважимо спектри $\bar{\xi}_i$ ваговими коефіцієнтами другого рядка в (5)

$$-\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}-\sqrt{15}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{7}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\0\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix};\ \rho_2=0;\gamma_2^2=0.$$

Аналогічно при зважуванні спектрів $\bar{\xi}_i$ коефіцієнтами третього та четвертого рядків (5):

$$-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{7}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{15}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\0\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix},$$

$$-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{15}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\sqrt{7}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\0\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\end{bmatrix},$$

для яких $\rho_3=\rho_4=0$; $\gamma_3^2=\gamma_4^2=0$. Тоді, як слід було очікувати, $k_{\text{тр}}=0$.

Приклад 2. Нехай тепер досліджуваний образ $\overline{\overline{O}}_1$ відрізняється від еталонного $\overline{\overline{O}}_1=\begin{bmatrix}1&2&-1&1\\-1&2&1&1\\2&-1&1&1\\1&-1&2&3\end{bmatrix}$. Тоді спектри кожного незваженого рядка мають вигляд

$$\bar{\xi}_1=\left[\sqrt{6},-\frac{1}{\sqrt{6}},0,-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right]^{\mathrm{T}};\bar{\xi}_2=\left[\sqrt{6},-\frac{1}{\sqrt{6}},0,\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right]^{\mathrm{T}};\bar{\xi}_3=\left[\sqrt{7},0,0,0\right]^{\mathrm{T}};\quad \bar{\xi}_4=\left[\sqrt{15},0,0,0\right]^{\mathrm{T}}.$$

Тоді підсумування з вагами дає наступні результати

$$\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}+\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}+\sqrt{7}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\sqrt{15}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\sqrt{34}\begin{bmatrix}\sqrt{34}\\ -2/\sqrt{34}\\ 0\\ 2\cdot\sqrt{5}/\sqrt{34}\end{bmatrix},$$

$$-\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}+\sqrt{6}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}-\sqrt{15}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\sqrt{7}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\sqrt{34}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 2\sqrt{5}/\sqrt{34}\end{bmatrix},$$

$$-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}+\sqrt{7}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\sqrt{15}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\sqrt{34}\begin{bmatrix}0\\ \frac{\sqrt{22}}{\sqrt{3}\sqrt{34}}\\ 0\\ 0\end{bmatrix},$$

$$\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}-\sqrt{6}\frac{\sqrt{22}}{\sqrt{12}}\begin{bmatrix}\sqrt{6}\\ -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0\\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\end{bmatrix}-\sqrt{15}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{7}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\sqrt{7}\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{22}}\begin{bmatrix}\sqrt{15}\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}=\sqrt{34}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ -\sqrt{5}\sqrt{22}/\sqrt{3}\sqrt{34}\end{bmatrix}.$$

Значення коефіцієнтів для обчислення коефіцієнта трансформант мають наступний вигляд $\rho_1 = 34; \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 0$; $\gamma_1^2 = 0,7058823529411766;$ $\gamma_2^2 = 0,5882352941176472; \gamma_3^2 = 0,2156862745098038; \gamma_4^2 = 1,07843137254902.$

Тоді $k_{\text{тр}} = \dfrac{\sqrt{0,70588 + 0,58823 + 0,21568 + 1,07843}}{5,83095}$ = 0,2759060838803126.

Для порівняння з коефіцієнтами трансформант одновимірних сигналів знайдемо середній коефіцієнт трансформант $k_{\text{тр}m}$ (на один рядок)

$$k_{\text{тр}m} = \frac{k_{\text{тр}}}{4} = 0,0689765209700782.$$

Таким чином, запропонований алгоритм обчислення коефіцієнтів трансформант досліджуваних двовимірних образів для числової оцінки ступені подібності/розбіжності таких образів з еталоном достатньо простий і легко реалізується. Успіх реалізації значною мірою залежить від алгоритма формування коефіцієнтів ε_i, $\varepsilon_k \dfrac{\varepsilon_{i,j,}}{\varepsilon_{k,l}}$, $\varepsilon_j \dfrac{\varepsilon_{k,l}\varepsilon_{d,h,m,n}}{\varepsilon_{i,j,k,l}\varepsilon_{i,j,}}, \ldots, \varepsilon_{1,2,\ldots,N}$.

Алгоритм формування коефіцієнтів $\boldsymbol{\varepsilon_i}$, $\boldsymbol{\varepsilon_k \dfrac{\varepsilon_{i,j,}}{\varepsilon_{k,l}}}$, $\boldsymbol{\varepsilon_j \dfrac{\varepsilon_{k,l}\varepsilon_{d,h,m,n}}{\varepsilon_{i,j,k,l}\varepsilon_{i,j,}}, \ldots, \varepsilon_{1,2,\ldots,N}}$

Для ілюстрації алгоритму спочатку розглянемо закономірності формування цих коефіцієнтів. Так, знаки перед коефіцієнтами отримуються аналогічно тому, як це робиться зі знаками елементів матричного оператора дискретного перетворення Адамара. Тобто для знаходження знаків достатньо виконати Кронекерове множення базової матриці $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ на множник $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \overline{\overline{Had}}_2 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \overline{\overline{Had}}_4;$$

$$\overline{\overline{Had}}_4 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \overline{\overline{Had}}_8;\ \overline{\overline{Had}}_8 \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \overline{\overline{Had}}_{16} \ldots \overline{\overline{Had}}_{2^{n-1}} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \overline{\overline{Had}}_{2^n} = \overline{\overline{M}}_0,$$

де $\otimes$ — Кронекерове множення, $\overline{\overline{Had}}_{2^n}$ — матричний оператор перетворення Адамара $S = 2^n$-го порядку.

Матрицю знаків слід поелементно помножити на матрицю $\overline{\overline{M}}_1$ «діючих значень» кожного з рядків матриці образу

$$\overline{\overline{M}}_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \cdots & \varepsilon_{S-1} & \varepsilon_S \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 & \cdots & \varepsilon_S & \varepsilon_{S-1} \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \cdots & \varepsilon_{S-1} & \varepsilon_S \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 & \cdots & \varepsilon_S & \varepsilon_{S-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & \varepsilon_4 & \cdots & \varepsilon_{S-1} & \varepsilon_S \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_4 & \varepsilon_3 & \cdots & \varepsilon_S & \varepsilon_{S-1} \end{bmatrix}. \quad (10а)$$

Наступний множник $\overline{\overline{M}}_2$ має вигляд

$$\overline{\overline{M}}_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \cdots & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} \\ \hline \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \cdots & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \cdots & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} \\ \hline \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{3,4}}{\varepsilon_{1,2}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_{3,4}} & \cdots & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-1,S}}{\varepsilon_{S-3,S-2}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} & \frac{\varepsilon_{S-3,S-2}}{\varepsilon_{S-1,S}} \\ \hline \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \hline \end{array}. \quad (10б)$$

Наведені в матриці $\overline{\overline{M}}_2$ рядки далі повторюються указаним чином до останнього рядка.

Аналогічно, матриця

$$\overline{\overline{M}}_3 = \tag{10в}$$

1	1	1	1	1	1	1	1	$\cdots$	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	$\cdots$	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	$\cdots$	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	$\cdots$	1	1	1	1
$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\cdots$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$
$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\cdots$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$
$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\cdots$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$
$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{5\ldots8}}{\varepsilon_{1\ldots4}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\frac{\varepsilon_{1\ldots4}}{\varepsilon_{5\ldots8}}$	$\cdots$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$	$\frac{\varepsilon_{(S-7)\ldots(S-4)}}{\varepsilon_{(S-3)\ldots S}}$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

Далі рядки матриці $\overline{\overline{M}}_3$ повторюються до останнього рядка цієї матриці.

Аналогічно, матриця $\overline{\overline{M}}_4$ буде мати одиниці в перших 8 рядках та коефіцієнти $\frac{\varepsilon_{9\ldots16}}{\varepsilon_{1\ldots8}}$ в перших 8 стовпцях наступних 8 рядків (з номерами 9…16) та коефіцієнти $\frac{\varepsilon_{1\ldots8}}{\varepsilon_{9\ldots16}}$ у наступних 8 стовпцях. В наступних 8 стовпцях (починаючи з 17-го) будуть коефіцієнти $\frac{\varepsilon_{25\ldots32}}{\varepsilon_{17\ldots24}}$. Далі це будуть коефіцієнти $\frac{\varepsilon_{17\ldots24}}{\varepsilon_{25\ldots32}}$ і т.д.

Нарешті, остання з матриць $\overline{\overline{M}}_{N/2}$ має $N/2$ рядків одиниць, а останні $N/2$ рядків складаються з множників $\frac{\varepsilon_{(N/2+1)\ldots N}}{\varepsilon_{1\ldots N/2}}$ у перших $N/2$ стовпцях, та $\frac{\varepsilon_{1\ldots N/2}}{\varepsilon_{(N/2+1)\ldots N}}$ у наступних $N/2$ стовпцях.

Тоді матриця коефіцієнтів

$$\overline{\overline{\beta}}_{\Sigma} = \overline{\overline{M}}_{\Sigma} = \overline{\overline{M}}_0 \circ \overline{\overline{M}}_1 \circ \overline{\overline{M}}_2 \circ \overline{\overline{M}}_3 \circ \ldots \circ \overline{\overline{M}}_{N/2}, \tag{11}$$

а матричний оператор двовимірного нормального ортогонального перетворення $\overline{\overline{W}}_{1\ldots N}$ можна отримати множенням

$$\overline{\overline{W}}_{1\ldots N}=\begin{bmatrix}\overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \ldots & \overline{\overline{W}}_N\\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \ldots & \overline{\overline{W}}_N\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ \overline{\overline{W}}_1 & \overline{\overline{W}}_2 & \cdots & \overline{\overline{W}}_N\end{bmatrix}\circ\overline{\overline{\beta}}_{\Sigma}. \qquad (12)$$

Формула (12) з урахуванням (10), (11) є достатньо простою, але обчислення спектру досліджуваного образу за цією формулою є надто громіздким. Так, при невеликому порядку N матриці образу $\overline{\overline{O}}_0$, який дорівнює 100, порядок матриці $\overline{\overline{W}}_{1\ldots N}$ дорівнює 10^4, а кількість елементів цієї матриці дорівнює 10^8. При $N=1000$ кількість елементів матриці $\overline{\overline{W}}_{1\ldots N}$ дорівнює 10^{12}. З іншого боку, спектр нормального перетворення досліджуваного образу потрібен лише для обчислення коефіцієнта трансформант (числової міри відмінності між досліджуваним образом та еталоном). Тому слід розглянути можливість зменшення громіздкості обчислень за виразом (12), обчислюючи не спектр, а безпосередньо коефіцієнт трансформант.

Алгоритм обчислення коефіцієнта трансформант досліджуваного образу

Алгоритм обчислення коефіцієнта трансформант досліджуваного образу має наступний вигляд.

1. За відомим алгоритмом формування матричного оператора одновимірного образу (сигналу) сформувати матричні оператори $\overline{\overline{W}}_1,\overline{\overline{W}}_2,\ldots,\overline{\overline{W}}_N$ для кожного з N рядків матриці еталонного образу.

2. Обчислити вагові коефіцієнти $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\ldots,\varepsilon_N;\varepsilon_{1,2},\ldots,\varepsilon_{N-1,N},\ldots,\varepsilon_{1\ldots\frac{N}{2}},\varepsilon_{(N/2+1)\ldots N}$.

Таких коефіцієнтів буде $\approx 2N$, тобто значно менше, ніж елементів матриці $\overline{\overline{W}}_{1\ldots N}$ в (12). При цьому матриця $\overline{\overline{\beta}}_{\Sigma}$ має порядок N.

3. Обчислити нормальні спектри досліджуваного образу для кожного i-го рядка $\overline{\theta}_i$ окремо $\overline{\xi}_i=\overline{\overline{W}}_i\cdot\overline{\theta}_i$.

4. Зважити спектри $\overline{\xi}_i$ вагами ε_i (перший рядок матриці $\overline{\overline{M}}_1$ з урахуванням знаку $\overline{\overline{M}}_0$) та підсумувати елементи рядків для векторів-стовпців зважених спектрів. Окремо записати результат ρ_1 для першого сумарного рядка (діюче значення сигналу еталонного образу) та знайти суму квадратів для усіх інших рядків, що дасть перший частковий результат γ_1^2.

5. Послідовно зважувати спектри $\overline{\xi}_i$ коефіцієнтами зі знаками другого рядка $\overline{\overline{M}}_1$ та, підсумовуючи рядки з однаковим номером зважених векторів-стовпців, знайти використовуючи усі рядки часткову суму γ_2^2 і т.д.

6. Усі отримані часткові суми підсумувати $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \ldots + \gamma_N^2 = \gamma_\sum^2$.

7. Обчислити результуючий коефіцієнт трансформант

$$k_{\text{тр}} = (1/N)\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\gamma_i^2} \,/\, \rho_1 .$$

Висновки

1. Запропоновано алгоритм дискретного нормального ортогонального двовимірного перетворення, який дозволяє обчислювати коефіцієнти трансформант досліджуваних образів зі значною економією кількості операцій, об'єму пам'яті комп'ютера, часу обчислень.

2. Алгоритм достатньо простий та легко реалізується при створенні класифікаторів двовимірних образів за формою їх графоелементів.

3. Алгоритм обчислення коефіцієнта трансформант, запропонований в роботі дозволяє значно зменшити громіздкість розв'язуваної задачі.

Перелік посилань

1. Абакумов В. Г. Біомедичні сигнали (генезис, обробка, моніторинг : Навчальний посібник з грифом МОН України / В. Г. Абакумов, О. І. Рибін. – К. : Нора–Прінт, 2001. – 516 с.

2. Продеус А. Н. Экспертные оценки в медицине : Учебное пособие / А. Н. Продеус, Е. Н. Захрабова. – К. : ВЕК+, 1998. – 318 с.

3. Дидковский В. С. Акустическая экспертиза каналов речевой коммуникации / В. С. Дидковский, М. В. Дидковская. – К. : Имєкс-ЛТД, 2008. – 420 с. – ISBN : 966-8861-85-Х 978-966-8861-85-7.

4. Продеус А. Н. О влиянии алгоритмов спектрального анализа на эффективность распознавания / А. Н. Продеус, В. П. Чередниченко // Вопросы кораблестроения. Сер. Акустика. – 1984. – № 32. – С. 79-82.

5. Рибін О. І. Нормальне дискретне ортогональне перетворення / О. І. Рибін, Ю. Х. Ніжебецька // Вісник НТУУ КПІ. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2008. – № 37. – С. 8-15.

6. Рибін О. І. Алгоритм формування матричного оператора дискретного нормального перетворення / О. І. Рибін, Ю. Х. Ніжебецька // Вісник НТУУ КПІ. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2008. – № 37. – С. 19-27.

7. Рыбин А. И. Анализ подобия и различия образов с использованием нормального ортогонального преобразования / А. И. Рыбин, Ю. Х. Нижебецкая // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2010. – Т. 53, № 3. – С. 58-64.

8. Рыбин А. И. Анализ подобия и различия образов. Модифицированный метод классификации на базе корреляционной матрицы / А. И. Рыбин, Ю. Х. Нижебецкая, О. Н. Кузьменко, И. А. Рыбина // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2010. – Т. 53, № 11. – С. 29–37.

9. Рыбин А. И. Коэффициенты трансформант нормализованных ортогональных преобразований и диагностика пульсограм / А. И. Рыбин, О. Б. Шарпан, Т. В. Сакалош, Е. Г. Григоренко // Вісник НТУУ КПІ. Сер. Приладобудування. – 2005. – № 30. – С. 148-156.

References

1. Abakumov V. H. and Rybin A. I.(2001) *Biomedychni syhnaly : henezys, obrobka,*

monitorynh [Biomedical Signals : Genesis, Treatment, Monitoring], Kyiv, Nora–Print, 516 p.

2. Prodeus A. N. and ZakhrabovaE. N. (1998) *Ekspertnye otsenki v meditsine* [Expert Rating in Medicine], Kiev, VEK+, 318 p.

3. Didkovskii V. S. and Didkovskaya M. V. (2008) *Akusticheskaya ekspertiza kanalov rechevoi kommunikatsii* [Acoustic Examination of Verbal Communication Channels], Kiev, Imєks-LTD, 420 p.. Kyiv, Imeks-LTD, 2008, 420 p.

4. Prodeus A. N. and Cherednichenko V. P. (1984) *O vliyanii algoritmov spektral'nogo analiza na effektivnost' raspoznavaniya* [Impact of spectral analysis algorithms on recognition effectiveness]. *Voprosy Korablestroeniya. Ser. Akustyka*, 1984, No. 32, pp. 79-82.

5. Rybin, A. I. and Nizhebetska, Y. Kh. (2008) Normal discrete orthogonal transformation. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radioteh. Radioaparatobuduv.*, no. 37, pp. 8-15 (in Ukrainian).

6. Rybin, A. I. and Nizhebetska, Y. Kh. (2008) Algorithm of forming matrix operator of discrete normal transformation. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radioteh. Radioaparatobuduv.*, no. 37, pp. 19-27 (in Ukrainian).

7. Rybin, A. I. and Nizhebetskaya Yu. Kh. (2010) Analysis of images similarity and difference using normal orthogonal conversion. *Radioelectron. Commun. Syst.*, Vol. 53, No. 3, pp. 167-172. DOI: http://dx.doi.org/10.3103/S0735272710030076.

8. Rybin, A. I.; Nizhebetskaya, Yu. Kh.; Kuz'menko, O. N. and Rybina, I. A. (2010) Analysis of similarity and difference of images. Modified classification method on a basis of correlation matrix. *Radioelectron. Commun. Syst.*, Vol. 53, No. 11, pp. 591-598. DOI: http://dx.doi.org/10.3103/S0735272710110038.

9. Rybin, A. I.; Sharpan, O. B.; Sakalosh, T. V. and Grigorenko, E. G. (2005) Coefficients of normalized orthogonal transforms and diagnostics of sphygmusgram. *Visnyk NTUU KPI. Ser. Pryladobuduvannia*, No. 30, pp. 148–156 (in Ukrainian).

Рибін О. І., Літвінцев С. М., Сушко І. О. ***Алгоритм нормального дискретного ортогонального перетворення двовимірного образу.*** *В статті на базі алгоритму формування матричного оператора дискретного ортогонального одновимірного перетворення створено алгоритм двовимірного перетворення. Проблема створення двовимірного перетворення полягає в великому порядку матричного оператора, якщо двовимірний образ представляється у вигляді одного рядка, утвореного послідовністю рядків (стовпців) образу. В цьому випадку для матриці образу порядку N порядок матричного оператора становить N2, тобто кількість елементів такого оператора дорівнює N4, що неприпустимо, враховуючи, що для образів N = 256…1024. Отримано просту структуру формування матричного оператора дискретного двовимірного перетворення, урахування якої дозволяє зменшити об’єм пам’яті, необхідної для обчислення коефіцієнта трансформант, до N3, що робить можливим класифікацію образів з матрицями порядку N ≈ 256…1024. Алгоритм проілюстровано на прикладі, обраному виходячи з міркувань простоти перевірки отримуваних результатів.*

Ключові слова: *двовимірне нормальне ортогональне перетворення; класифікація образів; коефіцієнт трансформант*

Рыбин А. И., Литвинцев С. Н., Сушко И. А. ***Алгоритм нормального ортогонального преобразования двумерного образа.*** *В статье на базе алгоритма формирования матричного оператора дискретного ортогонального одномерного преобразования создан алгоритм двумерного преобразования. Проблема создания двумерного преобразования состоит в большом порядке матричного оператора, если двумерный образ представить в виде одной строки, образованной последовательностью строк (столбцов)* *образа. В этом случае для матрицы образа порядка N порядок матричного оператора равен N2, т.е. количество элементов матричного оператора равно N4, что недопустимо, учитывая, что для образов N = 256…1024. Получена простая структура формирования матричного оператора двумерного дискретного преобразования, учет которой позволяет уменьшить объем памяти, необходимой для вычисления коэффициента трансформант, до N3, что делает возможным классификацию образов с матрицами порядка N ≈ 256…1024. Алгоритм проиллюстрирован на примере, выбранном исходя из простоты проверки получаемых результатов.*

Ключевые слова: *двумерное нормальное ортогональное преобразование; классификация образов; коэффициент трансформант*

Rybin A. I., Litvintsev S. N., Sushko I. A. ***Normal orthogonal transformation algorithm of 2D image.*** *A new 2D transformation algorithm based on algorithm of matrix operator formation in 1D discrete orthogonal transformation is presented. Complexity 2D algorithm creation is a high order of matrix operator when 2D image is presented as a sequence of rows (columns). In this case the order of matrix operator is N2 for image matrix of N order. As result, the number of its elements is equal to N4, which is equivalent of huge figure for image, having size N = 256…1024. A simple algorithm for creation of matrix operator in 2D discrete transformation was obtained. It allows reduce to N3 the memory volume, required for transform coefficient calculation. It makes possible to classify images having matrix of order N ≈ 256…1024. The algorithm is illustrated on the example selected from the ease of inspection results.*

Ключевые слова: *2D normal orthogonal transformation; pattern recognition; transform coefficient*