

## РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.372.061 : 391.266

### КОМПЛЕКСНЕ ДИСКРЕТНЕ НОРМАЛЬНЕ ОРТОГОНАЛЬНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Ніжебецька Ю.Х., Рибіна І.О., Якубенко О.А.

Аналіз подібності і різниці між сигналами є однією з важливих задач при діагностиці роботи технічних, біологічних та ін. систем. Серед методів розв'язання такої задачі з чисельною оцінкою степені подібності (або неподібності) досліджуваного та еталонного сигналів перспективними можна вважати методи нормалізації відомих ортогональних перетворень еталонним сигналом (нормалізація за кроком) [1-5], перетворень сигналів за трансформантою ортогонального перетворення (нормалізація за рівнем) [6-10] та дискретні нормальні перетворення з дійсним ядром [11-14], в яких перша трансформанта співпадає з тестовим сигналом. В практиці часто зустрічаються ситуації, коли оцінювання подібності необхідно зробити одразу для двох сигналів [15-16] або для спектрів розкладу в ряд Фур'є (дійсна та уявна частини або модуль та фаза). Тому доцільним виявляється розроблення алгоритму комплексного нормального дискретного перетворення.

Процедура побудови дискретного матричного оператора комплексного нормального перетворення аналогічна до процедури побудови такого перетворення (дійсного) для дійсних еталонних сигналів. Тобто для двох складових з чотирма (для простоти ілюстрації) відліками  $\bar{X}_0 = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ ,  $\bar{Y}_0 = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4]^T$ , де  $T$  – знак транспонування, матричний ненормований оператор першого комплексного нормального перетворення має вигляд

$$\overline{\overline{W}}_1 = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & 0 & 0 \\ -z_2 & z_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_3 & z_4 \\ 0 & 0 & -z_4 & z_3 \end{bmatrix},$$

де  $z_i(t) = x_i(t) + jy_i(t)$ .

Добуток  $\overline{\overline{W}}_1 \cdot \bar{Z}_0$ , де  $\bar{Z}_0 = \bar{X}_0 + j\bar{Y}_0$ , дає, як і очікувалось, результат

$$\bar{Z}_1 = \left[ (z_1^2 + z_2^2)0 \ (z_3^2 + z_4^2)0 \right]^T.$$

Для отримання матричного оператора першого часткового нормального перетворення слід, як відомо [11], обчислити добуток

$$\overline{\overline{W}}_1 \cdot \overline{\overline{W}}_1^T = \text{diag}\{\xi_1 \ \xi_1 \ \xi_2 \ \xi_2\},$$

де  $\xi_1 = z_1^2 + z_2^2$ ;  $\xi_2 = z_3^2 + z_4^2$ ;  $\text{diag}\{\cdot\}$  – діагональна матриця.

Поділивши тепер перший і другий рядок матриці на  $\sqrt{\xi_1}$ , а третій та четвертий – на  $\sqrt{\xi_2}$ , одержимо матрицю першого часткового дискретного перетворення  $\overline{W}_{1N}$ .

Цікаво, що на відміну від дискретного перетворення Фур'є

$$\overline{W}_{1N} \cdot \overline{W}_{1N}^{*T} \neq \overline{E}, \quad (1)$$

де \* - знак комплексного спряження;  $\overline{E}$  – одинична матриця.

В той самий час добуток комплексних матриць

$$\overline{W}_{1N} \cdot \overline{W}_{1N}^T = \overline{W}_{1N}^T \cdot \overline{W}_{1N} = \overline{E}.$$

Властивість (1) позначається і на відміні форми запису перетворення RTF [17-19] для комплексних сигналів  $\bar{z}_i$  від випадку, коли дія описується дійсною функцією. Так для комплексної дії  $\bar{z}_i$  реакція  $\bar{f}_i$  обчислюється за виразом

$$\bar{f}_i = \overline{W}_N^T \cdot \overline{P}_1 \cdot \overline{K}(\lambda) \cdot \overline{P}_2^T \cdot \overline{W}_N \cdot \bar{z}_i, \quad (2)$$

де  $\overline{K}(\lambda)$  – діагональна матриця функції кола, що пов'язує реакцію  $\bar{f}_i$  та комплексну дію  $\bar{z}_i$ , номер діагоналі якої відповідає номеру власного значення, розташованого на одиничному колі [19] або кардіоїді [13,14]. Це власне значення  $\lambda_i$  підставлене у вираз для функції кола замість оператора  $p$  перетворення Лапласа. При цьому

$$\overline{W}_N^T \cdot \overline{P}_1 = \overline{F}_H^* ; \overline{P}_2^T \cdot \overline{W}_N = \overline{F}_H \quad (3)$$

де  $\overline{F}_H$  – нормований множником  $1 / \sqrt{N}$  матричний дискретний оператор прямого перетворення Фур'є.

З (3) витікає

$$\overline{P}_1 = \overline{W}_N \cdot \overline{F}_H^* ; \overline{P}_2^T = \overline{F}_H \cdot \overline{W}_N^T,$$

тобто  $\overline{P}_1 \neq (\overline{P}_2^T)^*$ .

Сама ж процедура формування дискретного матричного оператора нормального перетворення для еталонного комплексного сигналу співпадає з аналогічною процедурою при дійсному еталонному сигналі.

В алгоритмі формування матриці нормального перетворення [12] при цьому слід усі дійсні відліки  $x_i$  [12] замінити на комплексні  $\bar{z}_i$ .

Нормальне перетворення дискретних відліків комплексного сигналу можна організувати і для дійсної та уявної складових окремо.

Тобто знайти дискретне нормальне перетворення  $\overline{W}_R$  для дійсної частини  $\bar{X}_i$  сигналу

$$\bar{X}_{\xi R} = \overline{W}_R \cdot \bar{X}_i \quad (4a)$$

та уявної

$$\bar{Y}_{\xi l} = \overline{\overline{W}}_l \cdot \bar{Y}_l, \quad (46)$$

де  $\bar{X}_{\xi R}, \bar{Y}_{\xi l}$  - стовпці дискретних нормальних спектрів відповідно дійсної та уявної складових;  $\overline{\overline{W}}_l$  - дискретний матричний оператор нормального перетворення з дійсним ядром уявної складової еталонного сигналу.

У випадку реалізації нормального перетворення (4) еталонного сигналу кожен з векторів  $\bar{X}_{\xi R}, \bar{Y}_{\xi l}$  буде мати лише по одній ненульовій (першій) трансформанті. При цьому ясно, що на відміну від перетворення  $\overline{\overline{W}}_N$  в (3), де перша трансформанта комплексного перетворення еталонного сигналу буде дійсним числом, перша трансформанта  $z_{\xi 1} = x_{\xi 1} + jy_{\xi 1}$  буде числом комплексним.

Перетворення RTF для обчислення реакції лінійної системи виду (2) для перетворення (4) матиме наступний вигляд

$$\begin{aligned} \bar{f}_{iR} &= \overline{\overline{W}}_R^{*T} \cdot \overline{\overline{P}}_R^* \cdot \overline{\overline{K}}(\lambda) \cdot \overline{\overline{P}}_R^T \cdot \overline{\overline{W}}_R \cdot \bar{s}_{iR}; \\ \bar{f}_{iI} &= \overline{\overline{W}}_I^{*T} \cdot \overline{\overline{P}}_I^* \cdot \overline{\overline{K}}(\lambda) \cdot \overline{\overline{P}}_I^T \cdot \overline{\overline{W}}_I \cdot \bar{s}_{iI}; \\ \bar{f}_i &= \bar{f}_{iR} + j\bar{f}_{iI}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $\bar{s}_{iR}, \bar{f}_{iR}$  - дійсні частини відліків дії та реакції відповідно;  $\bar{s}_{iI}, \bar{f}_{iI}$  - уявні частини відліків відповідно дії та реакції;  $\overline{\overline{P}}_R, \overline{\overline{P}}_I$  - матриці власних векторів, які обчислюють за співвідношеннями

$$\overline{\overline{P}}_R^T \cdot \overline{\overline{W}}_R = \overline{\overline{P}}_I^T \cdot \overline{\overline{W}}_I = \overline{\overline{F}}_H,$$

де  $\overline{\overline{F}}_H$  - нормований матричний оператор прямого перетворення Фур'є.

Нарешті, третьою формою дискретного нормального комплексного ортогонального перетворення є перетворення дискретних відліків амплітуди  $A$  та фази  $\bar{\varphi}$  комплексного сигналу аргументу  $t$  —  $z(t) = A(t)e^{j\varphi(t)}$ .

Для цього окремо для вектора амплітуд  $\bar{A}_t$  за алгоритмом [12] формується матричний оператор нормального перетворення  $\overline{\overline{W}}_A$ , а для дискретних відліків фази  $\bar{\varphi}_t$  - оператор  $\overline{\overline{W}}_\varphi$ . Тоді

$$\bar{A}_\xi = \overline{\overline{W}}_A \cdot \bar{A}; \quad \bar{\varphi}_\xi = \overline{\overline{W}}_\varphi \cdot \bar{\varphi}, \quad (6)$$

де  $\bar{A}_\xi, \bar{\varphi}_\xi$  - відповідно вектор відліків амплітуд та фаз нормального спектра амплітуд і фаз.

Так само, як і для перетворень (1) та (4), спектри еталонного сигналу  $z_e(t)$  мають ненульові перші трансформанти. Але ясно, що алгоритми розрахунку реакції лінійної системи виду (2), (5) для нормального перетворення (6) створити неможливо.

### Реалізація комплексного нормального перетворення

Програму створення дискретного оператора комплексного нормального перетворення проілюструємо на прикладі оцінки подібності динамічно введеного підпису.

На рис. 1а наведено математичні очікування динамічно введеного підпису особи №1 часових проекцій на горизонтальну  $x_1(t)$  та вертикальну  $y_1(t)$  осі, а на рис. 2а та 2б – особи №2.

За математичним очікуванням

$$z_1(t) = x_1(t) + jy_1(t)$$

створено матричний дискретний оператор комплексного нормального перетворення.

На рис.3а та 3б відповідно зображені математичні очікування модуля та фази особи №1, а на рис.4а і 4б – особи №2.

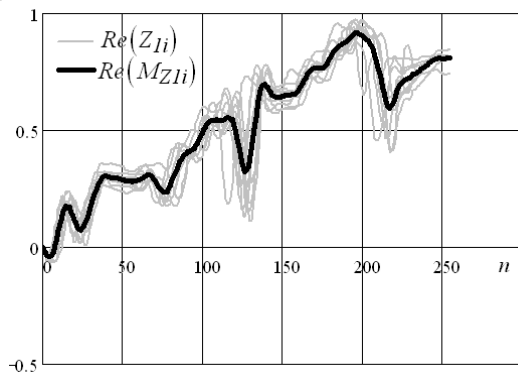


Рис.1а

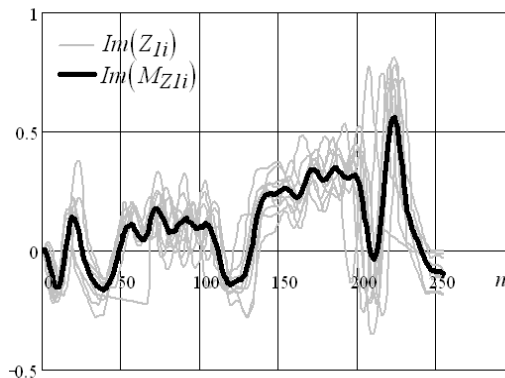


Рис.1б

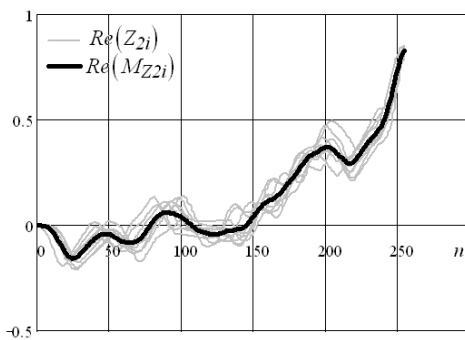


Рис.2а

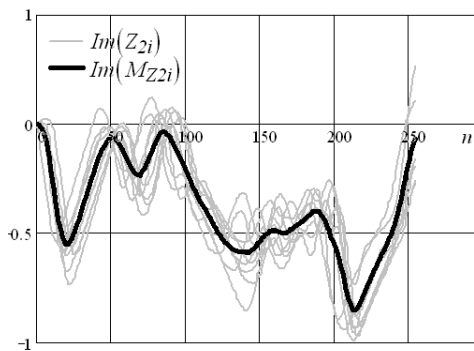


Рис.2б

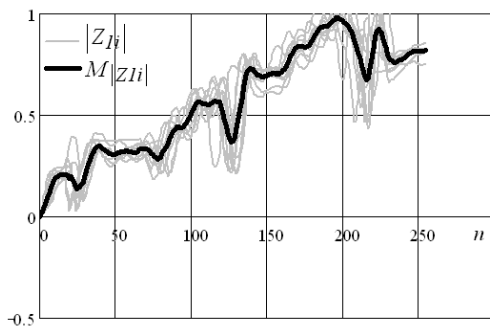


Рис.3а

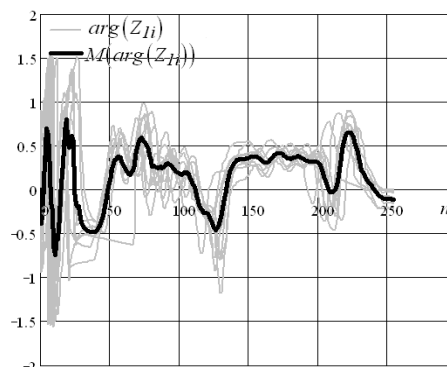


Рис.3б

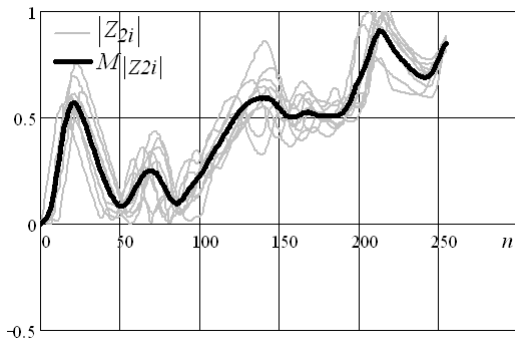


Рис.4а

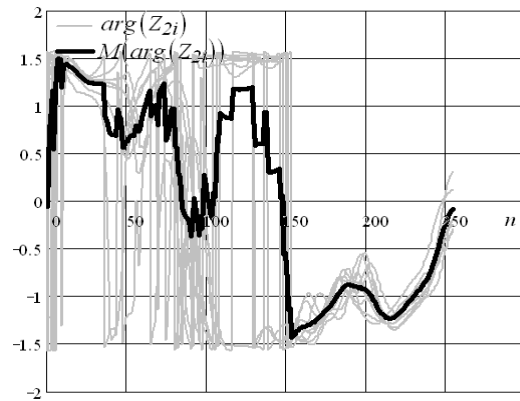


Рис.4б

Динамічно введені підписи осіб №1 та №2 було статистично оброблено на ансамблях реалізації, що вміщували по 30 підписів.

При цьому математичні очікування підписів та їх дисперсії було отримано для представлень сигналу у вигляді  $z(t) = x(t) + jy(t)$  окремо для дійсної та уявної складової, а також для модуля і фази  $z(t) = A(t)e^{j\varphi(t)}$ .

За отриманими математичними очікуваннями рис.1 – 4 для осіб №1 та №2 було побудовано відповідні дискретні матричні оператори, відповідно до виразів (4), (6). Після цього по одній реалізації підписів осіб №1 та №2 було знайдено спектри дискретних нормальних перетворень для дійсних та уявних складових комплексного динамічного підпису  $z(t)$  та окремо для його модуля і фази.

Коефіцієнти трансформант  $K_{nl}^{(m)}$  для особи №  $n$  ( $n = 1,2$ ) та класифікаторів  $m$ ,  $l = 4,6$  (відповідно виразам (4), (6)), створених для підписів цих осіб ( $m = 1$  – підпис подається на класифікатор тієї особи, за підписами якої він створений) мають наступні значення:

Для дійсної  $R$  та уявної  $I$  частин:

$$\begin{aligned} K_{14R}^{(1)} &= 0.15 & K_{24R}^{(2)} &= 1.0 \\ K_{14I}^{(1)} &= 0.37 & K_{24I}^{(2)} &= 2.1. \end{aligned}$$

Для модуля  $A$  та фази  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} K_{16A}^{(1)} &= 0.15 & K_{26A}^{(2)} &= 1.5 \\ K_{16\varphi}^{(1)} &= 0.36 & K_{26\varphi}^{(2)} &= 3.6. \end{aligned}$$

Отримані результати свідчать про достатньо високу чутливість запропонованих методів класифікації комплексних функцій, хоча б для ідентифікації особи за динамічно введеним підписом.

1. Запропоновані в роботі комплексні дискретні нормальні ортогональні перетворення дозволяють за коефіцієнтами трансформант чисельно оцінювати подібність та відмінність порівнюваних комплексних

сигналів, що зумовлює їх перспективність.

2. Перспектива подальшого розвитку запропонованого підходу може бути пов'язана з аналізом впливу відхилень як параметрів компонентів системи, так і вихідних сигналів від їх еталонних і номінальних значень.

#### **Література**

1. Рыбин А.И. Нормализация дискретных ортогональных преобразований тестовым сигналом // Радиоэлектроника. – 2004 – №7 с.39-46. (Изв. вузов)
2. Рибін О.І., Шарпан О.Б. Діагностичні можливості процедури нормалізації ортогональних функцій при аналізі пульсограм // Вісник ЖДТУ. Технічні науки. – 2004 – т.1 – №4 с.144-149.
3. Рибін О.І., Сакалош Т.В., Шарпан О.Б. Аналіз пульсограм на базі процедури нормалізації ортогональних перетворень REX//Наукові вісті НТУУ „КПІ” 2005. №4. с.29-33.
4. Рибін О.І., Данилевська В.Г. Погоджена фільтрація на базі ортогональних перетворень // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007 – Вип.35. – с. 15-20.
5. Данилевська В.Г., Луцук О.В., Рибін О.І., Шарпан О.Б. Особливості і можливість діагностики за нормалізованим перетворенням Фур'є пульсового сигналу // Електроніка и связь. – 2006 – №2 – с.49-54.
6. Рибін О.І., Мельник А.Д. Погоджена фільтрація сигналів при зміні масштабу їх аргументів на базі нормалізованих вейвлет-функцій // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007 – Вип.34. – с.18-24.
7. Мельник А.Д., Рибін О.І. Нормалізація тестового сигналу зі збереженням еквідистантного кроку дискретизації // вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007 – Вип.34. – с.24-29.
8. Мельник А.Д., Рыбин А.И. Нормализация эталонного сигнала с постоянным шагом дискретизации // Радиоэлектроника. – 2008 – №1 – с.71-75. (Изв. вузов).
9. Рыбин А.И., Мельник А.Д. Согласованная нормализованная фильтрация сигналов // Радиоэлектроника. – 2008 – №2 – с.77-80. (Изв. высш. учеб. заведений) .
10. Рыбин А.И., Мельник А.Д. Согласованная вейвлет-фильтрация сигналов с измененным масштабом // Радиоэлектроника. – 2008 – №3 – с.76-80. (Изв. вузов).
11. Рибін О.І., Ніжебецька Ю.Х. Нормальне дискретне ортогональне перетворення // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка Радіоапаратобудування. – 2008 – №37. – с.8-15.
12. Рибін О.І., Ніжебецька Ю.Х. Алгоритм формування матричного оператора дискретного нормального перетворення // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2008 – №37 – с.19-27.
13. Ильясова Ю.Х., Шарпан О.Б. анализ линейных систем в области преобразования RTF при неминимальных разностных уравнениях // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007 – Вип. 35. – с.23-29.
14. Ніжебецька Ю.Х., Рибін О.І., Ткачук А.П., Шарпан О.Б. Нормальне дискретне перетворення сигналу довільної форми//Наукові вісті НТУУ „КПІ”. – 2008 №4. С.34-40.
15. Бойко І., Лупенко С., Луцків А. Математичне моделювання та статистичні методи обробки динамічного підпису для задач аутентифікації особи в інформаційних системах // Електроніка та системи управління. – К.: НАУ, 2006 – №2(8). – С.27-34.
16. Бойко І., Лупенко С., Луцків А. Оцінювання ймовірносних характеристик динамічно введеного підпису для задач аутентифікації особи в інформаційних системах // Електроніка та системи управління. – К.: НАУ, 2006 – №4(10). – С.15-27.
17. Рибін О.І., Ткачук А.П. Аналіз лінійних систем в області трансформант перетворення Уолша-Адамара // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2006 – Вип. 33. – С.14-23.

18. Рибін О.І., Ткачук А.П. Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення EIWAL // Вісник НТУУ „КПІ”. Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2006 – Вип. 33. – С.147-154.

19. Рыбин А.И., Ткачук А.П. Анализ линейных систем в области трансформант собственных частот преобразования RTF//Радиоэлектроника. 2006. №11.С.56-63.(Изв. вузов)

*Ніжебецька Ю.Х., Рибіна І.О., Якубенко О.А*

**Комплексне дискретне нормальне ортогональне перетворення.** Запропоновано алгоритм формування матричного оператора дискретного нормального ортогонального комплексного перетворення, показано можливість його застосування для аутентифікації особи за динамічно введеним підписом.

**Ключові слова:** ортогональне перетворення, нормальне ортогональне перетворення

*Нижебецкая Ю.Х., Рыбина И.А., Якубенко А.А. Комплексное дискретное нормальное ортогональное преобразование.* Предложен алгоритм формирования матричного оператора дискретного нормального ортогонального комплексного преобразования, показана возможность его применения для аутентификации личности по динамически введенной подписи.

**Ключевые слова:** ортогональное преобразование, нормальное ортогональное преобразование

*Nizhebetska I, Rybina I, Yakubenko A. Complex Discrete Normal Ortogonal Transform. The algorithm of forming matrix operator of discrete normal orthogonal complex transform is offered, possibility of its application for the authentication of person after the dynamically entered signature is shown.*

**Key words:** orthogonal transformation, normal orthogonal transformation

УДК 621.372.061

## РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ ЗА УМОВОЮ ОПТИМІЗАЦІЇ ФОРМИ РЕЗУЛЬТУЮЧОЇ ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ

*Наталенко С.С. Рибін О.І.*

Модель деградації образу  $z(x, y)$ , відтворюваного системою відображення і лінійному наближенні, можна представити у вигляді [1,2]

$$z(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} O(x', y') g(x - x', y - y') dx' dy' + v(x, y), \quad (1)$$

де  $O(x, y)$  — вихідний образ,  $g(x, y)$  — імпульсна характеристика системи (не точкова);  $v(x, y)$  — невідома реалізація адитивного шуму.

Найбільш розповсюдженими є методи реставрації, такі, що за відомою імпульсною характеристикою  $g(x, y)$ , отриманим спотвореним (деградованим) образом  $z(x, y)$  та апіорною інформацією про адитивний шум  $v(x, y)$ , дозволяють знайти оцінку образу  $\hat{O}(x, y)$ , яка б за обраними критеріями мало відрізнялася від вихідного образу  $O(x, y)$  і при цьому рівень шуму в реставрованому образі не перевищував би рівень шуму в (1) [1,2].

Інший підхід [1] до розв'язання задачі реставрації полягає у побудові