

УДК 621.396.963:621.391.26

ДВУХСТУПЕНЧАТА АДАПТИВНА КОМПЕНСАЦІЯ АКТИВНИХ ШУМОВИХ ПОМЕХ С ОРТОГОНАЛІЗАЦІЄЙ СИГНАЛІВ ЧАСТИ КОМПЕНСАЦІЙНИХ КАНАЛІВ¹

Жук С. Я.¹, д.т.н., професор, Семібаламут К. М.²

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», г. Київ, Україна,
syadom@freenet.com.ua

²Военно-дипломатическая академия имени Евгения Березняка,
г. Киев, Украина

TWO-STAGE ADAPTIVE COMPENSATION OF ACTIVE NOISE INTERFERENCE WITH SIGNALS ORTHOGONALIZATION OF A PART OF COMPENSATION CHANNELS

Zhuk S. Ya.¹, Doctor of Engineering, Professor; Semibalamut K. M.²

*National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine
Yevhenii Berezniak Military-Diplomatic Academy, Kyiv, Ukraine*

Введение

Для пространственной компенсации активных шумовых помех в радиоэлектронных системах различного назначения широкое применение находят автокомпенсаторы помех на основе цифровых антенных решёток. Задача когерентной компенсации помех в цифровой антенной решётке сводится к определению весовых коэффициентов адаптивного фильтра. Большинство методов определения весовых коэффициентов базируется на получении оценок прямой или обратной корреляционной матрицы (КМ) входных помеховых сигналов [1], что связано со значительными вычислительными затратами. Увеличение мощности вычислительных средств путем простого повышения быстродействия в настоящее время уже практически невозможно, поэтому нужны подходы и средства, которые позволяют реализовать принцип параллельных вычислений. Достаточно перспективным является подход, основанный на ортогональных преобразованиях сигналов [2]. Он позволяет получить алгоритмы, которые обеспечивают параллельную обработку сигналов в соответствии с особенностями параллельных и векторных процессоров и могут быть реализованы на базе систолических структур.

Широкое распространение для синтеза цифровых автокомпенсаторов активных шумовых помех нашел метод наименьших квадратов (МНК) [3, 4], в соответствии с которым минимизируется сумма квадратов модулей погрешностей компенсации помехи. МНК позволяет получить решение

¹ <http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1172>

задачи адаптивной фильтрации в условиях априорной неопределенности характеристик помех. Решение задачи МНК может быть получено с использованием классического LS-алгоритма, который заключается в решении нормальных уравнений, а также рекуррентного RLS-алгоритма калмановского типа [3]. Но полученные на их основе цифровые автокомпенсаторы помех не обеспечивают параллельную обработку и требуют значительных вычислительных затрат.

В статье на основе теоремы разбиения регрессоров на два блока с использованием LS- и RLS-алгоритмов синтезированы двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех, которые обеспечивают параллельную обработку сигналов и возможность подключения/отключения блока компенсационных каналов и соответственно части вычислительных модулей полученного устройства.

Постановка задачи

Пусть цифровая антенная решетка имеет основной канал, на вход которого в i -й момент времени поступает комплексная огибающая помехового сигнала $y(i)$, а также m компенсационных каналов, на входы которых поступают комплексные огибающие помеховых сигналов $x_j(i)$, $j = \overline{1, m}$ [5]. Будем полагать, что помеховые сигналы на основном $y(i)$ и компенсационных входах $x_j(i)$, $j = \overline{1, m}$ связаны соотношением

$$y(i) = \sum_{j=1}^m \beta_j x_j(i) + \varepsilon(i) = \mathbf{x}^T(i) \boldsymbol{\beta} + \varepsilon(i), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}^T(i) = (x_1(i), \dots, x_m(i))$ – вектор, элементами которого являются сигналы на компенсационных входах $x_j(i)$, $j = \overline{1, m}$ в i -й момент времени; β_j , $j = \overline{1, m}$ – неизвестные комплексные весовые коэффициенты; $\boldsymbol{\beta}^T = (\beta_1, \dots, \beta_m)$ – вектор весовых коэффициентов β_j , $j = \overline{1, m}$; $\varepsilon(i)$ – некоррелированная комплексная гауссовская последовательность с нулевым математическим ожиданием и постоянной, но неизвестной дисперсией.

При решении задачи МНК с помощью LS-алгоритма полагается, что отсчеты помеховых сигналов на основном $y(i)$ и компенсационных входах $x_j(i)$, $j = \overline{1, m}$ на временном интервале $i = \overline{1, n}$ известны. Векторно-матричная постановка задачи (1) имеет вид

$$\mathbf{y} = \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m]$ – матрица, состоящая из векторов \mathbf{x}_j , $j = \overline{1, m}$; $\mathbf{x}_j^T = (x_j(1), \dots, x_j(n))$ – вектор, элементами которого являются измерения j -го компенсационного канала $x_j(i)$, $i = \overline{1, n}$; $\mathbf{y}^T = (y(1), \dots, y(n))$ – вектор, эле-

ментами которого являются измерения основного канала $y(i), i = \overline{1, n}$; $\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\varepsilon(1), \dots, \varepsilon(n))$ – вектор, включающий $\varepsilon(i), i = \overline{1, n}$. Вектора $\mathbf{x}_j, j = \overline{1, m}$ получили название регрессоров [6].

Пусть наблюдаемая регрессионная модель (2) представлена в блочном виде

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_1 \boldsymbol{\beta}_1 + \mathbf{X}_2 \boldsymbol{\beta}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3)$$

где $\mathbf{X}_1 = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k]$, $\mathbf{X}_2 = [\mathbf{x}_{k+1}, \dots, \mathbf{x}_m]$ – матрицы; $\boldsymbol{\beta}_1^T = (\beta_1, \dots, \beta_k)$ $\boldsymbol{\beta}_2^T = (\beta_{k+1}, \dots, \beta_m)$ – векторы весовых коэффициентов, при этом $\boldsymbol{\beta}^T = (\boldsymbol{\beta}_1^T, \boldsymbol{\beta}_2^T)$.

Требуется синтезировать оптимальный по критерию наименьших квадратов автокомпенсатор, в котором, в начале выполняется компенсация помехи в основном канале с использованием сигналов компенсационных каналов блока регрессоров \mathbf{X}_1 , а затем компенсация остатка помехи с использованием блока регрессоров \mathbf{X}_2 .

Синтез двухступенчатых цифровых автокомпенсаторов с использованием LS- алгоритма

Согласно теореме о разбиении регрессоров (теоремы Фриша-Вау-Ловелля (FWL)) [6], оптимальный по критерию наименьших квадратов вектор оценок $\hat{\mathbf{y}}$ при декомпозиции уравнения регрессии на два блока \mathbf{X}_1 и \mathbf{X}_2 определяется по формуле

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}_1 \hat{\boldsymbol{\beta}}_1 + \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2, \quad (4)$$

где $\hat{\boldsymbol{\beta}}_1, \hat{\boldsymbol{\beta}}_2$ – векторы оптимальных весовых коэффициентов, которые определяются по формулам

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 = (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H (\mathbf{y} - \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2), \quad (5)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = (\mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2)^{-1} \mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{y}; \quad (6)$$

\mathbf{M}_1 – ортогональный проектор на подпространство $R^\perp(\mathbf{X}_1)$, являющееся ортогональным дополнением $R(\mathbf{X}_1)$ в C^n , который имеет вид

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{I} - \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H = \mathbf{I} - \boldsymbol{\Pi}_1; \quad (7)$$

$\boldsymbol{\Pi}_1$ – проектор на подпространство $R(\mathbf{X}_1)$, определяемый по формуле

$$\boldsymbol{\Pi}_1 = \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H; \quad (8)$$

n – знак транспонирования и комплексного сопряжения.

Вектор остатков $\mathbf{e}^T = (e(1), \dots, e(n))$, содержащий погрешности компенсации помехи на интервале $i = \overline{1, n}$, описывается выражением

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X}_1 \hat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2. \quad (9)$$

Рассмотрим алгоритм вычисления вектора остатков \mathbf{e} при разбиении матрицы регрессоров на два блока (4). Вектор остатков \mathbf{e} можно представить в виде

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H (\mathbf{y} - \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2) - \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2. \quad (10)$$

С учётом (7), (8) выражение (10) можно преобразовать к виду:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{\Pi}_1 (\mathbf{y} - \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2) - \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1) \mathbf{y} - (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1) \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = \mathbf{M}_1 \mathbf{y} - \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2. \quad (11)$$

Первое слагаемое в (11) является проекцией \mathbf{e}_1 вектора \mathbf{y} на подпространство $R^\perp(\mathbf{X}_1)$

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{M}_1 \mathbf{y} = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1) \mathbf{y} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}_1, \quad (12)$$

где $\hat{\mathbf{y}}_1$ – проекция вектора \mathbf{y} на подпространство $R(\mathbf{X}_1)$, являющаяся его оценкой при использовании блока проекторов \mathbf{X}_1

$$\hat{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{y}. \quad (13)$$

Проекция \mathbf{e}_1 характеризует отклонение оценки $\hat{\mathbf{y}}_1$ от вектора \mathbf{y} .

Выполним анализ второго слагаемого в выражении (11). В соответствии со свойствами проектора, соотношение (6) можно преобразовать к виду:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = \left((\mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2)^H \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2 \right)^{-1} \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2 \mathbf{y} = \left((\mathbf{X}_2^\perp)^H \mathbf{X}_2^\perp \right)^{-1} \mathbf{X}_2^\perp \mathbf{y}, \quad (14)$$

где \mathbf{X}_2^\perp – матрица, которая определяется по формуле

$$\mathbf{X}_2^\perp = \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2. \quad (15)$$

В выражении (15) проектор \mathbf{M}_1 последовательно применяется к регрессорам матрицы \mathbf{X}_2 . Поэтому регрессоры матрицы \mathbf{X}_2^\perp являются ортогональными регрессорам \mathbf{X}_1 и образуют ортогональное $R(\mathbf{X}_1)$ подпространство $R(\mathbf{X}_2^\perp)$, при этом $R(\mathbf{X}_1) \cup R(\mathbf{X}_2^\perp) = R(\mathbf{X})$.

Тогда, с учетом (14), (15), второе слагаемое в (12) можно преобразовать к виду

$$\mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2 \hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = \mathbf{X}_2^\perp \hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = \mathbf{X}_2^\perp \left((\mathbf{X}_2^\perp)^H \mathbf{X}_2^\perp \right)^{-1} (\mathbf{X}_2^\perp)^H \mathbf{y} = \mathbf{\Pi}_2^\perp \mathbf{y}, \quad (16)$$

где $\mathbf{\Pi}_2^\perp$ – проектор на подпространство $R(\mathbf{X}_2^\perp)$

$$\mathbf{\Pi}_2^\perp = \mathbf{X}_2^\perp \left((\mathbf{X}_2^\perp)^H \mathbf{X}_2^\perp \right)^{-1} (\mathbf{X}_2^\perp)^H. \quad (17)$$

Таким образом, ошибка

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{\Pi}_2^\perp \mathbf{y}. \quad (18)$$

С учетом ортогональности пространств $R(\mathbf{X}_1)$ и $R(\mathbf{X}_1^\perp)$ представим \mathbf{y} в виде

$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{y}}_1 + \mathbf{e}_1. \quad (19)$$

Поскольку проекция $\hat{y}_1 \in R(\mathbf{X}_1)$ и $R(\mathbf{X}_1) \perp R(\mathbf{X}_2^\perp)$, справедливо соотношение

$$\mathbf{\Pi}_2^\perp \hat{y}_1 = 0. \quad (20)$$

Поэтому

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{\Pi}_2^\perp \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1 - \mathbf{\Pi}_2^\perp (\hat{y}_1 + \mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_1 - \mathbf{\Pi}_2^\perp \mathbf{e}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_2^\perp) \mathbf{e}_1 = \mathbf{M}_2^\perp \mathbf{e}_1, \quad (21)$$

где \mathbf{M}_2^\perp – ортогональный проектор, который имеет вид

$$\mathbf{M}_2^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_2^\perp. \quad (22)$$

Таким образом, вектор остатков \mathbf{e} при разбиении регрессоров на два блока (3), может быть определен в два этапа. На первом этапе на основе матрицы регрессоров \mathbf{X}_1 определяется вектор остатков \mathbf{e}_1 путём проектирования \mathbf{y} на ортогональное дополнение $R^\perp(\mathbf{X}_1)$ по формуле (12), а также выполняется ортогонализация регрессоров второго блока \mathbf{X}_2^\perp на основе соотношения (15). На втором этапе выполняется вычисление вектора остатков \mathbf{e} как проекции \mathbf{e}_1 на пространство $R^\perp(\mathbf{X})$, являющееся ортогональным дополнением $R(\mathbf{X})$ в C^n , с использованием ортогонального проектора \mathbf{M}_2^\perp по формуле (21). Второй этап выполняется после окончания первого этапа.

Структурная схема двухступенчатого цифрового автокомпенсатора активных шумовых помех с использованием LS- алгоритма, на выходе которого определяется остаток \mathbf{e} , при разбиении матрицы регрессоров \mathbf{X} на два блока \mathbf{X}_1 и \mathbf{X}_2 с размерностями $k \times k$ и $(m-k) \times (m-k)$ соответственно, представлена на рис. 1.

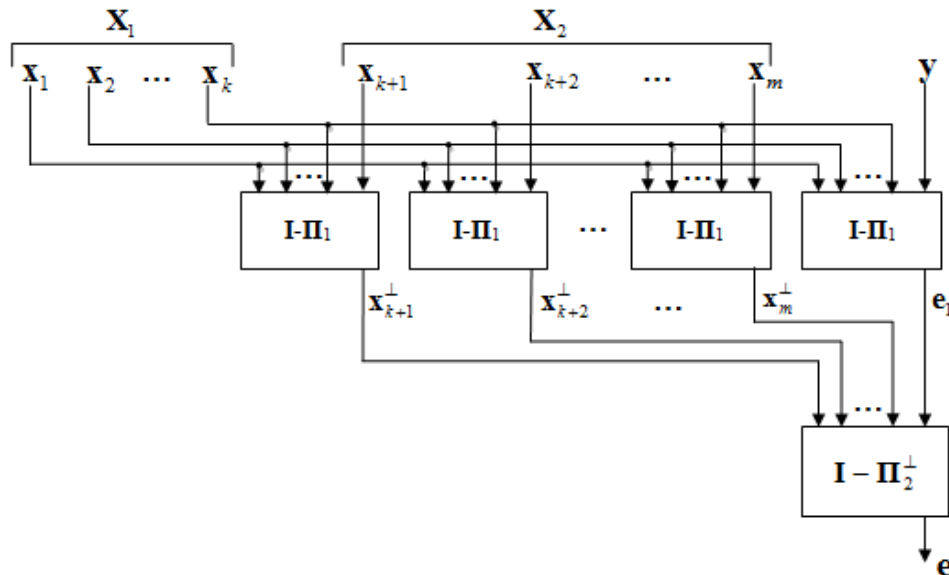


Рис. 1. Структурная схема двухступенчатого цифрового автокомпенсатора активных шумовых помех с использованием LS- алгоритма

В соответствии с [2] такие устройства обработки называют двухступенчатыми. В каждом модуле первой ступени выполняются операции ортого-

нального проєктирования с использованием ортогонального проектора \mathbf{M}_1 (7) и определяются ортогонализированные регрессоры $\mathbf{x}_{k+1}^\perp \dots \mathbf{x}_m^\perp$ и вектор остатков \mathbf{e}_1 . После их получения, в модуле второй степени с использованием проектора \mathbf{M}_2^\perp (22) вычисляется вектор остатков \mathbf{e} . Полученное двухступенчатое устройство обеспечивает параллельную обработку данных.

Синтез двухступенчатых цифровых автокомпенсаторов с использованием RLS- алгоритма

Каждая процедура ортогонального проєктирования, выполняемая в модулях первой и второй ступеней, может быть представлена в эквивалентной форме [3, 6] с использованием весовых коэффициентов $\hat{\boldsymbol{\beta}}$. Векторы весовых коэффициентов для модулей первой ступени определяются по формулам

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1 = (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{x}_j, \quad j = \overline{k+1, m}, \quad (23)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0^1 = (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{y}. \quad (24)$$

Вектор весовых коэффициентов для модуля второй ступени вычисляется на основе ортогонализированных проекторов второго блока \mathbf{X}_2^\perp по формуле

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2 = (\mathbf{X}_2^{\perp H} \mathbf{X}_2^\perp)^{-1} \mathbf{X}_2^{\perp H} \mathbf{e}_1. \quad (25)$$

Как следует из выражений (23)-(25), весовые коэффициенты также вычисляются поэтапно: на первом этапе – на основе данных $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{y}$, на втором – на основе $\mathbf{X}_2^\perp, \mathbf{e}_1$.

Основным недостатком блочного МНК, реализуемого с использованием LS-алгоритма, являются вычислительные трудности, связанные с обращением матриц при больших размерностях \mathbf{X} . Для преодоления указанных трудностей разработан рекуррентный алгоритм вычисления весовых коэффициентов, получивший название RLS-алгоритма [3, 4]. С использованием RLS-алгоритма вычисление весовых коэффициентов для модулей первой ступени $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1, j = \overline{k+1, m}$, может быть выполнено рекуррентно по формулам

$$\mathbf{k}_j^1(i) = \mathbf{P}_j^1(i-1) \mathbf{x}_1^*(i) \left[\mathbf{I} + \mathbf{x}_1^T(i) \mathbf{P}_j^1(i-1) \mathbf{x}_1^*(i) \right]^{-1}; \quad (26)$$

$$\mathbf{P}_j^1(i) = \mathbf{P}_j^1(i-1) - \mathbf{k}_j^1(i) \mathbf{x}_1^T(i) \mathbf{P}_j^1(i-1); \quad (27)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1(i) = \hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1(i-1) + \mathbf{k}_j^1(i) \left(x_j(i) - \mathbf{x}_1^T(i) \hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1(i-1) \right), \quad (28)$$

где $\mathbf{k}_j^1(i)$ – коэффициент усиления; $\mathbf{x}_1^T(i) = (x_1(i), \dots, x_k(i))$ – i -я вектор-строка матрицы \mathbf{X}_1 ; $\mathbf{P}_j^1(l)$ – матрица размером $k \times k$; $x_j(i)$ – i -я компонента

регрессора \mathbf{x}_j ; * – знак комплексного сопряжения.

Вычисление весовых коэффициентов $\hat{\beta}_0^1$ также выполняется с помощью рекуррентного алгоритма (26)-(28). При этом, в выражении (28) вместо $x_j(i)$ используется i -я компонента $y(i)$ вектора \mathbf{y} .

Оптимальные значения весовых коэффициентов вычисляются на последнем n -м шаге $\hat{\beta}_j^1 = \hat{\beta}_j^1(n)$, $j = \overline{k+1, m}$, $\hat{\beta}_0^1 = \hat{\beta}_0^1(n)$, после чего определяются ортогонализированные регрессоры \mathbf{x}_j^\perp , $j = \overline{k+1, m}$ и вектор остатков \mathbf{e}_1 по формулам

$$\mathbf{x}_j^\perp = \mathbf{x}_j - \mathbf{X}_1 \hat{\beta}_j^1, \quad j = \overline{k+1, m}; \quad \mathbf{e}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{X}_1 \hat{\beta}_0^1. \quad (29)$$

Вычисление весовых коэффициентов с использованием RLS-алгоритма для модуля второй ступени $\hat{\beta}_0^2$ выполняется рекуррентно по формулам

$$\mathbf{k}_0^2(i) = \mathbf{P}_0^2(i-1) \mathbf{x}_2^{\perp*}(i) \left[\mathbf{I} + \mathbf{x}_2^{\perp T}(i) \mathbf{P}_0^2(i-1) \mathbf{x}_2^{\perp*}(i) \right]^{-1}; \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_0^2(i) = \mathbf{P}_0^2(i-1) - \mathbf{k}_0^2(i) \mathbf{x}_2^{\perp T}(i) \mathbf{P}_0^2(i-1); \quad (31)$$

$$\hat{\beta}_0^2(i) = \hat{\beta}_0^2(i-1) + \mathbf{k}_0^2(i) \left(e_1(i) - \mathbf{x}_2^{\perp T}(i) \hat{\beta}_0^2(i-1) \right), \quad (32)$$

где $\mathbf{x}_2^{\perp T}(i) = (x_{k+1}^\perp(i), \dots, x_m^\perp(i))$ – i -я вектор-строка матрицы \mathbf{X}_2^\perp ; $e_1(i)$ – i -я компонента вектора остатков \mathbf{e}_1 выхода первой ступени.

Оптимальные значения весовых коэффициентов вычисляются на последнем n -м шаге $\hat{\beta}_0^2 = \hat{\beta}_0^2(n)$, после чего определяется вектор остатков \mathbf{e} по формуле

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{X}_2^\perp \hat{\beta}_0^2. \quad (33)$$

Для работы RLS-алгоритмов на первой (26)-(28) и второй (30)-(32) ступенях должны быть заданы начальные условия $\mathbf{P}_j^1(0)$, $\hat{\beta}_j^1(0)$, $j = \overline{k+1, m}$, $\mathbf{P}_0^1(0)$, $\hat{\beta}_0^1(0)$ и $\mathbf{P}_0^2(0)$, $\hat{\beta}_0^2(0)$ соответственно. Алгоритмы (26)-(28) и (30)-(32) относятся к классу рекуррентных алгоритмов калмановского типа [3, 4].

Таким образом, и при применении RLS-алгоритма, переход ко второму этапу выполняется после завершения первого этапа. Данный подход может быть применен, если матрицу регрессоров \mathbf{X} и вектор \mathbf{y} рассматривать как обучающий пакет [2], который используется для оценивания неизвестных весовых коэффициентов.

Структурная схема двухступенчатого цифрового автокомпенсатора активных шумовых помех с использованием RLS- алгоритма, эквивалентная представленной на рис. 1, показана на рис. 2.

Синтезированные двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех с использованием LS- и RLS-алгоритмов были полу-

чены без конкретизации характеристик помеховых сигналов, что является важным и очень полезным свойством алгоритмов МНК и относится к классу адаптивных [7]. При их синтезе не использовались статистические характеристики помеховых сигналов.

Особенностью функционирования RLS-алгоритма по стационарным случайным выборкам является наличие переходного и установившегося режимов работы. В установившемся режиме работы оценки весовых коэффициентов практически не изменяются. Таким образом, запуск второй ступени автокомпенсатора может выполняться после завершения переходного режима работы первой ступени.

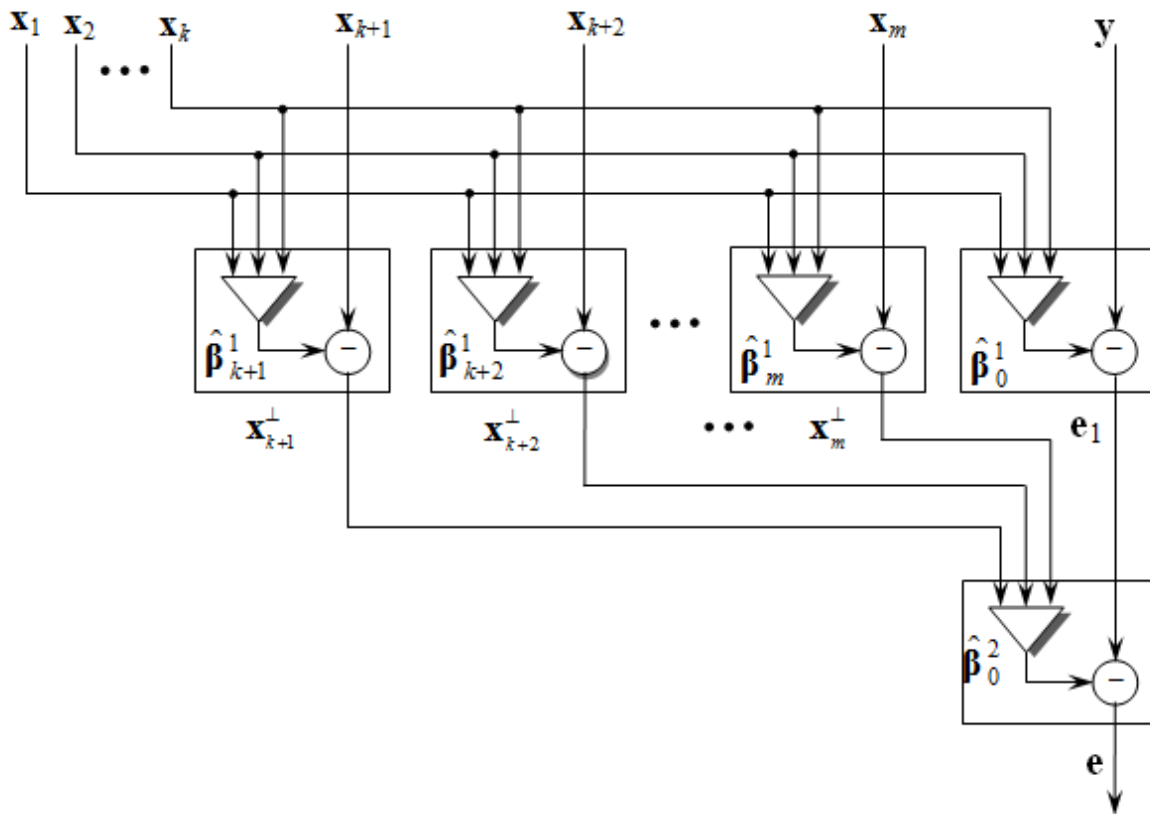


Рис. 2. Структурная схема двухступенчатого цифрового автокомпенсатора активных шумовых помех с использованием RLS- алгоритма

На практике адаптацию коэффициентов фильтра, как правило, требуется выполнять в реальном масштабе времени при поступлении больших объемов данных. Как отмечалось выше, если весовые коэффициенты $\hat{\beta}_j^1$, $j = \overline{k+1, m}$, $\hat{\beta}_0^1$, $\hat{\beta}_0^2$ определены, то вычисление вектора остатков \mathbf{e} выполняется рекуррентно при одновременном функционировании на i -м шаге первой и второй ступеней, в которых соответственно вычисляются остатки $e_1(i)$ и затем $e(i)$.

Одновременное функционирование первой и второй ступени на основе рекуррентного RLS-алгоритма может быть использовано и при адаптации весовых коэффициентов $\hat{\beta}_i^1$, $i = \overline{k+1, m}$, $\hat{\beta}_0^1, \hat{\beta}_0^2$. Такой рекуррентный алго-

ритм будет иметь квазиоптимальный характер, поскольку операция ортогонализации векторов $\mathbf{X}_j, j = k + 1, m$ на начальных тактах (итерациях) не будет завершена. Для повышения устойчивости сходимости второй ступени, она может включаться в совместную работу с первой ступенью с некоторой задержкой.

Анализ эффективности рекуррентного двухступенчатого цифрового автокомпенсатора

Анализ эффективности рекуррентного двухступенчатого цифрового автокомпенсатора на основе RLS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней выполнен с помощью статистического моделирования, в соответствии с соотношениями (26)-(33). Количество компенсационных каналов $m=6$. Компенсационные каналы разбивались на два блока с одинаковым числом каналов, равным трем. Суммарная мощность помех в 600 раз превышает мощность собственных шумов приемных каналов, которая полагалась равной единице, что соответствует 27,8 дБ. Для анализа эффективности представляет интерес работа данной схемы и алгоритмов в помеховых ситуациях, характеризующихся хорошей и плохой обусловленностью КМ помех, которая вычисляется по формуле

$$\eta = 10 \times \lg(\lambda_{\text{макс}} \times \lambda_{\text{сигн.мин}}^{-1}),$$

где $\lambda_{\text{макс}}$, $\lambda_{\text{сигн.мин}}$ – максимальное и минимальное сигнальные собственные значения КМ помеховых сигналов дополнительных каналов. Хорошей обусловленности КМ помех соответствует значение η единицы децибел, плохой – десять и более децибел.

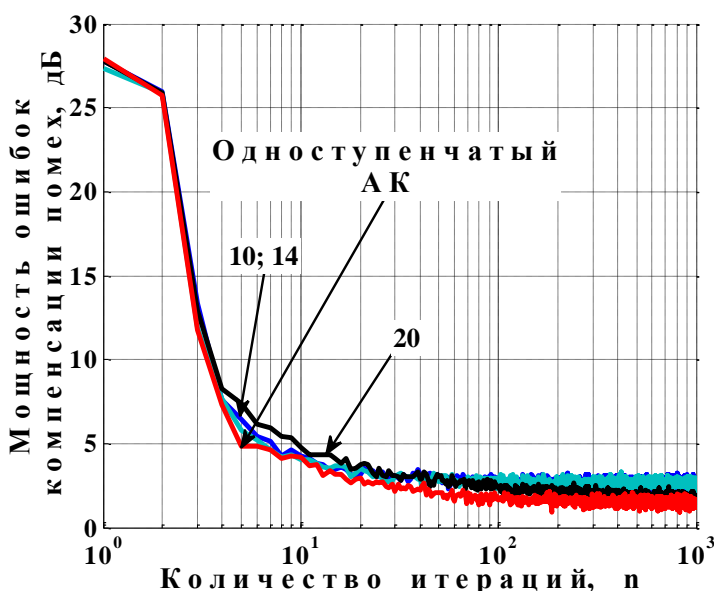


Рис. 3. Мощность ошибок компенсации помех:
 $L=2; \eta=1,5$ дБ

На рис. 3 представлены зависимости мощности ошибок компенсации помеховых сигналов на выходах 14, 10 первой и 20 второй ступеней цифрового авто-компенсатора (первое число соответствует номеру ступени, а второе – номеру канала) от количества итераций. Число постановщиков активных шумовых помех $L=2$; обусловленность КМ – 1,5 дБ. Для сравнения на рис. 3 представлена характеристика переходного процесса од-

ноступенчатого цифрового автокомпенсатора помех [5], полученного на основе RLS-алгоритма без разбиения регрессоров \mathbf{X} на два блока. На рис. 4 представлены аналогичные зависимости при плохой обусловленности КМ – 21 дБ.

Как известно, эффективная компенсация одновременно действующих L постановщиков активных шумовых помех осуществляется при наличии не менее L вспомогательных каналов, что в данном случае выполняется уже на первой ступени (выходы модулей 10 и 14, рис. 3, 4). Поэтому, как следует из результатов моделирования, обеспечивается одинаковая эффективность подавления помехи в основном канале первой и второй ступени, как при хорошей, так и плохой обусловленности КМ помех - переходные процессы на выходах модулей 10 и 20 фактически совпадают. Это позволяет использовать для компенсации только первый блок компенсационных каналов и вычислительный модуль 10. Данное решение может быть принято путём анализа мощности ошибок компенсации помеховых сигналов в установившемся режиме на выходах 10 первой и 20 второй ступеней цифрового автокомпенсатора.

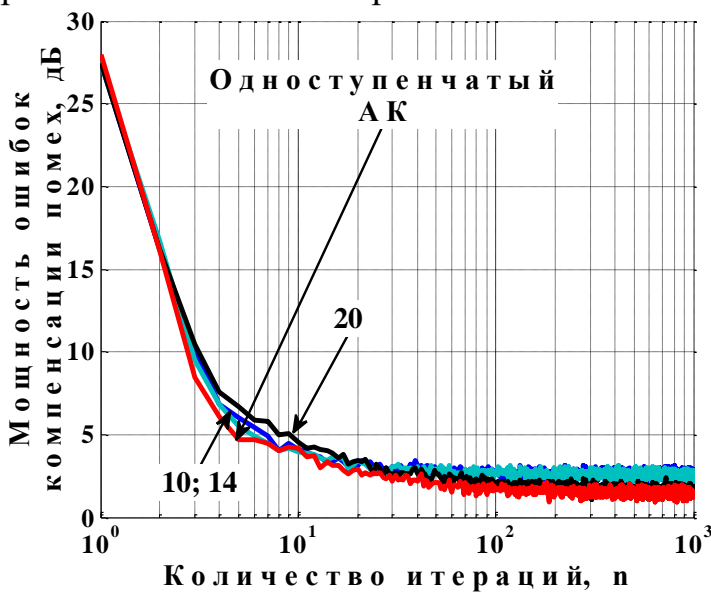


Рис. 4. Мощность ошибок компенсации помех:
 $L=2$; $\eta=21$ дБ

Также из рис. 3, 4 видно, что переходные процессы в двухступенчатом и m -канальном одноступенчатом автокомпенсаторах практически совпадают. Однако в последнем устройстве используется шесть компенсационных каналов, число которых не может быть сокращено.

На рис. 5 представлены аналогичные зависимости мощности ошибок компенсации помех от количества итераций при числе поста-

новщиков активных шумовых помех $L=4$ и обусловленности КМ – 10 дБ. В модулях первой ступени автокомпенсатора отмеченное выше требование числа компенсационных каналов не выполняется. В результате наблюдаются существенные потери в подавлении помехи на выходе первой ступени основного канала, которые достигают 17 дБ (выход модуля 10-выход модуля 20). Это подтверждает необходимость включения второй ступени для эффективного подавления помех. Необходимо отметить, что при плохой обусловленности КМ помех, скорость сходимости известного одноступенчатого автокомпенсатора с шестью компенсационными каналами несколь-

ко выше, чем у двухступенчатого автокомпенсатора с одновременным функционированием ступеней, что подтверждает его квазиоптимальный характер.

На рис. 6 представлены аналогичные зависимости мощности ошибок компенсации помех от количества итераций для примера, рассмотренного на рис. 5 при включении второй ступени с задержкой на три итерации. Введение задержки приводит к уменьшению длительности переходного процесса на порядок и приближает обучающую кривую двухступенчатой схемы к переходной характеристике одноступенчатой схемы. При этом характеристики подавления помех в установившемся режиме у обоих автокомпенсаторов одинаковы.

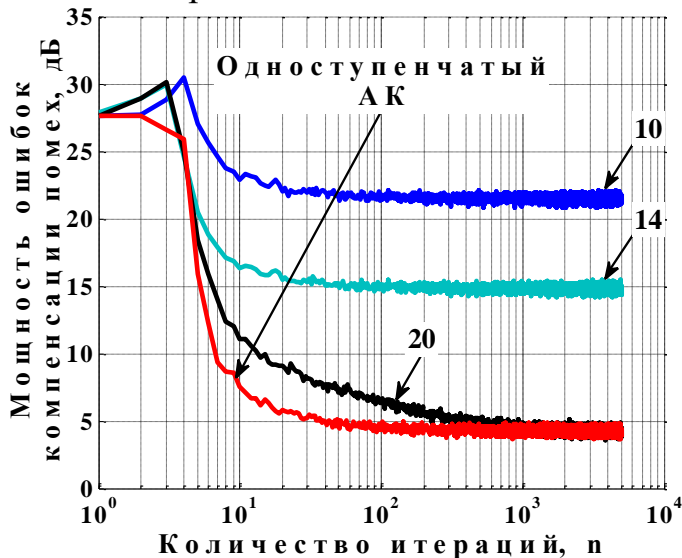


Рис. 5. Мощность ошибок компенсации помех:
 $L=4$; $\eta=10$ дБ

помеховой ситуации.

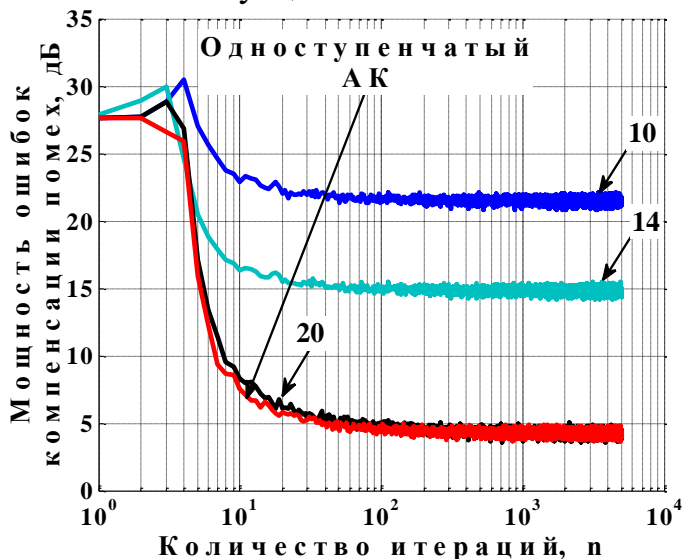


Рис. 6. Мощность ошибок компенсации помех:
 $L=4$; $\eta=10$ дБ

В отличие от известного одноступенчатого автокомпенсатора, разработанный рекуррентный двухступенчатый цифровой автокомпенсатор на основе RLS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней обеспечивает параллельную обработку сигналов и возможность подключения/отключения блока компенсационных каналов и соответственно части его вычислительных модулей адекватно имеющей место

Выводы

С использованием теоремы разбиения регрессоров на два блока по критерию наименьших квадратов синтезированы двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех, у которых в первой ступени выполняется компенсация помех в основном канале с использованием сигналов компенсационных каналов одного из блоков и ортогонализация регрессоров другого

блока. Во второй ступени выполняется компенсация остатков помех с использованием полученных ортогонализированных регрессоров. Обработка всего пакета входных данных выполняется сначала в первой, а затем второй ступенях. В вычислительных модулях первой и второй ступеней реализуются операции ортогонального проектирования на основе LS- и RLS-алгоритмов, которые могут выполняться параллельно.

Рекуррентный двухступенчатый цифровой автокомпенсатор на основе RLS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней при включении второй ступени с задержкой на несколько тактов обеспечивает показатели эффективности, близкие к потенциально достижимым, а также возможность подключения/отключения блока компенсационных каналов и соответствующих вычислительных модулей ступеней адекватно помеховой ситуации.

Список источников

1. Леховицкий Д. И. Адаптивные решетчатые фильтры. Часть 1. Теория решетчатых структур / Д. И. Леховицкий, Д. С. Рачков, А. В. Семеняка, В. П. Рябуха, Д. В. Атаманский // Прикладная радиоэлектроника. – 2011. – Том 10, № 4. - с. 381-404.
2. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках / М. В. Ратынский. – М. : Радио и связь, 2003. – 200 с.
3. Джиган В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. – М. : Техносфера, 2013. – 528 с.
4. Коуэн К. Ф. Н. Адаптивные фильтры / Под ред. К. Ф. Н. Коуэна ; П. М. Гранта. – М. : Мир, 1988. – 392 с.
5. Monzingo R. A. Introduction to adaptive arrays : 2nd ed. / R. A. Monzingo, R. L. Haupt, T. W. Miller. – Scitech publishing, 2011. – 510 p.
6. Себер Дж. Линейный регрессионный анализ / Дж. Себер ; пер. с англ. В. П. Носко ; под ред. М. Б. Малютова. – М. : Мир, 1980. – 456 с.
7. Haykin S. Adaptive Filter Theory : International Edition, 5/E / S. Haykin., 2013. – 912 p.

References

1. Lekhovitskii D. I., Rachkov D. S., Semenyaka A. V., Ryabukha V. P. and Atamanskii D. V. (2011) Adaptivnye reshchatye fil'try. Chast' 1. Teoriya reshchatykh struktur [The adaptive lattice filters. Part 1. Theory of lattice structures]. *Prikladnaya radioelektronika*, Vol 10, No 4, pp. 381-404.
2. Ratynskii M.V. (2003) *Adaptatsiya i sverkhrazreshenie v antennykh reshetkakh* [Adaptation and superresolution in antenna arrays]. Moscow, Radio i svyaz', 200 p.
3. Dzhigan V. I. (2013) *Adaptivnaya fil'tratsiya signalov: teoriya i algoritmy* [Adaptive Signal Filtering: Theory and Algorithms]. Moscow, Tekhnosfera, 528 p.
4. Cowan C. F. N. and Grant P. M. eds. (1988) *Adaptive filters*. Engewood Cliffs NJ: Prentice-Hall.
5. Monzingo R. A., Haupt R. L. and Miller T. W. (2011) *Introduction to adaptive arrays. 2nd ed.*, Scitech publishing, inc., 510 p. doi: 10.1049/sbew046e
6. Seber G. A. and Lee A. J. (2003) *Linear regression analysis*. Vol. 936, John Wiley & Sons, 582 p.
7. Haykin S. O. (2013) *Adaptive Filter Theory : International Edition, 5/E*, Pearson, 912 p.

Жук С. Я., Семібаламут К. М. **Двоступенева адаптивна компенсація активних шумових завад з ортогоналізацією сигналів частини компенсаційних каналів.** З використанням теореми розбиття регресорів на два блоки за критерієм найменших квадратів синтезовані двоступеневі цифрові автокомпенсатори активних шумових завад, у яких у першій ступені виконується компенсація завад в основному каналі з використанням сигналів компенсаційних каналів одного з блоків і ортогоналізації регресорів іншого блоку. У другій ступені виконується компенсація залишків завад з використанням отриманих ортогоналізованих регресорів. Автокомпенсатори забезпечують паралельні обчислення, що реалізують LS- і RLS-алгоритми. Аналіз ефективності рекуррентного двоступеневого цифрового автокомпенсатора на основі RLS-алгоритму з одночасним функціонуванням ступенів виконаний за допомогою статистичного моделювання при різній обумовленості кореляційної матриці завад і різній кількості джерел завад. Отриманий компенсатор забезпечує можливість підключення/відключення блоку компенсаційних каналів і відповідних обчислювальних модулів ступенів адекватно завадовій ситуації.

Ключові слова: автокомпенсатор завад, цифрові антенні решітки, метод найменших квадратів, теорема FWL, LS- і RLS-алгоритми.

Жук С. Я., Семібаламут К. М. **Двухступенчатая адаптивная компенсация активных шумовых помех с ортогонализацией сигналов части компенсационных каналов.** С использованием теоремы разбиения регрессоров на два блока по критерию наименьших квадратов синтезированы двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех, у которых в первой ступени выполняется компенсация помех в основном канале с использованием сигналов компенсационных каналов одного из блоков и ортогонализация регрессоров другого блока. Во второй ступени выполняется компенсация остатков помех с использованием полученных ортогонализированных регрессоров. Автокомпенсаторы обеспечивают параллельные вычисления, реализующие LS- и RLS-алгоритмы. Анализ эффективности рекуррентного двухступенчатого цифрового автокомпенсатора на основе RLS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней выполнен с помощью статистического моделирования при разной обусловленности корреляционной матрицы помех и разном количестве источников помех. Полученный автокомпенсатор обеспечивает возможность подключения/отключения блока компенсационных каналов и соответствующих вычислительных модулей ступеней адекватно помеховой ситуации.

Ключевые слова: автокомпенсаторы помех, цифровые антенные решетки, метод наименьших квадратов, теорема FWL, LS- и RLS-алгоритмы.

Zhuk S. Ya., Semibalamut K. M. **Two-stage adaptive compensation of active noise interference with signals orthogonalization of a part of compensation channels.**

Introduction. Method of least squares (MLS) is widely spread for synthesis of digital automatic compensators of active noise interference. This method allows solving the problem of adaptive spatial noise filtration under conditions of expected uncertainty. However, the digital automatic compensators obtained with the help of LS- and RLS-algorithms do not allow implementation of parallel processing and require considerable computational cost. Also, they do not provide the possibility to connect/disconnect additional compensation channels or to change the structure of processing units adequately to the interference situation.

Problem statement. Autoregressive model is used for description of the interfering signals at the input of the digital multi-element antenna array. In this model regressors' matrix is divided into two blocks. Columns of regression matrix (regressors) are iteration readings of

complex enveloping interfering signals delivered for input to compensation channels. It is required to synthesize optimal by the least squares criterion digital automatic compensator, in this digital automatic compensator first interference compensation is performed in the main channel using one block of regressors, then the residue interference is compensated using the second block of regressors.

Synthesis of two-stage digital automatic compensators using LS- algorithm. Two-stage digital automatic compensators of active interference noise were synthesized using theorem of regression partition into two blocks (FWL-theorem). These compensators during the first stage compensate interference in the main channel with the use of the first block of regressors and orthogonalize regressors of the second block. During the second stage the compensators compensate residues interference with the orthogonalized regressors. The computing modules of the first and second stages perform orthogonal projection operations based on the block LS-algorithm.

Synthesis of two-stage digital automatic compensators using RLS-algorithm. Procedure of orthogonal projection performed in units of the first and second stages is represented in an equivalent form using weight coefficients. Recursive RLS-Kalman type algorithm is applied for their definition. In the optimal two-stage automatic compensators based on LS- and RLS-algorithms the processing of complete package of the input data is carried out primarily in the first stage and only then in the second stage.

Effectiveness analysis of the two-stage recurrent digital automatic compensator. An analysis of the effectiveness of the two-stage recurrent digital compensator based on RLS-algorithm with simultaneous operation of the stages is performed with the help of statistical modeling at different conditioning of the correlational interference matrix and different numbers of interference sources. When the second stage starts with a delay of a few tick marks the resulting compensator provides performance indicators close to the potentially achievable.

Conclusions. The synthesized two-stage active noise interference digital automatic compensators based on LS- and RLS-algorithms allow implementation of parallel processing. The resulting two-step recursive digital automatic compensator with simultaneous operation of the stages provides the possibility to connect / disconnect the compensation channels block and the relevant stage computing modules adequately to the interference situation.

Keywords: automatic interference compensators, digital multi-element antenna array, the method of least squares, FWL-theorem, LS- and RLS-algorithm.