УДК 621.396:519.15

МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНИХ ДИСКРЕТНИХ СИГНАЛІВ НА КІЛЬЦЕВИХ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ[1]

Різник В.В., д.т.н., професор
Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна,
rvv@polynet.lviv.ua

MODELS OF OPTIMUM DISCRETE SIGNALS ON THE RING COMBINATORIAL CONFIGURATIONS

Riznyk V. V., Doctor of Engineering, Professor
L'viv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine

Вступ

Для сучасних систем радіолокації і зв'язку важливе значення мають методи побудови та способи кодування дискретних сигналів. Велику групу становлять кодові послідовності і сигнали, у яких модуляція амплітуди і фази здійснюється в дискретні моменти часу. До них належать також бінарні дискретні сигнали у вигляді імпульсних послідовностей різної довжини, кратної інтервалу дискретності. Ці та інші сигнали можуть бути використані для побудови складніших одно- й багатовимірних сигналів, які задовольняють відповідні вимоги до конкретно поставлених задач. Значних успіхів в розгортанні досліджень, пов'язаних із синтезом оптимальних дискретних сигналів, було досягнуто, завдяки використанню сучасних системних методів і теорії комбінаторних конфігурацій. Перехід від традиційних теоретико-множинних до системних принципів опису об'єктів поруч із використанням комбінаторних методів оптимізації дозволяє знаходити нові підходи до ефективного вирішення багатьох задач радіолокації, телекомунікації та електрозв'язку.

Огляд методів оптимізації

Для синтезу оптимальних дискретних сигналів широко використовується математичний апарат сучасної теорії комбінаторних конфігурацій, таких як досконалі різницеві множини (perfect difference sets) [1], розширені поля Ґалуа (Galois Fields) [2] та інші комбінаторні конструкції [3]. Один з підходів до синтезу оптимальних дискретних сигналів базується на використанні властивостей «досконалих циклічних співвідношень», за якими всі числа цього співвідношення й усі суми поруч розміщених чисел утворюють натуральний ряд від 1 до n^2-n +1, де n – кількість чисел у співвідношенні [4]. В інших публікаціях структури з цими властивостями мають

[1] http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1164

назву «ідеальна кільцева в'язанка», також «ідеальне кільцеве відношення» (ІКВ) [5-8], а в зарубіжних публікаціях: Vjazanka [9], Gold Ring Bundle (GRB) [10-12], Golden Numerical Ring (GNR) [13], Idealny Pierścień Liczbowy (IPL) [14, 15], Złoty Pierścień Liczbowy" (ZPL) [16]. В роботі [5] було запропоновано метод синтезу оптимальних дискретних систем на основі згаданих співвідношень, у вигляді системи взаємопов'язаних просторовою структурою множини чисел натурального ряду і множини координат розміщення цих чисел на розгорнутій поверхні тору. Дослідження тонкої структури дво- і тривимірних ІКВ дозволило типізувати їх комбінаторні властивості на геометричних конструкціях вищих вимірів, спрямувавши розвідку в напрямі виявлення нових кластерів ІКВ з унікальними груповими властивостями. В [18] з'явилося повідомлення про відкриття кластеру ІКВ «Зірка Слави України» з невідомими раніше властивостями, за яких переставляння місцями наявних векторних елементів всередині кільцевої структури зберігає унікальність ІКВ. Кластер «зіркових» ІКВ збагачує можливості опрацювання регулярних методів побудови нового класу t-вимірних оптимальних дискретних сигналів. Велику групу становлять векторні ІКВ зіркового типу, які відрізняються між собою лише кількома елементами, зберігаючи свої унікальні властивості.

Дослідження проблеми існування, переліку та способів побудови вищезгаданих математичних структур на основі використання полів Ґалуа й теорії циклічних різницевих множин здійснено в [5-8, 20]. Опрацювання нетрадиційних підходів та алгоритмів синтезу повних сімей одно- і багатовимірних ІКВ з використанням їх ізоморфних перетворень й групових властивостей висвітлено в [7-8, 17, 18, 25]. В працях [7, 8, 19, 20] здійснена спроба теоретичного узагальнення комбінаторних властивостей багатовимірних моделей дискретних систем, побудованих на множині взаємопов'язаних математичних об'єктів та операцій (алгебри в'язанок) з класифікацією за рядом ознак. Результати дослідження умов існування й обчислення потужності множин повних сімей ІКВ з відповідними таблицями побудованих повних сімей одновимірних ІКВ до 30-го порядку та обчисленням потужності повних сімей ІКВ до 1000-го порядку були опубліковані в [7,20] та в інших працях.

Для синтезу бінарних сигналів й оптимальних кодових послідовностей, які використовуються в сучасних радіосистемах різного призначення, переважно застосовують математичний апарат теорії скінченних полів [1, 2]. Класичні методи синтезу комбінаторних конфігурацій, які базуються на теорії полів Ґалуа й різницевих множин, не дають повної гарантії щодо знаходження усіх їх варіантів з-за необхідності пошуку відповідних полів для кожного окремого випадку [2]. На відміну від згаданих методів були розроблені алгоритми для генерації повних сімей ІКВ та циклічних проективних площин [1], синтез яких не пов'язаний з класичною теорією комбінаторних конфігурацій [21-22]. В працях [7, 20] описані регулярні методи синтезу повних сімей одно- й багатовимірних ІКВ.

Кільцева структура системи, як відомо, забезпечує майже вдвічі більшу стосовно ланцюжкового впорядкування елементів кількість її дискретних станів, тому в основу методу комбінаторної оптимізації була покладена модель системи з кільцевою структурою. Принцип оптимальних структурних відношень (ОСВ) базується на можливості розширення діапазону гармонічних (пропорційних числам натурального ряду) частин цілого шляхом розбиття симетричного простору на асиметричні суміжні сектори за «ідеальним кільцевим відношенням» (ІКВ) [5]. Множина різної величини секторів, утворених на такому розбитті, перелічує множину чисел натурального ряду 1,2,…, $n(n$-1) за круговою шкалою відліку, де n - число позначок [4]. Залежно від поставленої задачі, принцип ОСВ дозволяє формувати оптимальні дискретні сигнали у вигляді унітарного (одиничного) [7], двійкового монолітного [7, 10-13, 17, 18, 20, 23-27], двійкового циклічного [7, 20] кодів, або бінарних імпульсних послідовностей [14-16]. Теоретичним підґрунтям ІКВ-структур є алгебрична теорія чисел [1], теорія комбінаторних конфігурацій [2] і алгебра в'язанок (В-алгебра) [7]. Одновимірні ідеальні кільцеві в'язанки за додаванням утворюються на замкненій (кільцевій) послідовності одновимірних векторів (відстаней між імпульсами, ширини імпульсів тощо), а t- вимірні – на послідовності t-кортежів (t-вимірних векторів). Множина усіх утворених таким способом кільцевих вектор-сум вичерпує множину значень просторових координат вузлових точок t-вимірної сітки, яка покриває фіксоване число разів поверхню тору відповідної розмірності [18, 23]. Оптимізація дискретних систем ґрунтується на унікальних властивостях просторової обертової симетрії та асиметрії, віддзеркалених в ідеальних кільцевих відношеннях [17, 24].

До кластеру t–вимірних ІКВ належать кільцеві n–послідовності цілочислових t–кортежів, множина значень яких, разом із множиною значень усіх кільцевих (обчислених з урахуванням відповідних модулів) вектор-сум, утворених на цих t–кортежах, покриває множину вузлових точок координатної сітки з t циклічно замкненими осями координат на поверхні тороїду відповідної розмірності [17, 25-26]. Векторні ІКВ охоплюють широке коло комбінаторних конструкцій– від ідеальної кільцевої в'язанки чисел до багатовимірних структур ІКВ з прямим виходом на їх практичне застосування в гідро- і квантовій акустиці [11-13], радіо- та електрозв'язку [19, 24, 25] й сучасних векторних оптимальних інформаційних технологіях [26, 27]. Встановлено, що деякі різновиди одновимірних ІКВ за своїми комбінаторними властивостями є аналогами класичних комбінаторних конфігурацій, таких як різницеві множини, блок-схеми, адамарові матриці, скінченні проективні площини і ін. [1, 2]. Двовимірні й багатовимірні векторні ІКВ становлять новий клас ще мало вивчених векторних комбінаторних конструкцій [7,10-13,17-18,20,23,25-27], які за своєю чисельністю в десятки разів перевершують класичні комбінаторні конфігурації [18,23,25].

Постановка задачі

Оптимізація дискретних сигналів охоплює багато задач радіолокації, телемеханіки та електрозв'язку, які пов'язані з подоланням складності існуючих методів та алгоритмів синтезу бінарних кодованих сигналів й імпульсних послідовностей на основі класичної теорії різницевих множин і полів Ґалуа [1, 2]. Тому актуальною постає проблема опрацювання та дослідження відносно простих моделей оптимальних дискретних сигналів. Важливим завданням є встановлення умов існування моделей оптимальних дискретних сигналів на основі дослідження законів просторової обертової симетрії – асиметрії. У більш загальному плані завдання полягає в опрацюванні регулярного методу побудови моделей оптимальних дискретних сигналів, зокрема завадостійких кодових послідовностей та алгоритмів синтезу дискретних сигналів з корисними кореляційними властивостями.

Метод вирішення завдання

В основу методу покладено дослідження комбінаторних властивостей багатоелементних послідовностей зі замкненою (кільцевою) структурою. Розміщення множини елементів на множині позицій послідовності здійснюється так, щоб усі ці елементи, а також набори з двох, трьох і т.д. послідовно розміщених по кільцю елементів траплялися визначене число раз у всій сукупності цих наборів. Метод базується на використанні властивостей комбінаторних конфігурацій з кільцевою структурою, елементи яких взаємопов'язані певними математичними операціями – алгебричної теорії в'язанок (В-алгебри) [7]. Елементами таких конструкцій можуть виступати будь-які об'єкти (не обов'язково математичні), а в радіотехнічних системах – дискретні сигнали і кодові символи. У загальному випадку метод дозволяє розглядати відношення між сумірними підмножинами впорядкованих елементів та їхніми просторовими координатами в базисному полі заданої системи координат. Метою постановки таких задач є розвиток єдиного підходу до побудови моделей оптимальних дискретних сигналів, який базується на використанні унікальних геометричних властивостей обертової симетрії стосовно можливості розбиття кругового поля на асиметричні частини, пропорційні числам ІКВ [5]. Один із підходів передбачає застосування алгоритму генерації повних сімей ІКВ методом їх покрокового «вирощування» на множині чисел натурального ряду [7, 20-22]. Моделі зручно представляти у вигляді кругової діаграми з n точками, які знаходяться на кожному з n концентрично розміщених навколо центру діаграми рівнів. Кожній точці на усіх рівнях від першого до (n-1)-го відповідає інше число ряду, а множина точок і множина з'єднувальних ліній утворюють кругове симетричне поле оптимально розподілених чисел натурального ряду від 1 до S_n–1. Модель набуває вигляду координатної сітки, стягнутої з поверхні тору, де кожне число зустрічалося рівно по одному разу [5]. Така конфігурація утворюється на n- послідовності цілих додатних чисел ($k_1, k_2, \ldots, k_i, \ldots, k_n$), розміщених за кільцевою схемою, де числа та всі суми з двох, трьох і т. д. поруч розміщених чисел перелічують значення чисел натурального ряду від 1 до (S_n–1)/R рівно R разів. Сума S_n всіх n елементів одновимірної ІКВ визначається її параметрами [6] :

$$S_n = \frac{n^2 - n}{R} + 1 \tag{1}$$

Цілочисловий розв’язок рівняння (1) визначає необхідні умови існування ІКВ з параметрами S_n, n , R. З цього рівняння можна бачити, що за умови, коли $n=R$, ІКВ вироджується в кругову S_n- послідовність однакових елементів, утворюючи поле обертової симетрії S_n-го порядку [17, 24]. Звідси прослідковується теоретичний зв'язок між обертовою симетрією та необхідними умовами існування моделей оптимальних дискретних кодових сигналів з параметрами S_n, n, R.

Принцип оптимальних структурних відношень

Метою запровадження принципу оптимальних структурних відношень (ОСВ) є подолання технічного протиріччя між намаганням збільшити інформаційну спроможність системи й бажанням спростити її структуру шляхом зменшення числа елементів та з’єднань в системі. Розглянемо кілька прикладів застосування цього принципу в задачах конструювання оптимальних дискретних сигналів різного призначення. Зручним інструментом для його практичного застосування в оптимізаційних задачах радіотехніки і електрозв’язку є «ідеальна кільцева в’язанка» (ІКВ). В ролі елементів ІКВ можуть фігурувати відстані між сигналами, тривалість кодових імпульсів тощо. Серед великої різноманітності кодових сигналів особливий інтерес викликають циклічні коди, завдяки їх високої ефективності стосовно виявлення і виправлення помилок. Алгоритм побудови коду за допомогою ІКВ з параметрами S_n , n, R передбачає виконання наступних операцій [7].

1. Пронумерувати усі комірки одновимірного масиву довжиною $N = S_n$ та заповнити інформаційними «одиницями» ті з них, порядкові номери яких збігаються з числами z_l, (l=1,2,…, n), визначеними за елементами k_i , (i= 1,2,…, n) ІКВ згідно формули:

$$z_1 = \sum_{i=1}^{l} k_i, \quad l = 1, 2, \ldots, n \tag{2}$$

2. Заповнити порожні комірки масиву інформаційними «нулями».
3. Циклічними зсувами отриманої кодової послідовності знайти решта S_n -1 комбінацій.

Нехай N =7, тоді елементами k_i , (i= 1,2,…, n) ІКВ з параметрами S_n=7, n=4, R=2 є числа k_1= k_2=1, k_3=2, k_4=3. Результати побудови завадостійкого коду за допомогою ІКВ (1, 1, 2 ,3) з вказаними параметрами приведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Код, побудований на основі ІКВ (1,1,2,3)

п/п	Нумерація позицій кодових символів						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	0	1	0	0	1
2	1	1	1	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	1	0
4	0	0	1	1	1	0	1
5	1	0	0	1	1	1	0
6	0	1	0	0	1	1	1
7	1	0	1	0	0	1	1

Легко побачити, що будь-яка пара порівнюваних між собою кодових комбінацій містить рівно R із n «одиничних» символів в однойменних розрядах, що випливає із властивостей ІКВ. Решта n –R символів з однієї й стільки ж з другої комбінації відрізняються від символів, що знаходяться в однойменних розрядах порівнюваних кодових комбінацій. Звідси випливає формула для визначення числа d різнойменних символів, що знаходяться в розрядах з однаковими порядковими номерами порівнюваних послідовностей:

$$d = 2(n-R) \tag{3}$$

В загальному випадку параметри n і R ІКВ можуть обиратися довільно в межах, визначених рівнянням (1), де $n \geq R$, $S_n \geq n$, а кількість t_1 помилок, які підлягають виявленню чи виправленню t_2 за допомогою цього циклічного коду, визначається формулами [7]:

$$t_1 \leq 2(n-R)-1\,; \qquad t_2 \leq n-R-1. \tag{4}$$

Потужність методу кодування збільшується вдвічі (від S_n до $2S_n$), якщо таблицю 1 доповнити таблицею таких же розмірів, у якій символи «1» записані замість «0», і навпаки. При цьому формула (3) для визначення числа d на цій таблиці залишається властивою, а кодову відстань $d_{1,2}$ між кодовими комбінаціями, які знаходяться в різних таблицях, потрібно визначати як різницю

$$d_{1,2} = S_n - 2(n-R), \tag{5}$$

адже будь-яка комбінація з однієї таблиці є доповненням кодової комбінації з другої. Мінімальна кодова відстань для коду, який об’єднує обидві таблиці, визначається як менший з двох результатів, одержаних за (3) та (5).

Із (3) - (5) випливають формули для визначення кількості помилок, які можна виявити або виправити за допомогою циклічного коду вдвічі збільшеної потужності [7]:

$$\left.\begin{array}{l} t_1 \leq 2(n-R)-1 \\ t_2 \leq (n-R)-1 \end{array}\right\}, \text{ якщо } S_n \geq 4(n-R); \tag{6}$$

$$\left.\begin{array}{l} t_1 \le S_n - 2(n-R) - 1 \\ t_2 \le \dfrac{S_n - 2(n-R+1)}{2} \end{array}\right\}, \text{якщо} \quad S_n < 4(n-R). \tag{7}$$

Формули (6) і (7) дають змогу визначати коректувальну здатність двійкових циклічних кодів вдвічі більшої потужності. З порівняння системи математичних співвідношень (6) і (7) випливає, що об'єднаний двома таблицями код здатний виправляти лише на одну помилку менше, порівняно з кодом, утвореним комбінаціями однієї з цих таблиць. Аналіз формул (3)-(7) показує, що зі збільшенням довжини S_n кодових комбінацій оптимізованого ІКВ-циклічного коду його коректувальна спроможність зростає за нелінійним законом, наближаючись до 24 % виправлених помилок при $S_n \approx 100$.

Властивості ІКВ з параметрами (S_n, n) можна використати для виправлення багаторазових помилок за допомогою побудови системи контрольних перевірок циклічних кодів.

Алгоритм побудови системи контрольних перевірок циклічних кодів з мажоритарною схемою декодування на основі ІКВ (k_1, k_2 , …, k_i , …, k_n) передбачає виконання наступних дій.

1. Побудувати n числових послідовностей G_1, G_2,…, G_i ,…, G_n , елементи $g^{(j)}$ яких обчислюються за формулою:

$$g_l^{(j)} = \begin{cases} \sum\limits_{i=j}^{l+i-1} k_i - k_j & ,\text{якщо } l+j-1 \le n \\ \sum\limits_{i=j}^{n} k_i + \sum\limits_{i=1}^{m} k_i - k_j, & \text{якщо } \; l+j-1 > n. \end{cases} \tag{8}$$

Знайдена множина послідовностей чисел – це множина шуканих різниць, у якій кожна ненульова різниця трапляється точно R раз.

2. На основі побудованої множини числових послідовностей скласти систему контрольних перевірок, яка визначає схему декодування для двійкового циклічного коду (S_n, n), де S_n – довжина кодових комбінацій, n - потужність коду.

Приклад побудови систем контрольних перевірок циклічних кодів за допомогою ІКВ (k_1=1, k_2=1, k_3=2, k_4=3), n=4, R=2.

1. За формулою (8) знаходять чотири (n=4) послідовності чисел:

$$G_1=(0,1,3,6); \quad G_2=(0,2,5,6); \quad G_3=(0,3,4,5); \quad G_4=(0,1,2,4). \tag{9}$$

Знайдені послідовності є множиною різниць, де кожна ненульова різниця зустрічається рівно двічі (R = 2).

2. Множині послідовностей (9) ставлять у відповідність наступну систему контрольних перевірок:

$$X_0 + X_1 + X_3 + X_6 = 0, \quad X_0 + X_2 + X_5 + X_6 = 0,$$

$$X_0 + X_3 + X_4 + X_5 = 0, \quad X_0 + X_1 + X_2 + X_4 = 0,$$

де X_i (i=0,1,…,6) –символи, які визначають контрольні співвідношення системи.

Отримана система визначає схему декодування для двійкового циклічного коду (7,4).

Алгоритм базується на методі побудови системи контрольних перевірок циклічних кодів з мажоритарною схемою декодування [29] та використанні комбінаторних властивостей ІКВ [7].

Висновки

Принцип оптимальних структурних відношень (ОСВ) дає можливість опрацювати загальний підхід до комбінаторної оптимізації дискретно-кодованих сигналів. За способом формування моделей оптимальних дискретних сигналів на ІКВ-послідовностях з параметрами n і S_n їх можна розділити на дві групи. До першої належать послідовності з періодом довжиною n, а до другої – S_n-послідовності. Моделі першої групи застосовують, наприклад, для синтезу оптимальних завадостійких самокоректувальних (монолітних) кодів [7] і систем контрольних перевірок циклічних кодів з мажоритарною схемою декодування. Друга група моделей стосується побудови бінарних кодових послідовностей з низьким рівнем функції автокореляції та завадостійких циклічних кодів довжиною S_n, спроможних виправляти до 24 відсотків помилок для $S_n \approx 100$. Дослідження теоретичного зв’язку властивостей ІКВ з обертовою симетрією дозволяє визначати необхідні умови існування моделей оптимальних дискретних сигналів. Дво- та багатовимірні ІКВ за своєю чисельністю перевершують класичні комбінаторні конфігурації в десятки й сотні разів [27]. Кластер «зіркових» ІКВ збагачує можливості опрацювання регулярних методів побудови нового класу багатовимірних оптимальних дискретних сигналів. Запропоновані моделі дозволяють розробляти регулярні методи побудови одно- й багатовимірних оптимальних дискретних сигналів різного призначення.

Перелік посилань

1. Singer J. A theorem in finite projective geometry and some applications to number theory / J. Singer // Transactions of American Mathematical Society. – 1938. – Vol.43, No.3. – pp. 377-385. doi: 10.1007/BFb0067359.

2. Hall M. Jr. Combinatorial Theory / M. Jr. Hall. – Blaisell Publishing Company, 1967. – 470 p.

3. Riznyk V. V. Researches and Applications of the Combinatorial Configurations for Innovative Devices and Process Engineering / V. V. Riznyk, S. W. Golomb ; CRDF Cooperative Grants Program. – Los Angeles, CA 90089-2565, US, 1996.-10 p.

4. А.с. СССР 429276 МПК G 01f 11/00 Способ дозирования веществ / В. В. Ризнык, заявл. 12.06.72; опубл. 25.05.74., Бюл. № 19.

5. Ризнык В.В. Об одном способе оптимального построения дискретных систем / В. В. Ризнык // Электроника и моделирование. – 1975. – Вып. 8. – С.12-15.

6. Ризнык В. В. Идеальные кольцевые отношения и возможности их практического

использования / В. В. Ризнык // Автоматика. – 1981. – №3. – с. 87-90.

7. Різник В. В. Синтез оптимальних комбінаторних систем / В. В. Різник. – Львів : Вища школа, 1989. – 165 с.

8. Різник В. В. Елементи теорії впорядкованих комбінаторних наборів / В.В.Різник // Навч. посібник.- Київ: НМК ВО. – 1992.- 88 с.

9. Riznyk V.V. Application of Perfect Distribution Phenomenon for Acoustics and Music / V. V. Riznyk // Proc. of WSES AMT 2000, Acoustic and Music Conf., Montego Bay. – Jamaica, December 20-22, 2000. – pp. 581-585. Available at: http://www.wseas.us/e-library/conferences/ jamaica2000/papers/58.pdf

10. Riznyk V. V. Multi-dimensional Systems Based on Perfect Combinatorial Models / V. V. Riznyk // Multidimensional Systems: Problems and Solutions. – 1998, London: IEE, Savoy Place. – pp. 5/1-5/4. doi: 10.1049/ic:19980164

11. Riznyk V. Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant radar or sonar systems/ V. Riznyk, O. Bandyrska // European Physical Journal. – Special Topics. – Vol.154, Iss. 1. – 2008. – pp. 183-186. doi: 10.1140/epjst/e2008-00541-2

12. Riznyk V. Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant sonar systems / V. Riznyk, O. Bandyrska, D. Skrybaylo-Leskiv // Archives of Acoustics. – Vol.31, 4(S). – 2006. – pp. 379-384. Available at: http://acoustics.ippt.gov.pl/index.php/aa/article/view/1370

13. Riznyk W. Application of the Golden Numerical Rings for Configure Acoustic Systems of Fine Resolution/ W. Riznyk // Acta Physica Polonica A. – 2011, Vol.119. – pp. 1046-1049. doi: 10.12693/aphyspola.119.1046

14. Різник В. В. Синтез дискретних сигналів з низьким рівнем автокореляційної функції бічних пелюстків за допомогою числових в’язанок / В. В. Різник, О. Я. Різник, Я. П. Кісь // Комп’ютерна інженерія та інформаційні технології. Вісник НУЛП. – 1998. – №351.- с. 132-135.

15. Riznyk V. Application of the perfect combinatorial configurations for configure of high performance sonar systems / V. Riznyk // Hydroacoustics Annual Journal. – 2005. – Vol.8. - Gdynia. – pp. 171-178.

16. Riznyk V. Nonrtdundant 2-D and 3-D sonar systems based on Gold Ring Bundles / V. Riznyk, O. Bandyrska, M. Talan // Hydroacoustics Annual Journal. – 2006. – Vol. 9. – Gdynia. – pp. 151-158.

17. Різник В. В. Комбінаторна оптимізація систем на основі використання спряжених симетричних та асиметричних структур / В. В. Різник // Електротехнічні та комп’ютерні системи. – 2014. – № 13(89). – с. 40-45.

18. Riznyk V. V. Systems Optimization Prospected from Torus Cyclic Groups / V. V. Riznyk // New Development in Pure and Applied Mathematics. – 2015. – Vienna, Austria – pp. 115-119. Available at: http://www.inase.org/library/2015/vienna/bypaper/MAPUR/MAPUR-16.pdf

19. Ризнык В. В. Комбинаторные конфигурации в оптимизационных задачах электросвязи / В. В. Ризнык // Электросвязь. – 1997. – №2. – с.15-17.

20. Різник В. В. Комбінаторні моделі та методи оптимізації в задачах інформатики / В. В. Різник // Навч. посібник. – Київ : НМК ВО. – 1991. – 72 с.

21. Ризнык В. В. Алгоритм построения с помощью ЭВМ полных семейств простых и многократных идеальных числовых отношений/ В. В. Ризнык, О. Я. Ризнык // Контрольно-измерительная техника. – 1985. – №38. – с.128-131.

22. Riznyk V. Application of the perfect combinatorial configurations for constructing non-redundant sonar or acoustic systems / V. Riznyk // 52 Open Seminar on Acoustics join

with Polish-Scandinavian Structured Conference on Acoustics. – 2005, Poznan-Wagrowiec. – pp. 107-110.

23. Riznyk V. V. Multidimensional Systems Optimization Developed from Perfect Torus Groups / V. V. Riznyk // Int. Journal of Applied Mathematics and Informatics. – 2015. – Vol. 9. – pp. 50-54.

24. Riznyk V. Application of the Symmetrical and Non-symmetrical Models for Innovative Coded Design of Signals / V. Riznyk // Modern Problems of Radio Engineering Telecommunications and Computer Science TCSET'2012. – Lviv. – p. 70.

25. Різник В. В. Моделі оптимальних радіосистем на векторних комбінаторних конфігураціях / В. В. Різник // Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. – 2015. – № 60. – с. 45-58.

26. Різник В. В. Моделі оптимальних інформаційних систем на двовимірних комбінаторних конфігураціях / В. В. Різник // Вісник НУЛП «Інформаційні системи та мережі». – 2014. – № 805. – с. 196-204.

27. Різник В. В. Оптимальні коди на векторних комбінаторних конфігураціях / В.В.Різник // Вісник НУЛП «Інформаційні системи та мережі». – 2015. – № 814. – с. 130-138.

28. Riznyk V. Advanced Engineering Based on the Perfect Combinatorial Configurations/ V.Riznyk // Int. Journal of Engineering Technology and Advanced Engineering (IJETAE). – 2011. – Vol. 1, Issue 2. – pp. 124-126.

29. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки / У. Питерсон, Э. Уэлдон. – М. : Мир. – 1976. – 593 с.

30. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л. Е. Варакин. – М. : Радио и связь. – 1985. – 384 с.

References

1. Singer J. (1938) A theorem in finite projective geometry and some applications to number theory. *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 43, no. 3, pp. 377-385.

2. Hall M. Jr.(1967) Combinatorial Theory. Blaisell Publishing Company, 470 p.

3. Riznyk V. V. and Golomb S. W. (1996) Researches and Applications of the Combinatorial Configurations for Innovative Devices and Process Engineering. *CRDF Cooperative Grants Program*, Los Angeles, CA 90089-2565, US, 10 p.

4. Riznyk V. V. (1974) *Sposob dozirovaniya veshczestv* [Method for measure of portions of substances. Patent USSR 429276, G 01F 11/00.

5. Riznyk V. V. (1975) *Ob odnom sposobe optimal'nogo postroyeniya diskretnykh system* [A method of the optimum design of discrete systems]. *Elektronika i modelirovanie*, No 8, pp.12-15.

6. Riznyk V. V. (1981) Ideal'nye kol'tsevye otnosheniya i vozmozhnosti ikh prakticheskogo ispol'zovaniya [An ideal circular relationship and the possibility of their practical use]. *Avtomatika*, No 3, pp. 87-90.

7. Riznyk V. V. (1989) Syntez optymalnykh kombinatornykh system [Synthesis of the combinatorial optimal systems]. Lviv, Vyshcha shkola, 165 p.

8. Riznyk V. V. (1992) Elementy teorii vporiadkovanykh kombinatornykh naboriv [Elements of combinatorial theory of ordered sets]. Kyiv, NMK VO Publ., 88 p.

9. Riznyk V. V. (2000) Application of Perfect Distribution Phenomenon for Acoustics and Music. *Proc. of WSES AMT 2000, Acoustic and Music Conf.*, Montego Bay. Jamaica, pp. 581-585.

10. Riznyk V.V. (1998) Multi-dimensional Systems Based on Perfect Combinatorial

Models. *IEE Colloquium on Multidimensional Systems: Problems and Solutions*, London, Savoy Place, P.5/1-5/4.

11. Riznyk V. and Bandyrska O. (2008) Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant radar or sonar systems. *The European Physical Journal. Special Topics*, Vol.154, P.183- 186.

12. Riznyk V., Bandyrska O. and Skrybaylo-Leskiv D. (2006) Application of the gold ring bundles for innovative non-redundant sonar systems. *Archives of Acoustics*, Vol.31, No 4 (S), pp. 379-384.

13. Riznyk W. (2011) Application of the Golden Numerical Rings for Configure Acoustic Systems of Fine Resolution. *Acta Physica Polonica A*, Vol. 119, pp.1046 -1049.

14. Riznyk V. V., Riznyk O. Ya. and Kis Ya. P. (1998) Syntez dyskretnykh syhnaliv z nyzkym rivnem avtokoreliatsiinoi funktsii bichnykh peliustkiv za dopomohoiu chyslovykh v'iazanok [Synthesis of discrete signals with low side lobe autocorrelation function using numerical chains]. *Visnyk NU "Lvivska politekhnika". Komp'iuterna inzheneriia ta informatsiini tekhnolohii*, No 351, pp. 132-135.

15. Riznyk V. (2005) Application of the perfect combinatorial configurations for configure of high performance sonar systems. *Hydroacoustics Annual Journal*. Vol.8, pp. 171-178.

16. Riznyk V., Bandyrska O. and Talan M. (2006) Nonrtdundant 2-D and 3-D sonar systems based on Gold Ring Bundles. *Hydroacoustics Annual Journal*, Vol. 9, pp. 151-158.

17. Riznyk V.V. (2014) Combinatorial optimization of systems based on symmetric and asymmetric structure usage. *Elektrotekhnichni ta komp'iuterni systemy*, No 13(89), pp. 40-45 (in Ukrainian).

18. Riznyk V.V. (2015) Systems Optimization Prospected from Torus Cyclic Groups. *New Development in Pure and Applied Mathematics*, Vienna, Austria, March 15-17, P.115-119.

19. Riznyk V.V. (1997) Kombinatornye konfiguracyi v optimizacionnykh zadachakh elektrosviazi [Combinatorial configurations in optimized problems of telecommunication]. *Elektrosviaz'*, No 2, pp. 15-17.

20. Riznyk V.V. (1994) Doslidzhennia kombinatornykh konfihuratsii ta ikh zastosuvannia dlia syntezu tekhnichnykh prystroiv i system z neekvidystantnoiu strukturoiu : Avtoref. dys. dokt. tekhn. nauk [Research of the combinatorial configurations and its applications for synthesis of engineering devices and systems with non-uniform structures. Dr. of Sci. (Techn.) diss.]. Vinnycia, 42 p.

21. Riznyk V. V. and Riznyk O. Ya. (1985) Algoritm postroeniya s pomoshch'yu EVM polnykh semeistv prostykh i mnogokratnykh ideal'nykh chislovykh otnoshenii [An algorithm for constructing complete families of simple and multiple ideal numerical relations]. *Kontrol'no-izmeritel'naya tekhnika*. No 38, pp. 128-131.

22 Riznyk V. (2005) Application of the perfect combinatorial configurations for constructing non-redundant sonar or acoustic systems. *52 Open Seminar on Acoustics join with Polish-Scandinavian Structured Conference on Acoustics*, Poznan-Wagrowiec, pp. 107-110.

23. Riznyk V.V. (2015) Multidimensional Systems Optimization Developed from Perfect Torus Groups. *International Journal of Applied Mathematics and Informatics*, Vol. 9, pp. 50-54.

24. Riznyk V. (2012) Application of the Symmetrical and Non-symmetrical Models for Innovative Coded Design of Signals. *Modern Problems of Radio Engineering Telecommunications and Computer Science (TCSET), 2012 International Conference on*, p. 70.

25. Riznyk, V. V. (2015) Models of optimum radio-systems on the vector combinatorial configurations. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radioteh. radioaparatobuduv.*, no. 60, pp. 45-58. (in Ukrainian).

26. Riznyk V. V. (2014) Modeli optymalnykh informatsiinykh system na dvovymirnykh kombinatornykh konfihuratsiiakh [Models of optimum information systems on two-dimensional combinatorial configurations]. *Visnyk NU "Lvivska politekhnika". Informatsiini systemy ta merezhi*, No 805, pp. 196-204.

27. Riznyk V. V. (2015) Optymalni kody na vektornykh kombinatornykh konfihuratsiiakh [Optimum codes on vector combinatorial configurations]. *Visnyk NU "Lvivska politekhnika". Informatsiini systemy ta merezhi*, No 814, pp.130-138.

28. Riznyk V. (2011) Advanced Engineering Based on the Perfect Combinatorial Configurations. *International Journal of Engineering Technology and Advanced Engineering*, Vol. 1, Issue 2, pp.124-126.

29 Peterson W. W. and Weldon E. J. (1972) *Error-correcting codes*. MIT press.

30. Varakin L. E. (1985) *Sistemy svyazi s shumopodobnymi signalami* [Communication system with noise-like signals]. Moskow, Radio i svyaz', 384 p.

Різник В. В. ***Моделі оптимальних дискретних сигналів на кільцевих комбінаторних конфігураціях.*** *Здійснено огляд методів оптимізації дискретних радіосигналів. Запропоновано загальний підхід до конструювання на основі принципу «оптимальних структурних відношень» оптимальних дискретних сигналів різного призначення. Приведені алгоритми побудови систем контрольних перевірок завадостійких циклічних кодів з мажоритарною схемою декодування та завадостійких циклічних кодів. Представлено кластер комбінаторних конфігурацій з невідомими раніше властивостями - «зіркових» ІКВ, які розширюють спектр потенційних можливостей використання дво- й багатовимірних моделей для проектування сучасних систем зв'язку, навігації й розвитку новітніх телекомунікаційних технологій. Досліджено теоретичний зв'язок між обертовою симетрією та необхідними умовами існування моделей оптимальних дискретних сигналів.*

Ключові слова: *дискретний сигнал, кодова послідовність, коректувальна здатність, оптимальний циклічний код, обертова симетрія, принцип оптимальних структурних відношень, синтез оптимальних сигналів.*

Ризнык В. В. ***Модели оптимальных дискретных сигналов на кольцевых комбинаторных конфигурациях.*** *Сделан обзор методов оптимизации дискретных радиосигналов. Предложен общий подход к построению оптимальных дискретных сигналов на основе принципа «оптимальных структурных отношений». Приведены алгоритмы построения систем контрольных проверок циклических кодов с мажоритарной схемой декодирования и кодов, исправляющих до 24% ошибок при длине кодовых комбинаций не более 100 двоичных разрядов. Представлен кластер комбинаторных конфигураций, сохраняющих полезные свойства предложенных моделей оптимальных сигналов при перестановке элементов одного и того же их состава - «Звезды Славы Украины», расширяющий возможности использования многомерных моделей для проектирования современных систем связи, навигации и развития телекоммуникационных технологий. Исследована теоретическая связь между вращательной симметрией и необходимыми условиями существования моделей оптимальных дискретных сигналов.*

Ключевые слова: *дискретный сигнал, кодовая последовательность, корректирующая способность, оптимальный циклический код, вращательная симметрия, принцып оптимальных структурных отношений, синтез оптимальных сигналов.*

Riznyk V. V. ***Models of optimum discrete signals on the ring combinatorial configurations.*** *The innovative techniques for improving the quality indices of radio-signals for com-*

munications and radars with non-uniform structure (e.g. code sequences) with respect to error protection, using novel combinatorial configurations such as cyclic difference sets and Ideal Ring Bundles (IRB)s were regarded. Method for construction of optimum discrete signals, based on these models is proposed. IRBs are cyclic sequences of positive integers, which form perfect partitions of a finite interval [1,N]. The sums of connected sub-sequences of an IRB enumerate the set of integers [1,N-1] exactly R-times. This property makes IRBs useful in applications, which need to partition sets with the smallest possible number of intersections. The models of optimum discrete signals, having previously unknown favorable property, which hold for the same set of the IRBs in varieties permutations of its terms, named the "Glory to Ukraine Stars" have been indicated as a cluster of combinatorial configurations. Some algorithms and useful examples for constructing of optimum cyclic error-correcting codes are presented. It shows that remarkable properties of IRBs have encoded in fine structure of circular symmetry and asymmetry ensembles. There are great classes of new two- and multidimensional IRBs, which being in excess classic models of optimum discrete signals with respect to number and combinatorial varieties. Indicate that the IRBs to be in exceed of classic perfect difference sets multiply.

Keywords: *discrete signal, code sequence, correcting ability, optimal cyclic code, circular symmetry, optimum principle of structural relations, synthesis of optimal signals.*