

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ
ДВУХСТУПЕНЧАТОГО АВТОКОМПЕНСАТОРА НА ОСНОВЕ
LMS-АЛГОРИТМА И КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПОМЕХ¹**

Жук С. Я., д.т.н., профессор¹, Семибаламут К. М.²

¹*Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украин,
syadom@freenet.com.ua*

²*Военно-дипломатическая академия имени Евгения Березняка,
г. Киев, Украина*

**DEFINITION OF WEIGHT COEFFICIENT IN TWO-STAGE AUTOMATIC
COMPENSATION BASED ON LMS-ALGORITHM AND INTERFERENCE
CORRELATION CHARACTERISTICS**

*Zhuk S. Ya., Doctor of Engineering, Professor; Semibalamut K. M.
National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine
Yevhenii Berezniak Military-Diplomatic Academy, Kyiv, Ukraine*

Вступление

Задача когерентной компенсации помех в цифровой антенной решетке в большинстве случаев сводится к определению весовых коэффициентов адаптивного фильтра [1]. Перспективным является подход, основанный на ортогональных преобразованиях сигналов [2], который позволяет получить алгоритмы, обеспечивающие параллельную обработку сигналов.

В статье [3] на основе теоремы разбиения регрессоров на два блока с использованием LS- и RLS-алгоритмов синтезированы двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех, которые обеспечивают параллельную обработку сигналов и возможность подключения/отключения блока компенсационных каналов и соответственно части вычислительных модулей полученного устройства.

Широкое распространение для синтеза цифровых автокомпенсаторов активных шумовых помех нашел LMS-алгоритм, известный также как алгоритм Уидроу и Хоффа [4]. Он относится к классу алгоритмов стохастического градиентного поиска и позволяет получить решение задачи адаптивной фильтрации в условиях априорной неопределенности характеристик помех. Достоинством LMS-алгоритма является наименьшая вычислительная сложность.

При решении некоторых практических задач корреляционные характеристики помеховых сигналов являются известными или получены их оценки. Это позволяет выполнить расчет весовых коэффициентов до нача-

¹ <http://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/view/1328>

ла функціонування компенсатора. Крім того, показателі ефективності алгоритмів компенсації шумів, синтезованих при відомих їх кореляційних характеристиках дозволяють визначити потенційно досяжні межі ефективності для адаптивних алгоритмів.

В статті розглянуті задачі визначення вагових коефіцієнтів двохступенчатого автокомпенсатора з ортогоналізацією сигналів частини компенсаційних каналів на основі LMS-алгоритма, а також кореляційних характеристик шумів.

Постановка задачі

Пусть цифрова антенна решетка имеет основной канал, а также m компенсаційних каналів. Вектор $y^T = (y(1), \dots, y(n))$ содержит отсчеты комплексной огибающей помехового сигнала $y(i), i = \overline{1, n}$ на входе основного канала. Компонентами векторов $x_j^T = (x_j(1), \dots, x_j(n))$ являются отсчеты комплексных огибающих помеховых сигналов $x_j(i), i = \overline{1, n}$, поступающие на входы компенсаційних каналів $j = \overline{1, m}$. Векторы $x_j, j = \overline{1, m}$ объединены в блоки в виде матриц $X_1 = [x_1, \dots, x_k]$ и $X_2 = [x_{k+1}, \dots, x_m]$.

В работе [3] на основе теоремы разбиения регрессоров на два блока с использованием LS- и RLS-алгоритмов синтезированы двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех с ортогонализацией сигналів частини компенсаційних каналів. Структурная схема двухступенчатого цифрового автокомпенсатора с модулями в виде весового сумматора показана на рис. 1.

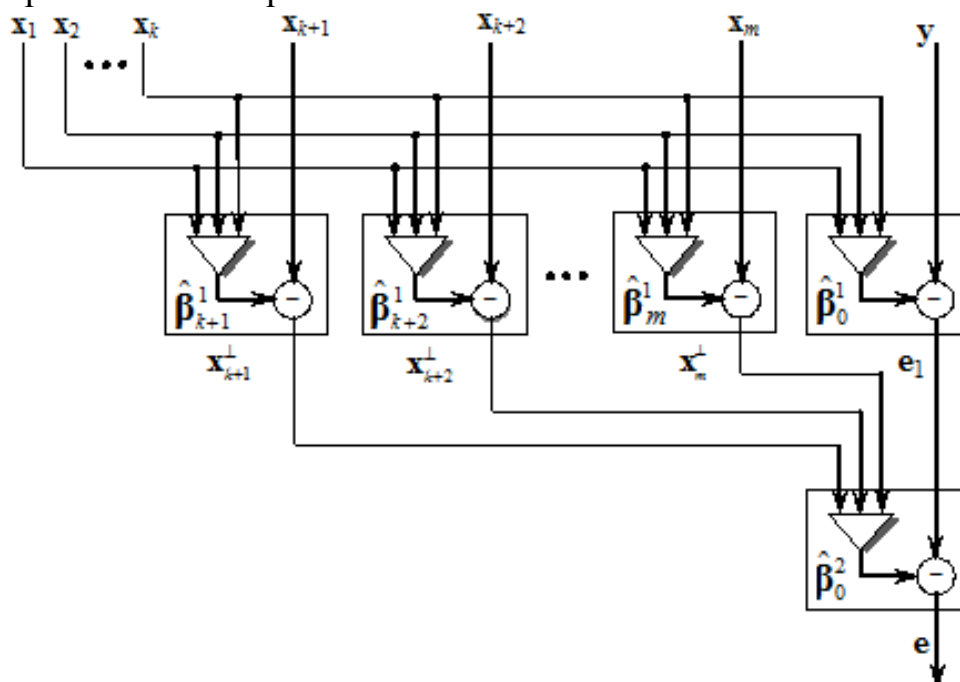


Рис. 1. Структурная схема двухступенчатого цифрового автокомпенсатора с модулями в виде весового сумматора

В первой степени выполняются компенсация помех в основном канале с использованием части сигналов компенсационных каналов $\mathbf{x}_j, j = \overline{1, k}$ и определяется вектор остатков \mathbf{e}_1 , а также ортогонализация оставшихся векторов $\mathbf{x}_j, j = \overline{k+1, m}$. После их получения, во второй степени выполняется компенсация остатков помех \mathbf{e}_1 с использованием полученных ортогонализированных регрессоров $\mathbf{x}_j^\perp, j = \overline{k+1, m}$ и вычисляется вектор остатков \mathbf{e} . Как следует из результатов синтеза [3], при применении LS- и RLS-алгоритмов, переход к обработке во второй степени выполняется после завершения обработки обучающего пакета в первой степени. Вместе с тем, применение RLS-алгоритма обеспечивает возможность одновременного функционирования первой и второй ступеней автокомпенсатора, что имеет важное практическое значение при поступлении больших объемов данных.

Модули первой степени представляют собой однотипные по структуре устройства в виде весового сумматора с одним основным и k компенсационными входами. Модуль второй степени является весовым сумматором с числом компенсационных входов $k - m$. В каждом модуле первой и второй ступеней по критерию наименьших квадратов с использованием RLS-алгоритма решается задача определения соответствующих весовых коэффициентов $\hat{\beta}_j^1, j = \overline{k+1, m}, \hat{\beta}_0^1, \hat{\beta}_0^2$.

Необходимо определить весовые коэффициенты двухступенчатого автокомпенсатора с ортогонализацией сигналов части компенсационных каналов на основе LMS-алгоритма, а также корреляционных характеристик помех. Провести сравнительный анализ эффективности двухступенчатого цифрового автокомпенсатора на основе LMS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней и известного одноступенчатого цифрового автокомпенсатора.

Определение весовых коэффициентов двухступенчатого автокомпенсатора на основе LMS-алгоритма

Широко известным в силу своей простоты и универсальности методом адаптивной подстройки весовых коэффициентов в цифровых антенных решетках является LMS-алгоритм. Он обеспечивает квазиоптимальное решение задачи определения весовых коэффициентов весового сумматора по критерию минимума среднего квадрата ошибки (МСКО).

Известно, что векторы весовых коэффициентов сумматора, определяемые с помощью RLS-алгоритма сходятся к винеровскому решению, оптимальному по критерию МСКО [4]. Это обуславливает допустимость применения для вычисления весовых коэффициентов модулей автокомпенсатора активных шумовых помех с ортогонализацией сигналов части компенсационных каналов LMS-алгоритма. При этом структурная схема двух-

ступенчатого цифрового автокомпенсатора с использованием LMS-алгоритма совпадает со схемой, представленной на рис. 1.

Следуя методике синтеза двухступенчатого цифрового автокомпенсатора активных шумовых помех с использованием RLS-алгоритма [3], а также учитывая взаимосвязь между RLS- и LMS-алгоритмами [1, 4], можно показать, что с использованием LMS-алгоритма, вычисление весовых коэффициентов для модулей первой ступени $\hat{\beta}_j^1$, $j = \overline{k+1, m}$, может быть выполнено рекуррентно по формулам

$$\hat{\beta}_j^1(i) = \hat{\beta}_j^1(i-1) + 2\mu \mathbf{x}_1^*(i) \left(x_j(i) - \mathbf{x}_1^T(i) \hat{\beta}_j^1(i-1) \right), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}_1^T(i) = (x_1(i), \dots, x_k(i))$ – вектор, содержащий отсчеты помеховых сигналов на входах компенсационных каналов $j = \overline{1, k}$ на i -м шаге; μ – шаговой множитель, определяющий скорость сходимости итерационного процесса и устойчивость процесса адаптации; “*” – знак комплексного сопряжения. Шаговой множитель выбирается из компромисса между скоростью сходимости и точностью настройки адаптивного фильтра. Антиградиент мгновенного значения квадратичной ошибки имеет вид

$$\hat{\nabla}_j^1(i-1) = 2\mathbf{x}_1^*(i) (x_j(i) - \mathbf{x}_1^T(i) \hat{\beta}_j^1(i-1)). \quad (2)$$

Вычисление весовых коэффициентов $\hat{\beta}_0^1$ выполняется с помощью рекуррентного алгоритма аналогичного (1), в котором, вместо $x_j(i)$ используется i -я компонента $y(i)$ вектора \mathbf{y}

$$\hat{\beta}_0^1(i) = \hat{\beta}_0^1(i-1) + 2\mu \mathbf{x}_1^*(i) \left(y(i) - \mathbf{x}_1^T(i) \hat{\beta}_0^1(i-1) \right). \quad (3)$$

При раздельном функционировании ступеней значения весовых коэффициентов, используемые в модулях первой ступени определяются на последнем n -м шаге $\hat{\beta}_j^1 = \hat{\beta}_j^1(n)$, $j = \overline{k+1, m}$, $\hat{\beta}_0^1 = \hat{\beta}_0^1(n)$, после чего вычисляются ортогонализированные регрессоры \mathbf{x}_j^\perp , $j = \overline{k+1, m}$ и вектор остатков \mathbf{e}_1 по формулам

$$\mathbf{x}_j^\perp = \mathbf{x}_j - \mathbf{X}_1 \hat{\beta}_j^1, \quad j = \overline{k+1, m}; \quad \mathbf{e}_1 = \mathbf{y} - \mathbf{X}_1 \hat{\beta}_0^1. \quad (4)$$

Вычисление весовых коэффициентов с использованием LMS-алгоритма для модуля второй ступени $\hat{\beta}_0^2$ выполняется рекуррентно по формулам

$$\hat{\beta}_0^2(i) = \hat{\beta}_0^2(i-1) + 2\mu \mathbf{x}_2^{1*}(i) \left(e_1(i) - \mathbf{x}_2^{1T}(i) \hat{\beta}_0^2(i-1) \right), \quad (5)$$

где $\mathbf{x}_2^{1T}(i) = (x_{k+1}^\perp(i), \dots, x_m^\perp(i))$ – вектор, включающий i -е компоненты ортогонализированных регрессоров \mathbf{x}_j^\perp , $j = \overline{k+1, m}$; $e_1(i)$ – i -я компонента

вектора остатков \mathbf{e}_1 выхода первой степени.

Значения весовых коэффициентов модуля второй степени определяются на последнем n -м шаге $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2 = \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2(n)$, после чего вычисляется вектор остатков \mathbf{e} по формуле

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{X}_2^\perp \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2, \quad (6)$$

где $\mathbf{X}_2^\perp = \left[\mathbf{x}_{k+1}^\perp, \dots, \mathbf{x}_m^\perp \right]$ – матрица, столбцами которой являются вектора $\mathbf{x}_j^\perp, j = \overline{k+1, m}$.

Для выполнения LMS-алгоритмов в модулях первой (1,3), и второй (6) ступеней должны быть заданы начальные условия, которые имеют вид $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1(0) = 0; j = \overline{k+1, m}, \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^1(0) = 0$; и $\hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2(0) = 0$. Алгоритмы (1,3,6), относятся к классу итерационных алгоритмов стохастического градиентного поиска, известных как алгоритмы Уидроу и Хоффа [1, 4].

Двухступенчатый автокомпенсатор с использованием LMS-алгоритма также обеспечивает возможность одновременного функционирования первой и второй ступеней. При этом весовые коэффициенты $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1(i), j = \overline{k+1, m}, \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^1(i), \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2(i)$ определяются на каждом i -м шаге на основе рекуррентных алгоритмов (1,3,6), а сигналы на выходах модулей первой и второй ступеней определяются по формулам

$$x_j^\perp(i) = x_j(i) - \mathbf{x}_1^T(i) \hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1(i-1), j = \overline{k+1, m}; \quad (7)$$

$$e_1(i) = y(i) - \mathbf{x}_1^T(i) \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^1(i-1); \quad (8)$$

$$e(i) = e_1(i) - \mathbf{x}_2^{\perp T}(i) \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2(i-1). \quad (9)$$

Определение весовых коэффициентов двухступенчатого автокомпенсатора на основе корреляционных характеристик помеховых сигналов

Синтезированные двухступенчатые цифровые автокомпенсаторы активных шумовых помех с использованием LS-, RLS- и LMS-алгоритмов были получены без конкретизации характеристик помеховых сигналов, и являются адаптивными.

Представляет интерес зависимость между весовыми коэффициентами $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j^1, j = \overline{k+1, m}, \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^1, \hat{\boldsymbol{\beta}}_0^2$ и корреляционными характеристиками входных помеховых сигналов. Будем полагать, что комплексные огибающие помеховых сигналов на входах компенсационных $x_j(i), j = \overline{1, k}$ и основного $y(i)$ каналов являются гауссовскими стационарными последовательностями с нулевыми математическими ожиданиями.

В работе [3] показано, что векторы весовых коэффициентов для модулей первой и второй ступеней с использованием LS-алгоритма определя-

ються по формулам

$$\hat{\beta}_j^1 = (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{x}_j, \quad j = \overline{k+1, m}; \quad (10)$$

$$\hat{\beta}_0^1 = (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{y}; \quad (11)$$

$$\hat{\beta}_0^2 = (\mathbf{X}_2^{\perp H} \mathbf{X}_2^{\perp})^{-1} \mathbf{X}_2^{\perp H} \mathbf{e}_1. \quad (12)$$

Выражение (10) можно представить в виде

$$\hat{\beta}_j^1 = (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{x}_j = (2n)^{-1} \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} (2n) \hat{\mathbf{d}}_{1j} = \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{d}}_{1j}, \quad j = \overline{k+1, m}, \quad (13)$$

где $\hat{\mathbf{R}}_1 = 0,5 \overline{\mathbf{x}_1^*(i) \mathbf{x}_1^T(i)}$ – выборочная корреляционная матрица (КМ) входных помеховых сигналов $\mathbf{x}_1^T(i) = (x_1(i), \dots, x_k(i))$ компенсационных каналов $l = \overline{1, k}$ с элементами $\hat{r}_{ls}, l, s = \overline{1, k}$, которые определяются по формуле

$$\hat{r}_{ls} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_l^*(i) x_s(i); \quad (14)$$

$\hat{\mathbf{d}}_{1j} = 0,5 \overline{\mathbf{x}_1^*(i) x_j(i)}$, $j = \overline{k+1, m}$ – векторы выборочной взаимной корреляции $\mathbf{x}_1(i)$ и сигналов $x_j(i)$ компенсационных каналов $j = \overline{k+1, m}$ с элементами $\hat{d}_{1lj}, l = \overline{1, k}$, которые определяются по формуле

$$\hat{d}_{1lj} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_l^*(i) x_j(i). \quad (15)$$

Необходимо отметить, что при вычислении выборочных корреляционных характеристик используется определение полной комплексной КМ помеховых сигналов на компенсационных входах в виде $\mathbf{R}_x = 0,5 E[\mathbf{x}^*(i) \mathbf{x}^T(i)]$, где $\mathbf{x}^T(i) = (x_1(i), \dots, x_m(i))$ [1].

Аналогично вектор $\hat{\beta}_0^1$, вычисляемый по формуле (11), можно представить в виде

$$\hat{\beta}_0^1 = \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{d}}_{10}, \quad (16)$$

где $\hat{\mathbf{d}}_{10} = 0,5 \overline{\mathbf{x}_1^*(i) y(i)}$ – вектор выборочной взаимной корреляции $\mathbf{x}_1(i)$, $i = \overline{1, n}$ и сигнала в основном канале $y(i)$ с элементами $\hat{d}_{1l0}, l = \overline{1, k}$, которые определяются по формуле

$$\hat{d}_{1l0} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_l^*(i) y(i). \quad (17)$$

Выражения (13), (16) совпадают с известным уравнением для определения весовых коэффициентов оптимального по критерию наименьших квадратов автокомпенсатора по выборочным корреляционным характери-

стикам [1, 4]. Таким образом, ортогонализированные регрессоры $\mathbf{x}_j^\perp, j = \overline{k+1, m}$ формируются из ошибок компенсации помеховых сигналов $\mathbf{x}_j, j = \overline{k+1, m}$, полученных с использованием сигналов компенсационных каналов $j = \overline{1, k}$.

Для анализа коэффициента $\hat{\beta}_0^2$ выражение (12) преобразуем с учетом свойств проекторов [3] к виду

$$\hat{\beta}_0^2 = (\mathbf{X}_2^{\perp H} \mathbf{X}_2^\perp)^{-1} \mathbf{X}_2^{\perp H} \mathbf{M}_1 \mathbf{y} = (\mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2)^{-1} (\mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2)^H \mathbf{M}_1 \mathbf{y} = (\mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2)^{-1} \mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{y}, \quad (18)$$

где \mathbf{M}_1 – ортогональный проектор, который имеет вид

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{I} - \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H.$$

При анализе формулы (18) отдельно рассмотрим выражения $\mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2$ и $\mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{y}$. Для первого выражения справедливы преобразования

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{X}_2 &= \mathbf{X}_2^H \left[\mathbf{I} - \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \right] \mathbf{X}_2 = \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_2 = \\ &= 2n (\hat{\mathbf{R}}_2 - \hat{\mathbf{R}}_{21} \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{R}}_{12}) = 2n \hat{\mathbf{R}}_2^\perp, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\hat{\mathbf{R}}_2 = 0,5 \overline{\mathbf{x}_2^*(i) \mathbf{x}_2^T(i)}$ – выборочная КМ входных помеховых сигналов $\mathbf{x}_2^T(i) = (x_{k+1}(i), \dots, x_m(i))$ компенсационных каналов $j = \overline{k+1, m}$; $\hat{\mathbf{R}}_2^\perp = 0,5 \overline{\mathbf{x}_2^{\perp T}(i) \mathbf{x}_2^\perp(i)}$ – выборочная КМ ортогонализированных помеховых сигналов $\mathbf{x}_2^{\perp T}(i) = (x_{k+1}^\perp(i), \dots, x_m^\perp(i))$; $\hat{\mathbf{R}}_{12} = 0,5 \overline{\mathbf{x}_1^*(i) \mathbf{x}_2^T(i)}$, $\hat{\mathbf{R}}_{21} = 0,5 \overline{\mathbf{x}_2^*(i) \mathbf{x}_1^T(i)}$ – выборочные взаимно корреляционные матрицы входных помеховых сигналов $\mathbf{x}_1(i)$ и $\mathbf{x}_2(i)$, при этом $\hat{\mathbf{R}}_{21} = \hat{\mathbf{R}}_{12}^H$.

Второе выражение также можно преобразовать к виду

$$\mathbf{X}_2^H \mathbf{M}_1 \mathbf{y} = \mathbf{X}_2^H \mathbf{y} - \mathbf{X}_2^H \mathbf{X}_1 (\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1^H \mathbf{y} = 2n (\hat{\mathbf{d}}_{20} - \hat{\mathbf{R}}_{21} \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{d}}_{10}) = 2n \hat{\mathbf{d}}_{20}^\perp. \quad (20)$$

где $\hat{\mathbf{d}}_{20} = 0,5 \overline{\mathbf{x}_2^*(i) y(i)}$ – вектор выборочной взаимной корреляции входных сигналов $\mathbf{x}_2(i)$ компенсационных каналов $l = \overline{1, k}$ и сигналом в основном канале $y(i)$; $\hat{\mathbf{d}}_{20}^\perp = 0,5 \overline{\mathbf{x}_2^{\perp T}(i) e_1(i)}$ – вектор выборочной взаимной корреляции выходных сигналов $\mathbf{x}_2^\perp(i)$ компенсационных каналов $l = \overline{1, k}$ и ошибки $e_1(i)$ на выходе первой степени основного канала.

С учетом (19), (20) выражение (18) можно представить в виде

$$\hat{\beta}_0^2 = \left(\hat{\mathbf{R}}_2 - \hat{\mathbf{R}}_{21} \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{R}}_{12} \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{d}}_{20} - \hat{\mathbf{R}}_{21} \hat{\mathbf{R}}_1^{-1} \hat{\mathbf{d}}_{10} \right). \quad (21)$$

Таким образом, если известны выборочные корреляционные характе-

ристки $\hat{\mathbf{R}}_1, \hat{\mathbf{R}}_2, \hat{\mathbf{R}}_{21}, \hat{\mathbf{d}}_{10}, \hat{\mathbf{d}}_{20}$, векторные коэффициенты $\hat{\beta}_j^1, j = \overline{k+1, m}, \hat{\beta}_0^1, \hat{\beta}_0^2$ могут быть найдены по формулам (13), (16) и (21) и являются оптимальными по критерию наименьших квадратов.

Следуя методике [4], при неограниченном увеличении тактов наблюдения n выборочные корреляционные характеристики $\hat{\mathbf{R}}_1, \hat{\mathbf{R}}_2, \hat{\mathbf{R}}_{21}, \hat{\mathbf{R}}_2^\perp, \hat{\mathbf{d}}_{10}, \hat{\mathbf{d}}_{20}, \hat{\mathbf{d}}_{20}^\perp$ стремятся к корреляционным характеристикам $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_{21}, \mathbf{R}_2^\perp, \mathbf{d}_{10}, \mathbf{d}_{20}, \mathbf{d}_{20}^\perp$. При этом, весовые коэффициенты модулей первой и второй ступеней определяются по формулам

$$\hat{\beta}_{j\text{СКО}}^1 = \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{1j}, j = \overline{k+1, m}, \quad \hat{\beta}_{0\text{СКО}}^1 = \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{10}; \quad (22)$$

$$\hat{\beta}_{0\text{СКО}}^2 = \mathbf{R}_2^{\perp-1} \mathbf{d}_{20}^\perp = (\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_{21} \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{R}_{21}^H)^{-1} (\mathbf{d}_{20} - \mathbf{R}_{21} \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{10}). \quad (23)$$

Выражения для весовых коэффициентов модулей первой ступени совпадают с винеровским решением, оптимальным по критерию МСКО [1, 4]. Соответственно дисперсии $\sigma_{1j\text{СКО}}^2$ ортогонализированных сигналов на выходе первой ступени $x_j^\perp(i), j = \overline{k+1, m}$ определяются по формулам

$$\sigma_{1j\text{СКО}}^2 = \sigma_{xj}^2 - \mathbf{d}_{1j}^H \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{1j}, j = \overline{k+1, m}, \quad (24)$$

где $\sigma_{xj}^2, j = \overline{k+1, m}$ – дисперсии сигналов $x_j(i)$ на входе компенсационных каналов $j = \overline{k+1, m}$.

Дисперсия $\sigma_{e1\text{СКО}}^2$ ошибки $e_1(i)$ на выходе первой ступени основного канала описывается выражением

$$\sigma_{e1\text{СКО}}^2 = \sigma_y^2 - \mathbf{d}_{10}^H \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{10}, \quad (25)$$

где σ_y^2 – дисперсия сигнала $y(i)$ на входе основного канала.

Поскольку при неограниченном увеличении интервала наблюдения оценка по критерию наименьших квадратов сходится к оценке по критерию МСКО [4], дисперсию $\sigma_{e\text{СКО}}^2$ ошибки $e(i)$ на выходе второй ступени основного канала также можно представить в виде

$$\sigma_{e\text{СКО}}^2 = \sigma_{e1\text{СКО}}^2 - \mathbf{d}_{20}^{\perp H} \mathbf{R}_2^{\perp-1} \mathbf{d}_{20}^\perp, \quad (26)$$

С учетом (23, 25) выражение (26) можно представить в виде

$$\sigma_{e\text{СКО}}^2 = \sigma_y^2 - \mathbf{d}_{10}^H \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{10} - \left(\mathbf{d}_{20} - \mathbf{R}_{21} \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{10} \right)^H \left(\mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_{21} \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{R}_{21}^H \right)^{-1} \left(\mathbf{d}_{20} - \mathbf{R}_{21} \mathbf{R}_1^{-1} \mathbf{d}_{10} \right). \quad (27)$$

Для рассмотренной задачи, при известной полной КМ помеховых сигналов \mathbf{R}_x и векторе взаимной корреляции сигналов в основном и дополни-

тельних каналах \mathbf{d}_{xy} одноступенчатый оптимальный по критерию МСКО автокомпенсатор может быть получен на основе фильтра Винера [1, 4]. При этом дисперсия ошибки компенсации описывается выражением

$$\sigma_{\text{еСКО}}^2 = \sigma_y^2 - \mathbf{d}_{xy}^H \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{d}_{xy}. \quad (28)$$

Выполнив разбиение полной КМ помеховых сигналов \mathbf{R}_x на блоки $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_{12}, \mathbf{R}_{21}, \mathbf{R}_2$, на основе формулы Фробениуса для обращения блочной матрицы [5] после несложных преобразований выражение (28) можно привести к виду (27). Таким образом, полученный двухступенчатый автокомпенсатор с частичной ортогонализацией сигналов компенсационных каналов (22, 23) является оптимальным по критерию МСКО. При этом он обеспечивает параллельную обработку сигналов и возможность подключения/отключения блока компенсационных каналов и соответственно части вычислительных модулей полученного устройства.

Анализ эффективности двухступенчатого автокомпенсатора на основе LMS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней

Анализ эффективности двухступенчатого цифрового автокомпенсатора на основе LMS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней выполнен с помощью статистического моделирования, в соответствии с соотношениями (1,3,6-9). В качестве показателей эффективности использованы: скорость настройки (сходимости) автокомпенсатора до установившегося режима (количество итераций n), мощность ошибок компенсации помех. Общее количество компенсационных каналов $m=6$. Компенсационные каналы разбивались на два блока с одинаковым числом каналов, равным трем ($k=3$). Суммарная мощность помех в 600 раз превышает мощность собственных шумов приемных каналов, которая полагалась равной единице, что соответствует 27,8 дБ. Моделирование проведено для помеховых ситуаций, создаваемых L постановщиками помех. Помеховые ситуации характеризуются хорошей (единицы децибел) и плохой (десять и более децибел) обусловленностью (η) КМ \mathbf{R}_x [3]. Рассмотрены помеховые ситуации при $L < k$ и $L \geq k$. Сравнительный анализ проведен с цифровым автокомпенсатором по схеме m -канального одноступенчатого весового суммирования, в котором вычисление весовых коэффициентов выполняется на основе LMS-алгоритма [1]. Значение шагового множителя μ выбрано: для одноступенчатого цифрового автокомпенсатора – $\mu_1=0,5/\text{tr}(\mathbf{R}_x)$, для модулей двухступенчатого цифрового автокомпенсатора – $\mu_2=2\mu_1$.

На рис. 2 представлены зависимости мощности ошибок компенсации помеховых сигналов на выходах 14, 10 первой и 20 второй ступеней цифрового автокомпенсатора (первое число соответствует номеру ступени, а второе – номеру канала) от количества итераций. Рассмотренная помеховая ситуация соответствует случаю плохой обусловленности КМ помех

при действии двух постановщиков активных шумовых помех. Для сравнения на рис. 2 представлена зависимость мощности ошибок компенсации помеховых сигналов одноступенчатого цифрового автокомпенсатора помех.

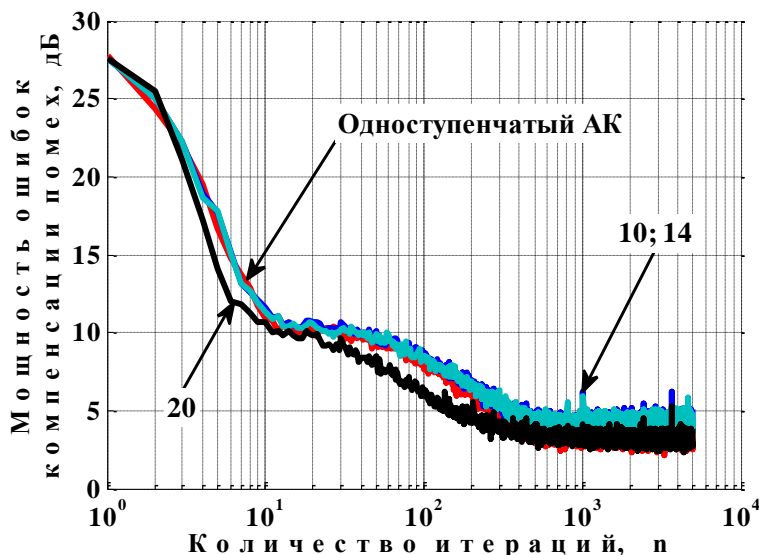


Рис. 2. Мощность ошибок компенсации помех:
 $m=6; k=3; L=2; \eta=21$ дБ

одинаковая эффективность подавления помехи в основном канале первой и второй ступени. Такая же эффективность сохраняется и при хорошей обусловленности КМ помех.

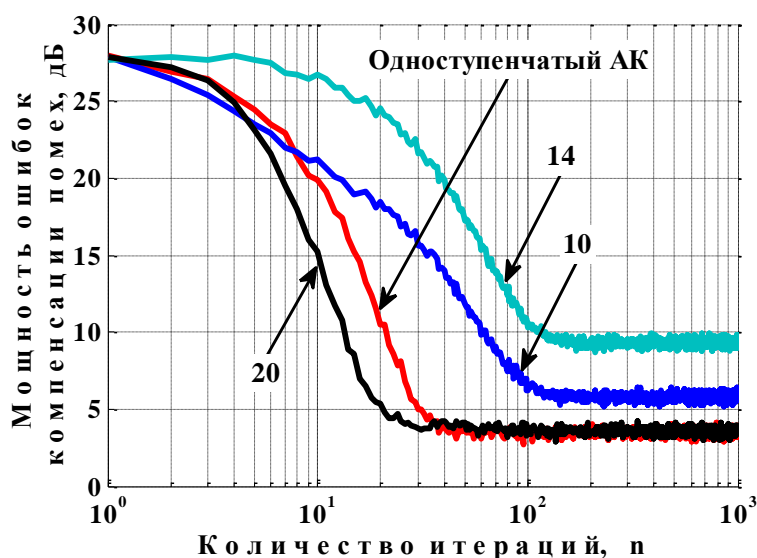


Рис. 3. Мощность ошибок компенсации помех:
 $m=6; k=3; L=3; \eta=2,5$ дБ

троечки одноступенчатого автокомпенсатора примерно на 10 итераций (по уровню 5 дБ).

Как известно, эффективная компенсация одновременно действующих L постановщиков активных шумовых помех осуществляется при наличии не менее L вспомогательных каналов, что в данном случае выполняется уже на первой ступени. Поэтому, как следует из результатов моделирования (выходы модулей 10 и 14, рис. 2), обеспечивается практически

На рис. 3-5 представлены результаты моделирования для случаев хорошей и плохой обусловленности КМ помех в ситуациях $L=k$ и $L>k$. В установившемся режиме двухступенчатый и одноступенчатый автокомпенсаторы имеют одинаковую эффективность. Скорость настройки (рис. 3) двухступенчатого автокомпенсатора на переходном участке работы опережает скорость настройки

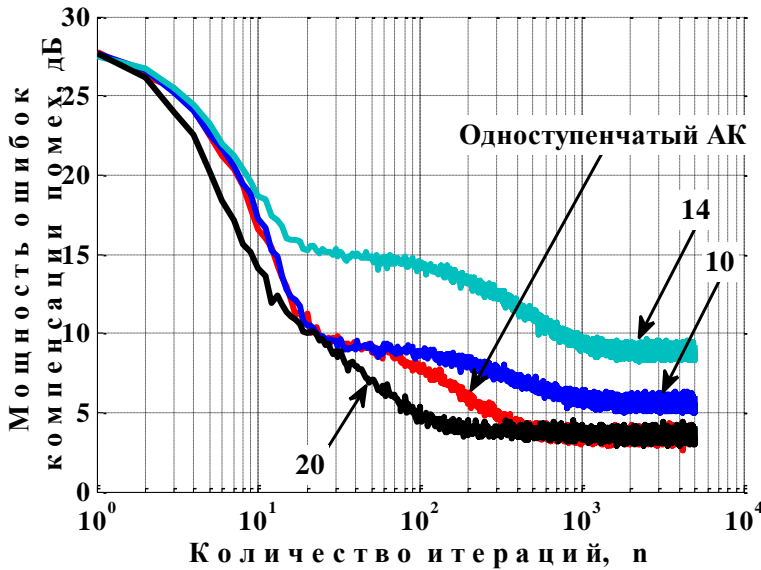


Рис. 4. Мощность ошибок компенсации помех:

$$m=6; k=3; L=3; \eta=19 \text{ дБ}$$

$L=3$ (рис. 4), скорость сходимости двухступенчатого автокомпенсатора в 3 раза выше скорости сходимости одноступенчатого автокомпенсатора (по уровню 5 дБ).

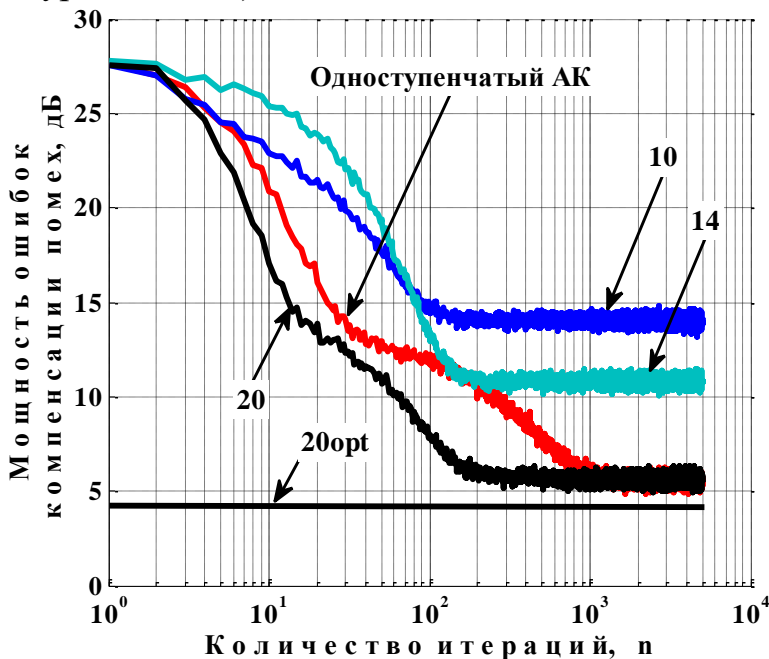


Рис. 5. Мощность ошибок компенсации помех:

$$m=6; k=3; L=4; \eta=21 \text{ дБ};$$

пени 10 меньше на 9 дБ.

Зависимости мощности ошибок компенсации помех выхода 14 первой ступени на рис. 2-5 иллюстрируют работу модулей, в которых выполняется ортогонализация помеховых сигналов дополнительных каналов.

На рис. 5 также показана рассчитанная для рассмотренного примера по

В установившемся режиме, мощность ошибки компенсации помех на выходе 10 на 1,5 дБ больше, чем на выходе второй ступени 20 (рис. 3, 4), что подтверждает необходимость применения двухступенчатой схемы автокомпенсатора при $L=k$ как при хорошей, так и при плохой обусловленности КМ помеховых сигналов. При плохой обусловленности КМ помех и количестве постановщиков помех

Двухступенчатой автокомпенсатор также сохраняет работоспособность, когда количество постановщиков помех больше числа дополнительных каналов в первой ступени рис. 5. Так, при плохой обусловленности КМ помех, скорость сходимости двухступенчатого автокомпенсатора в 5 раз выше скорости сходимости одноступенчатого автокомпенсатора. Мощность ошибок компенсации помех на выходе второй ступени 20 по сравнению с выходом первой ступени

формуле (27) мощность $\sigma_{\text{еско}}^2 = 4,1$ дБ ошибки на выходе второй ступени основного канала (20орт). По сравнению с оптимальным решением, мощность ошибки компенсации помех автокомпенсаторами на основе LMS-алгоритма в установившемся режиме больше на 1,5 дБ, что обусловлено шумом градиента [1] и подтверждает их квазиоптимальный характер.

Выводы

Полученный с использованием LMS-алгоритма двухступенчатый цифровой автокомпенсатор с ортогонализацией части компенсационных каналов является квазиоптимальным по критерию МСКО и характеризуется значительно меньшей вычислительной сложностью по сравнению с двухступенчатыми автокомпенсаторами на основе LS- и RLS-алгоритмов [3]. Он может функционировать в режимах, когда обработка всего обучающего пакета входных данных выполняется сначала в первой, а затем второй ступенях, а также при одновременном функционировании ступеней.

Векторные коэффициенты $\hat{\beta}_j^1, j = \bar{k} + 1, m, \hat{\beta}_0^1, \hat{\beta}_0^2$ модулей первой и второй ступеней, определяемые по формулам (13), (16) и (21) на основе выборочных корреляционных характеристик $\hat{\mathbf{R}}_1, \hat{\mathbf{R}}_2, \hat{\mathbf{R}}_{21}, \hat{\mathbf{d}}_{10}, \hat{\mathbf{d}}_{20}$ являются оптимальными по критерию наименьших квадратов и равны соответствующим коэффициентам, определяемым на основе LS- алгоритма [3]. Векторные коэффициенты $\hat{\beta}_{\text{жско}}^1, j = \bar{k} + 1, m, \hat{\beta}_{0\text{жско}}^1, \hat{\beta}_{0\text{жско}}^2$ модулей первой и второй ступеней, определяемые по формулам (22, 23) на основе корреляционных характеристик $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_{21}, \mathbf{d}_{10}, \mathbf{d}_{20}$ являются оптимальными по критерию МСКО.

Для рассмотренных примеров скорость сходимости двухступенчатого автокомпенсатора не ниже чем у одноступенчатого с тем же числом компенсационных каналов, а при числе постановщиков помех $L \geq 3$ выигрыш составляет от 3 до 5 раз. При $L < 3$ мощности ошибок компенсации помех в основном канале на выходах первой и второй ступеней практически одинаковы, что позволяет отключать вторую ступень и переходить к одноступенчатой структуре автокомпенсатора с меньшим числом компенсационных каналов.

Список источников

1. Monzingo R. A. Introduction to adaptive arrays. 2nd ed. / R. A. Monzingo, R. L. Haupt, T. W. Miller. – Scitech publishing, 2011. – 510 p. doi: 10.1049/sbew046e
2. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках / М. В. Ратынский. – М. : Радио и связь, 2003. – 200 с.
3. Жук С.Я. Двухступенчатая адаптивная компенсация активных шумовых помех с ортогонализацией сигналов части компенсационных каналов / С. Я. Жук, К. М. Семибаламут // Вестник НТУУ “КПИ”. Серия Радиотехника, Радиоаппаратостроение. – 2016. – № 64. – С. 61-74.

4. Джиган В. И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы / В. И. Джиган. – М. : Техносфера, 2013. – 528 с.
5. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – М. : Физматлит, 2004. – 560 с.

References

1. Monzingo R. A., Haupt R. L. and Miller T. W. (2011) [*Introduction to adaptive arrays*](#). 2nd ed., Scitech publishing, 510 p. doi: 10.1049/sbew046e
2. Ratynskii M. V. (2003) *Adaptatsiya i sverkhrazreshenie v antennykh reshetkakh* [Adaptation and superresolution in antenna arrays]. Moskow, Radio i svyaz', 200 p.
3. Zhuk, S. Ya., Semibalamut, K. M. (2016) Two-stage adaptive compensation of active noise interference with signals orthogonalization of a part of compensation channels. [*Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*](#), no. 64, pp. 61-74. (in Russian).
4. Dzhigan V. I. (2013) *Adaptivnaya fil'tratsiya signalov: teoriya i algoritmy* [Adaptive Signal Filtering: Theory and Algorithms]. Moskow, Tekhnosfera, 528 p.
5. Gantmakher F. R. (2004) [*Teoriya matrits*](#) [The theory of matrices]. Moskow, Fizmatlit, 560 p.

*Жук С. Я., Семібаламут К. М. **Визначення вагових коефіцієнтів двохступеневого автокомпенсатору на основі LMS-алгоритму і кореляційних характеристик завад.** Розглянуто задачі визначення вагових коефіцієнтів двохступеневого автокомпенсатору з ортогоналізацією сигналів частини компенсаційних каналів на основі LMS-алгоритму, а також кореляційних характеристик завад. Аналіз ефективності рекуррентного двохступеневого цифрового автокомпенсатору на основі LMS-алгоритму з одночасним функціонуванням ступенів виконано за допомогою статистичного моделювання при різній обумовленості кореляційної матриці завад і різній кількості джерел завад.*

Ключові слова: автокомпенсатори завад, метод найменших квадратів, LMS-алгоритм.

*Жук С. Я., Семібаламут К. М. **Определение весовых коэффициентов двухступенчатого автокомпенсатора на основе LMS-алгоритма и корреляционных характеристик помех.** Рассмотрены задачи определения весовых коэффициентов двухступенчатого автокомпенсатора с ортогонализацией сигналов части компенсационных каналов на основе LMS-алгоритма, а также корреляционных характеристик помех. Анализ эффективности рекуррентного двухступенчатого цифрового автокомпенсатора на основе LMS-алгоритма с одновременным функционированием ступеней выполнен с помощью статистического моделирования при разной обусловленности корреляционной матрицы помех и разным количестве источников помех.*

Ключевые слова: автокомпенсаторы помех, метод наименьших квадратов, LMS-алгоритм.

*Zhuk S. Ya., Semibalamut K. M. **Definition of weight coefficient in two-stage automatic compensation based on LMS-algorithm and interference correlation characteristics.***

Introduction. Two-stage digital automatic compensators of active noise interference based on LS and RLS-algorithms provide parallel processing of signals and capability to connect/disconnect additional compensation channel block. LMS-algorithm is widely used for synthesis of digital automatic compensators of active noise interference. Its advantage is low computational cost. When solving certain practical problems correlation characteristics of interference signals are either given or their estimates are obtained.

***Problem statement.** The first stage of the two-stage digital automatic compensator provides compensation of interference in the main channel using compensation channel signals of one of the blocks and orthogonalization of signals in the other block. The second stage provides compensation of the residue interference using the obtained orthogonalized signals. Modules of the first and the second stage are single type weight totalizers. We need to determine weight coefficient of the two-stage digital automatic compensator with orthogonalization of signals of part of compensation channels based on LMS-algorithms and interference correlation characteristics.*

Using LMS-algorithm there was obtained two-stage digital automatic compensator with orthogonalization of part of compensation channels that is quasi-optimal regarding the criterion of minimum mean square error and it's feature is lower computational complexity compared to two-stage digital automatic compensators based on LS and RLS-algorithms. It can operate in modes when preprocessing of the complete training package of the input data is carried out in the first and then in the second stage as well as in the mode of simultaneous operation of the stages.

There have been achieved analytical expressions for defining weight coefficients of modules in the first and in the second stage of the automatic compensator determined on the basis of selective and precisely known correlation characteristics of input interference signals.

LMS-method based two-stage digital automatic compensator efficiency analysis with simultaneously operating stages and its comparison with a known one-stage automatic compensator with the same number of compensation channels were conducted with the help of static modeling at various conditions of interference correlation matrix and various numbers of interference sources.

***Conclusions.** The obtained two-stage digital automatic compensator with orthogonalization of part of compensation channels is quasi-optimal regarding the criterion of minimum mean square error and it has lower computational complexity compared to two-stage digital automatic compensators based on LS and RLS-algorithms. Weight coefficients of the automatic compensators determined on the basis of selective and precisely known correlation characteristics of input interference signals are optimal regarding the criterion of least squares and minimum mean square error respectively. The obtained two-stage digital automatic compensators provide capability to connect/disconnect additional compensation channel block and appropriate computational stage modules proportionately to the interference situation.*

***Keywords:** automatic interference compensators, the method of least squares, LMS - algorithm.*