

СРАВНЕНИЕ ВРЕМЕНИ ОПТИМИЗАЦИИ ЦЕПЕЙ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СТРАТЕГИЙ СТРУКТУРНОГО БАЗИСА

*Земляк А.М., к.т.н., доцент; Маркина Т.М., аспирантка
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна*

Системы проектирования электронных цепей, основанные на идее отказа от соблюдения законов Кирхгофа в процессе оптимизации, были реализованы в работах [1-2]. Наиболее общий подход был сформулирован при разработке обобщенной методологии процесса оптимизации электронной цепи [3-4]. Процесс оптимизации в этом случае формулировался как динамическая управляемая система. При этом прогнозировался многократный выигрыш в процессорном времени. Сформулированная таким образом управляемая динамическая система определяется дифференциальными или разностными уравнениями для переменных состояния и системой ограничений, в качестве которых выступает математическая модель электронной цепи [3].

Предположим, что $C(X)$ есть целевая функция процесса проектирования цепи. В случае применения дифференциальной формы для оптимизационной процедуры система уравнений для переменных состояния в процедуре оптимизации может быть записана в виде:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где N – общее число переменных в задаче оптимизации системы.

Система ограничений процедуры оптимизации, являющаяся математической моделью электронной цепи, может быть определена следующими уравнениями [3]:

$$(1 - u_j) g_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

где $U = (u_1, u_2, \dots, u_M)$ – вектор управляющих функций, каждая из которых принимает одно из двух значений 0 или 1, то есть $u_j \in \Omega$, $\Omega = \{0, 1\}$, M – число зависимых переменных, совпадающее с числом узлов схемы.

Структура функций $f_i(X, U)$ определяется выбранным методом оптимизации и, например, для градиентного метода оптимизации, функции $f_i(X, U)$ имеют вид [4]:

$$f_i(X, U) = -\frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

$$f_i(X, U) = -u_{i-K} \frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) + \frac{(1 - u_{i-K})}{dt} [-x_i' + \eta_i(X)], \quad i = K+1, K+2, \dots, N \quad (3')$$

где K – число независимых переменных в традиционной постановке задачи ($N=K+M$), функция $\eta_i(X)$, записанная в неявном виде, определяет текущее значение переменной x_i , ($x_i = \eta_i(X)$), x_i' – предыдущее значение переменной x_i . Функция $F(X,U)$ является обобщенной целевой функцией процесса оптимизации и может быть определена, например, следующим аддитивным выражением [3]:

$$F(X,U) = C(X) + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^M u_j g_j^2(X), \quad (4)$$

где предполагается, что целевая $C(X)$ является неотрицательно определенной функцией процесса проектирования, а второй член формулы представляет собой дополнительную штрафную функцию. Вектор управляющих функций $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ является основным инструментом описанной методологии и управляет динамическим процессом приведения целевой функции $C(X)$ к минимуму за возможно минимальное время проектирования. При этом каждое новое значение вектора U определяет новую стратегию оптимизации и соответствующую ей траекторию [4]. Число возможных стратегий оптимизации, определяемое зависящим от времени управляющим вектором U , бесконечно, однако множество стратегий, определяющих структурный базис проектирования при векторе U , неизменном в течение процесса проектирования, конечно и равно 2^M .

В работах [5-6] для анализа динамических свойств процесса проектирования было введено понятие функции Ляпунова процесса проектирования. Было показано, что наблюдается тесная корреляция между процессорным временем оптимизации цепи и свойствами функции Ляпунова процесса оптимизации. Как было показано [6], функцию Ляпунова можно определить на основе обобщенной целевой функции процесса оптимизации $F(X,U)$ посредством следующих формул:

$$V(X,U) = [F(X,U)]^r, \quad (5)$$

$$V(X,U) = \sum_i \left(\frac{\partial F(X,U)}{\partial x_i} \right)^2, \quad (6)$$

где степень $r > 0$. Понятно, что функция Ляпунова может выбираться лишь с точностью до выполнения основных своих свойств, однако использование формул (5) или (6) обусловлено простотой ее вычисления.

В соответствии с методом Ляпунова информация об устойчивости траектории оптимизации системы связана с производной по времени от функции Ляпунова. Прямой расчет производной по времени от функции Ляпунова $\dot{V} = dV/dt$ позволяет судить об устойчивости динамической системы. Процесс оптимизации цепи и соответствующая траектория являются устойчивыми, если эта производная является отрицательной.

Анализ поведения функции Ляпунова и её производной для различных стратегий проектирования [6] позволяет выделить перспективные стратегии и отбросить заведомо неудачные. Этот анализ также позволил выявить, по крайней мере на качественном уровне, взаимосвязь между временем оптимизации цепи и поведением функции Ляпунова и ее производной по времени.

Для анализа процесса оптимизации цепей в работе [6] была также введена специальная функция, являющаяся относительной временной производной функции Ляпунова $W = \dot{V}/V$. В этом случае сравниваются различные стратегии оптимизации посредством анализа поведения функции $W(t)$ в течение процесса оптимизации и выбираются наиболее перспективные из них, с точки зрения минимального процессорного времени.

Рассмотрим поведение функций $V(t)$ и $W(t)$ при оптимизации пассивной нелинейной цепи, изображенной на рис. 1.

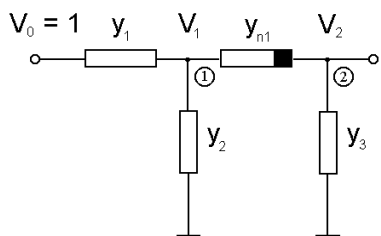


Рис. 1

Нелинейный элемент имеет следующую зависимость $y_{n1} = y_0 + b(V_1 - V_2)^2$. Вектор X включает пять компонент: $x_1^1 = y_1$, $x_2^1 = y_2$, $x_3^1 = y_3$, $x_4 = V_1$, $x_5 = V_2$. Модель цепи (2) включает два уравнения ($M=2$), и оптимизационная процедура (1) включает пять уравнений. Управляющий вектор состоит из двух компонент $U = (u_1, u_2)$.

Данная цепь представляет собой нелинейный делитель напряжения. Целевую функцию процесса оптимизации $C(X)$ определим как функцию, обеспечивающую заданное значение выходного напряжения: $C(X) = (V_2 - m)^2$, где параметр m задан априори. В этом случае целевая функция неотрицательна, и ее минимальное значение равно нулю.

Таблица 1

N	Управляющий вектор	Число итераций	Процессорное время, сек
1	(0 0)	288038	4,96
2	(0 1)	431702	3,64
3	(1 0)	452678	5,51
4	(1 1)	425837	2,55

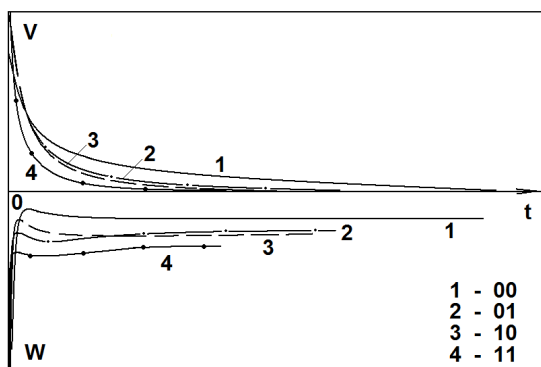


Рис. 2

минимальное значение равно нулю.

Результаты процесса проектирования для полного структурного базиса различных стратегий приведены в табл. 1. Начальные значения компонент вектора X соответствуют $x_{i0} = 1, i = 1, 2, \dots, 5$.

Функции $V(t)$ и $W(t)$ являются основным объектом анализа, и их поведение представлено на Рис. 2 для стратегий проектирования из табл. 1.

В данном случае полный структурный базис различных стратегий состоит из четырех стратегий ($2^M=4$), что соответствует четырем различным значениям управляющего вектора: (00), (01), (10), (11). Функция Ляпунова определялась формулой (5) для $r = 0,5$. Из рисунка видно, что поведение функций $V(t)$ и $W(t)$ дает исчерпывающее объяснение характеристикам процесса проектирования. Относительное время проектирования этих четырех стратегий составляет 1, 0,734, 0,707 и 0,514 для стратегий (00), (01), (10), (11) соответственно. Как видно из рисунка, большее абсолютное значение функции $W(t)$ соответствует более быстрому уменьшению функции Ляпунова и меньшему процессорному времени.

В то же время эти выводы справедливы лишь в целом, так как из Рис. 2 видно, что между кривыми $W(t)$, принадлежащими различным стратегиям оптимизации, наблюдаются взаимопересечения, что не позволяет высказаться однозначно относительно корреляции между процессорным временем и значением функции $W(t)$. Этот эффект затрудняет как анализ, так и сравнение различных стратегий. Представляется рациональным использовать интегральную характеристику поведения функции $W(t)$, что может привести к более точной идентификации и более качественному сравнению различных стратегий.

Определим новую функцию $S(t)$, рассчитываемую посредством интеграла от функции $W(t)$.

$$S(t) = -\int_0^t W(t)dt = -\int_0^t \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{V} dt = -\int_{V(0)}^{V(t)} \frac{dV}{V} = -\ln \left| \frac{V(t)}{V(0)} \right| \quad (7)$$

Знак минус перед интегралом выбран для удобства, для получения положительных значений.

Рассмотрим еще раз процесс проектирования цепи на рис. 1 с учетом анализа новой интегральной функции $S(t)$.

Поведение функции $S(t)$ в процессе оптимизации данной цепи показано на рис. 3. Для сравнения здесь же приведены зависимости $W(t)$.

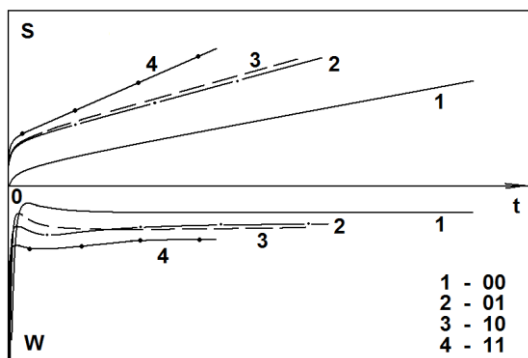


Рис. 3

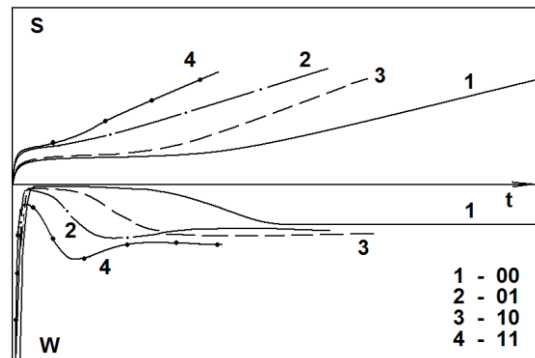


Рис. 4

Видно, что функция $S(t)$ более четко коррелирует с процессорным временем, чем функция $W(t)$, так как для последней наблюдаются пересечения

кривых для различных стратегий, а для функции $S(t)$ этих пересечений нет. Основной вывод, относящийся к поведению этой функции, может быть сформулирован так: чем выше проходит график функции $S(t)$ для некоторой стратегии, тем меньшее процессорное время имеет данная стратегия.

Рассмотрим второй вариант проектирования той же самой цепи, но с другим начальным приближением: $x_{i0} = 2, i = 1, 2, 3$ и $x_{i0} = 1, i = 4, 5$. Результаты процесса проектирования для полного структурного базиса стратегий оптимизации приведены в табл. 2.

Поведение функций $W(t)$ и $S(t)$ представлено на рис. 4. Видно, что распределение стратегий по времени отличается от первого случая. Однако снова можно констатировать, что графики функций, соответствующие меньшему процессорному времени, проходят выше других.

Таблица 2

N	Управляющий вектор	Число итераций	Процессорное время, с
1	(0 0)	407086	7,01
2	(0 1)	514722	4,35
3	(1 0)	388597	4,73
4	(1 1)	505994	3,03

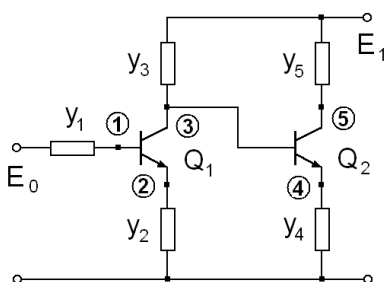


Рис. 5

Аналогичные результаты были получены для активных нелинейных электронных цепей с транзисторами. На рис. 5 представлена схема двухкаскадного транзисторного усилителя.

В качестве модели транзистора использовалась статическая модель Эберса-Молла, реализуемая в системе SPICE [7].

Целевая функция определена как сумма квадратов разностей между заранее заданными и текущими значениями напряжений на переходах транзисторов. Вектор X включает десять компонент. Имеется пять независимых переменных $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$, где $x_1^2 = y_1, x_2^2 = y_2, x_3^2 = y_3, x_4^2 = y_4, x_5^2 = y_5, (K=5)$ и пять зависимых переменных $(x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}), x_6 = V_1, x_7 = V_2, x_8 = V_3, x_9 = V_4, x_{10} = V_5, (M=5)$. Алгоритм оптимизации включает систему десяти уравнений, а модель схемы определяется пятью нелинейными уравнениями. Базис стратегий проектирования содержит 32 различные стратегии. Управляющий вектор состоит из пяти компонент $U = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$. Начальные значения вектора X равны соответственно

Таблица 3

N	Управляющий вектор	Число итераций	Процессорное время, с
1	(0 0 0 0 0)	165962	107,87
2	(0 0 0 0 1)	337487	263,48
3	(0 0 1 0 0)	44118	24,61
4	(0 0 1 0 1)	14941	6,54
5	(0 0 1 1 1)	21971	7,36
6	(0 1 1 0 1)	4544	1,54
7	(1 0 1 0 1)	2485	0,59
8	(1 0 1 1 1)	7106	1,21
9	(1 1 1 0 1)	2668	0,44
10	(1 1 1 1 1)	79330	3,41

$x_1 = 0,1, x_2 = 0,316, x_3 = 0,158, x_4 = 0,408, x_5 = 0,316, x_6 = 2, x_7 = 2, x_8 = 4, x_9 = 5, x_{10} = 12,5$.

Результаты проектирования для некоторых стратегий из полного струк-

турного базиса приведені в табл. 3.

Поведення функцій $V(t)$ і $W(t)$ для деяких стратегій цього базиса представлено на рис. 6.

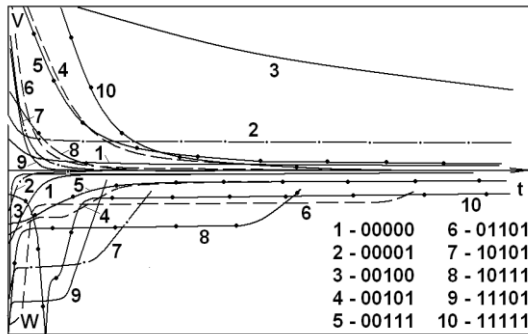


Рис. 6

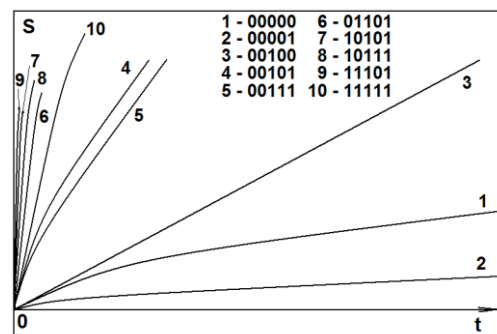


Рис. 7

Для цього прикладу, як і для попереднього, спостерігається кореляція між поведінкою функції $W(t)$ на початковому періоді процесу проектування і повним процесорним часом проектування. Найбільш швидкі стратегії, які мають найменші значення процесорного часу, відповідають також найбільшим значенням функції $W(t)$ на початковому етапі проектування. Однак ця кореляція здійснюється не в кожній часовій точці, але в середньому, т.к. спостерігаються взаємопересічення між функціями, що належать до різних стратегій.

Поведення функції $S(t)$ для деяких стратегій даного структурного базиса показано на рис. 7. Порівнюючи поведінку кривих, що відповідають функції $S(t)$ на цьому малюнку, з поведінкою кривих, що відповідають функції $W(t)$ на рис. 6 можна констатувати значно більш точну верифікацію стратегій для функції $S(t)$.

Аналіз цього прикладу підтверджує вже виявлену раніше закономірність між поведінкою функції $S(t)$ в процесі оптимізації і повним процесорним часом оптимізації. Найбільш швидка стратегія 9, яка має найменше значення процесорного часу, відповідає також найбільшій величині функції $S(t)$, що видно на рис. 7. Стратегії 7, 8 і 6 відповідають меншим значенням функції $S(t)$ і більшим значенням процесорного часу оптимізації ланки. Однак вони значно більш оптимальні за часом, ніж інші стратегії. Наступними за ступенем зменшення величини $S(t)$ (за ступенем збільшення процесорного часу) є стратегії 10, 4 і 5. Для інших стратегій, представлених в таблиці 3, значення функції $S(t)$ проходять значно нижче, і саме ці стратегії мають найбільше процесорне час оптимізації ланки. Найкраща стратегія 9 з керуючим вектором (11101) дозволяє отримати вигоду за часом в 245 разів порівняно з традиційною стратегією проектування 1, визнача-

емой управляющим вектором (00000).

Исходя из проведенного анализа, можно сделать следующий вывод: поведение функции Ляпунова процесса оптимизации, а точнее функции $S(t)$, являющейся логарифмом от функции Ляпунова, сильно коррелирует с полным процессорным временем оптимизации цепи. Уже на начальном этапе процесса оптимизации возможно прогнозировать относительное процессорное время той или иной стратегии оптимизации. Это означает, что для сравнения полного процессорного времени оптимизации для различных стратегий нет необходимости проводить процесс оптимизации до конца. Достаточно сравнить поведение функции $S(t)$ на начальном этапе проектирования, чтобы выделить стратегии с наименьшим процессорным временем. Большая величина функции S приводит к меньшему полному процессорному времени. Это свойство функции S позволяет сделать вывод, что структура оптимального по времени алгоритма оптимизации электронной цепи может базироваться на поведении этой функции.

Литература

1. Rizzoli V., Costanzo A., Cecchetti C. Numerical optimization of broadband nonlinear microwave circuits // IEEE MTT-S Int. Symp.– 1990.– Vol. 1.– P. 335–338.
2. Ochotta E.S., Rutenbar R.A., Carley L. R. Synthesis of High-Performance Analog Circuits in ASTRX/OBLX // IEEE Trans. on CAD.– 1996.– Vol.15, № 3.– P. 273–294.
3. Земляк А.М. Проектирования аналоговых цепей методами теории управления. I. Теория // Изв. вузов: Радиоэлектроника.– 2004.– Т. 47, № 5.– С. 18–28.
4. Земляк А.М. Проектирования аналоговой системы как управляемый динамический процесс // Нелинейный мир.– 2006.– № 11.– С. 609–618.
5. Земляк А.М. Анализ динамических характеристик процесса проектирования аналоговых цепей. // Радиоэлектроника.– 2007.– Т. 50, № 11.– С. 26–35. (Изв. вузов).
6. Земляк А.М. Сравнительный анализ функции Ляпунова различных стратегий проектирования аналоговых цепей. // Изв. вузов: Радиоэлектроника.– 2008.– Т. 51, № 5.– С. 3–11.
7. Massobrio G., Antognetti P. Semiconductor Device Modeling with SPICE.– N.Y.: Mc. Graw-Hill, Inc.– 1993.

Земляк О.М., Маркіна Т.М. Порівняння часу оптимізації кіл для різних стратегій структурного базису. Методологія проектування аналогових кіл, розроблена раніше на основі застосування теорії управління, дозволяє використовувати важливі поняття і результати цієї теорії. Функція Ляпунова, визначена для процесу оптимізації електронного кола, з'явилася плідною характеристикою, що дозволяє порівнювати різні стратегії оптимізації. При цьому поведінка спеціальної функції, що є логарифмом від функції Ляпунова, добре корелює з повним процесорним часом оптимізації кола і тому дозволяє вибрати найкращі стратегії оптимізації в сенсі мінімального процесорного часу.

Ключові слова – оптимізація аналогових кіл, теорія управління, керуючий вектор, оптимальний алгоритм проектування, функція Ляпунова процесу проектування.

Земляк А.М., Маркіна Т.М. Сравнение времени оптимизации цепей для различных стратегий структурного базиса. Методология проектирования аналоговых цепей, разработанная ранее на основе применения теории управления, позволяет исполь-

зовать важные понятия и результаты этой теории. Функция Ляпунова, определенная для процесса оптимизации электронной цепи, явилась плодотворной характеристикой, позволяющей сравнивать различные стратегии оптимизации. При этом поведение специальной функции, являющейся логарифмом от функции Ляпунова, хорошо коррелирует с полным процессорным временем оптимизации цепи и поэтому позволяет выбрать наилучшие стратегии оптимизации в смысле минимального процессорного времени.

Ключевые слова – оптимизация аналоговых цепей, теория управления, управляющий вектор, оптимальный алгоритм проектирования, функция Ляпунова процесса проектирования.

Zemliak A., Markina T. **Comparison of circuit optimization time for different strategies of structural basis.** The design methodology for analog circuits developed earlier on the basis of using the control theory makes it possible to apply important concepts and results of the specified theory. Lyapunov function defined for the electronic circuit optimization process proved to be a characteristic allowing us to compare different optimization strategies. In this case the behavior of special function representing the logarithm of the Lyapunov function correlates well with the total processor time of circuit optimization and allows us to select the best optimization strategies in terms of the minimum processor time.

Keywords – optimization of analog circuits, the control theory, control vector, optimum algorithm of designing, Lyapunov function of designing process.