

Критерії наближення кристалоподібних структур решітками імпедансних дельта-неоднорідностей

Нелін Є. А., Ляшок А. В.

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського”, м. Київ, Україна

E-mail: a.liashok@kpi.ua

Розглянуто особливості залежностей активної й реактивної складових вхідного імпедансу решіток імпедансних δ -неоднорідностей у квантово-механічному, електромагнітному та акустичному середовищах. На основі порівняльного аналізу залежностей вхідного імпедансу необмежених і обмежених кристалоподібних структур (КС) та решіток імпедансних δ -неоднорідностей встановлено критерії наближення КС решітками імпедансних δ -неоднорідностей. Ці критерії обмежують ширину неоднорідності КС однією чет-вертою довжини хвилі, а нормований хвильовий імпеданс електромагнітних та акустичних неоднорідностей значеннями не менше 3 або не більше 1/3.

Ключові слова: кристалоподібна структура; імпедансна дельта-неоднорідність.

Вступ

Кристалоподібні структури (КС) мають унікальні, аналогічні кристалам, зонні спектральні характеристики й становлять основу нових різноманітних пристроїв обробки сигналів [1–3]. КС належать до періодичних структур, надзвичайно широко застосовуваних в різних технічних галузях. Інтерес до періодичних структур зберігається протягом значного часу, про що свідчить перевидання другого видання фундаментальної монографії [4] через п'ятдесят років (переклад доповненої монографії [4, 5]).

Принципові властивості КС виявляються в одновимірних структурах, які традиційно моделюють методом матриці переносу [6]. Метод хвильового імпедансу спрощує моделювання, наповнює його фізичним змістом, дозволяє отримати аналітичні рішення [7, 8].

Для моделювання поодиноких хвильових неоднорідностей і КС в [9] запропоновано модель імпедансних δ -неоднорідностей, яка поєднує переваги методів хвильового імпедансу й δ -функцій. Оскільки реальні неоднорідності скінченні, постає питання взаємної відповідності КС і решітки δ -неоднорідностей.

Метою статті є встановлення критеріїв наближення необмежених і обмежених КС решітками імпедансних δ -неоднорідностей. Для спрощення перетворень імпеданси нормовано до імпедансу зовнішнього середовища.

1 Хвильові середовища кристалоподібних структур

Розглянемо такі середовища: середовище 1 — квантово-механічне, нормований хвильовий імпеданс визначається виразом

$$Z = \sqrt{\frac{(E - V)m'}{Em}},$$

де E — енергія електрона; V — потенціальна енергія; m — ефективна маса електрона; штрих відповідає зовнішньому середовищу; середовище 2 — електромагнітне або акустичне з імпедансом $Z = \text{const}$.

КС у середовищах 1 і 2 позначимо як КС1 і КС2, імпедансні δ -неоднорідності в середовищах 1 і 2 — нижніми індексами 1 і 2, а індекси параметрів бар'єра і ями — буквами b і w (barrier і well).

Вхідний імпеданс δ -бар'єрів і δ_1 -ями й вхідний адмітанс δ_2 -ями визначаються формулами [9]

$$z_\delta = 1 + 2i\eta, \quad g_\delta = 1 + 2i\eta,$$

де $\eta_1 = \pm \alpha \sqrt{m'/2E}/\hbar = \pm \alpha m'/\hbar^2 k'$, $\hbar = h/2\pi$, h — постійна Планка (знак «+» з « \pm » відповідає δ_1 -бар'єру); $\eta_2 = -\alpha k/2$, k — хвильове число.

В [9] розглянуто лише необмежені решітки δ -бар'єрів. Для встановлення критерію наближення як для КС на основі бар'єрів, так і для КС на основі ям розглянемо особливості решіток δ -ям.

2 Необмежені решітки імпедансних δ -ям

Решітки δ_1 -ям і δ_1 -бар'єрів відрізняються лише знаком величини η_1 . Для решіток δ_2 -ям і δ_2 -бар'єрів $z_{\delta w} = z_{\delta b}^{-1}$, тому відмінності більш суттєві.

Знайдемо вхідний імпеданс неоднорідності в необмеженій решітці δ_2 -ям (рис. 1)

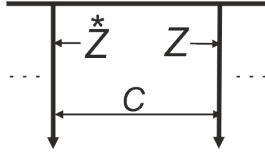


Рис. 1. Решітка δ_2 -ям.

Тут z і z^* — вхідні імпеданси відповідно у прямому і зворотному напрямках на лівій і правій межі δ -ями³; c — відстань між δ -неоднорідностями.

У дозволених зонах, які є зонами власних значень КС, $z = \bar{z}$, де \bar{z} — вхідний імпеданс у прямому напрямку на правій межі δ -ями. Виходячи з цього і враховуючи зв'язок вхідного імпедансу δ -ями з вхідним імпедансом середовища справа від неї, маємо

$$z = \frac{z^*}{1 + 2i z^* \eta} \quad (1)$$

Імпеданси z і z^* зв'язані також співвідношенням

$$z = \frac{z^* + iC}{1 + i z^* C \eta} \quad (2)$$

де $C = \tan \varphi$, $\varphi = k'c$.

З (1) і (2) отримуємо

$$\operatorname{Re} z = \sqrt{1 - \operatorname{Im}^2 z - 2 \operatorname{Im} z C^{-1}}, \quad (3)$$

$$\operatorname{Im} z = \frac{\eta}{2\eta C^{-1} - 1}. \quad (4)$$

Для решіток δ -бар'єрів і δ_1 -ям зв'язок між $\operatorname{Re} z$ і $\operatorname{Im} z$ також визначається (3), а $\operatorname{Im} z = \eta$ [9].

Підставивши (4) в (3), для решітки δ_2 -ям маємо

$$\operatorname{Re} z = \frac{\sqrt{1 - \eta^2 - 2\eta C^{-1}}}{2\eta C^{-1} - 1}. \quad (5)$$

Таким чином, чисельники виразів для $\operatorname{Re} z$ і $\operatorname{Im} z$ решітки δ_2 -ям (5) і (4) співпадають з відповідними виразами для решіток δ -бар'єрів і δ_1 -ям.

Межі зон визначаються умовою $\operatorname{Re} z = 0$. Для решіток δ -бар'єрів і δ -ям з однаковими значеннями відповідних параметрів маємо $\eta_{1b} = -\eta_{1w}$ і $\eta_{2b} = -\eta_{2w}$. Таким чином, межі зон таких решіток не співпадають в середовищі 1 і співпадають в середовищі 2.

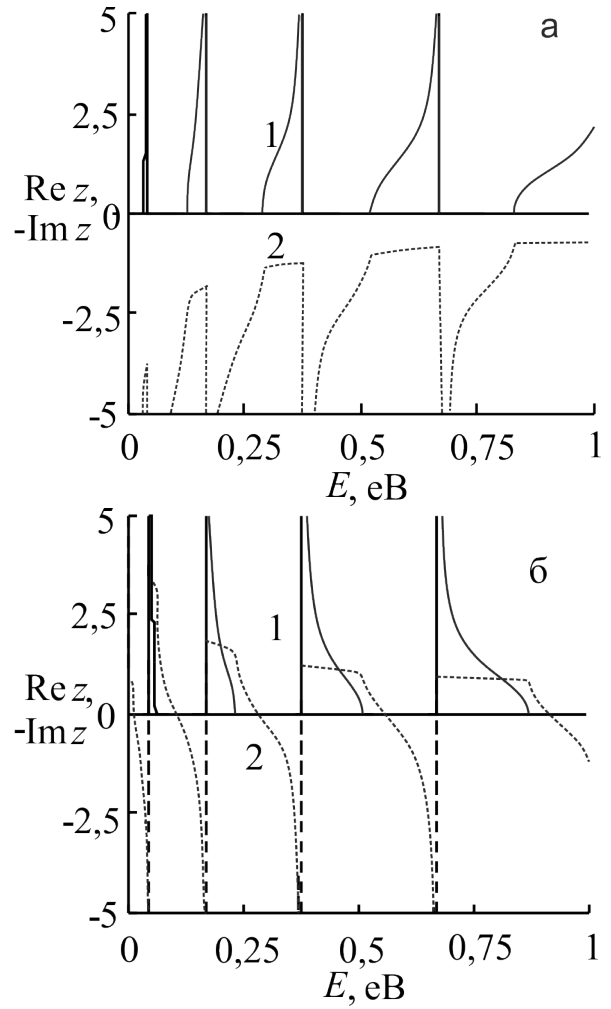


Рис. 2. Залежності активної (1) та реактивної (2) складових вхідного імпедансу необмежених решіток δ_1 -неоднорідностей, $\alpha = 0,3$ еВ·нм, $c = 3$ нм, $m = m' = m_0$, де m_0 — маса електрона:
а — бар'єри; б — ями.

На рис. 2 приведено залежності складових вхідного імпедансу необмежених решіток δ_1 -неоднорідностей. Знак “-” реактивної складової обумовлений протилежністю знаків фази прямої хвилі в квантовій механіці і в радіотехніці. Залежності являють собою чергування смуг, в яких $\operatorname{Re} z > 0$ і $\operatorname{Re} z = 0$, відповідно дозволених і заборонених зон.

Як і очікувалося, межі зон решіток δ_1 -бар'єрів та δ_1 -ям з однаковими значеннями відповідних параметрів не співпадають. Дозволені зони решітки δ_1 -бар'єрів обумовлені резонансним тунелюванням електронів, а решітки δ_1 -ям — їх резонансним проходженням. Розширення дозволених зон зі зростанням енергії обумовлене зменшенням значення $|z_\delta|$ і, відповідно, коефіцієнта відбиття від неоднорідності, а розширення заборонених зон — збільшенням відстані між власними значеннями енергії структури з двох

³знаком “*” враховано комплексну спряженість вхідних імпедансів у протилежних напрямках

δ_1 -неоднорідностей, які приблизно визначають середини дозволених зон.

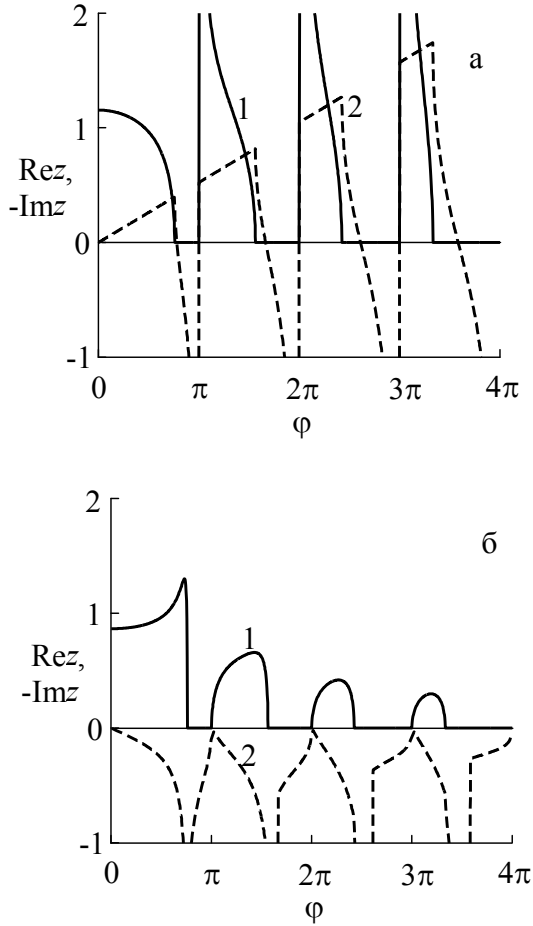


Рис. 3. Залежності активної (1) та реактивної (2) складових вхідного імпедансу необмежених решіток δ_2 -неоднорідностей, $\alpha = c/3$: а — бар'ери; б — ями.

На рис. 3 наведено залежності складових вхідного імпедансу решіток δ_2 -неоднорідностей.

Як і очікувалося, межі зон решіток δ_2 -бар'ерів та δ_2 -ям з однаковим значеннями відповідних параметрів співпадають.

3 Наближення необмежених кристалоподібних структур

Критерії наближення КС решітками δ -неоднорідностей мають встановлювати обмеження на параметри КС, при яких похибка наближення є прийнятною.

Розглянемо імпедансу модель необмеженої одновимірної КС, утворену шарами I і II, для хвиль різної природи (рис. 4), де z — вхідний імпеданс

у прямому напрямку на правій межі між шарами II і I. Суцільна і штрихова лінії відповідають імпедансним бар'ерам і ямам. Середовище шарів I у загально-

му випадку реактивне, а шарів II — дисперсивне (прозорі). Імпеданс і хвильове число реактивного середовища уявні, а шар такого середовища — тунельний. Позначимо параметри шарів I і II індексами I і II та пронормуємо імпеданси до імпедансу шару II.

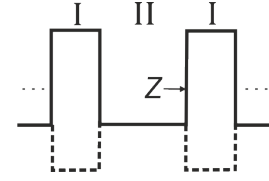


Рис. 4. Імпедансна залежність необмеженої КС.

Згідно перетворень, аналогічних наведеним вище, отримаємо, що $\text{Re } z$ визначається (3), а $\text{Im } z$ виразом

$$\text{Im } z = \frac{1 - Z^2}{2(B^{-1} + ZA^{-1})},$$

де Z — імпеданс шару I (Z_b при $Z > 1$ і Z_w при $Z < 1$); $A = \tan \varphi_I$; $B = \tan \varphi_{II}$, $\varphi_I = k_I a$, $\varphi_{II} = k_{II} b$ — фазові набіги хвилі у шарах I і II, a і b — товщини шарів I і II відповідно.

На рис. 5 приведено залежності складових вхідного імпедансу необмежених КС1 і решіток δ_1 -неоднорідностей. Похибка наближення КС1 решітками δ_1 -неоднорідностей, у цілому, зростає зі збільшенням енергії E , що відповідає зменшенню довжини хвилі. Відносні похибки ширини першої, другої, третьої і четвертої заборонених зон решітки δ_1 -бар'ерів з урахування знака відхилення складають відповідно 3, 0, 5, -8 і -26 %, а першої, другої і третьої заборонених зон решітки δ_1 -ям — -7 , -16 і 36 %.

Таким чином, значення $E = 1$ еВ є межею наближення. Відповідний критерій наближення

$$a \lesssim \lambda/4, \quad (6)$$

де λ — довжина хвилі, $\lambda = h/\sqrt{2mE}$, причому $m' \approx m$. Критерій (6) виконується і при інших значеннях параметрів КС1.

На рис. 6 і 7 наведено залежності складових вхідного імпедансу необмежених КС2, утворених чвертьхвильовими шарами, та решіток δ_2 -неоднорідностей. Як бачимо, зі збільшенням Z_b і зменшенням Z_w похибка наближення зменшується. Ця похибка обмежує значення Z_b і Z_w . При $Z_b = 3$ і $Z_w = 1/3$ відносна похибка активної складової вхідного імпедансу необмежених КС2 при $\varphi = 0$ складає відповідно -15 і 13 %. Прийнемо ці значення Z_b і Z_w як граничні. Відповідний критерій наближення:

$$Z_b \geq 3, \quad Z_w \leq 1/3.$$

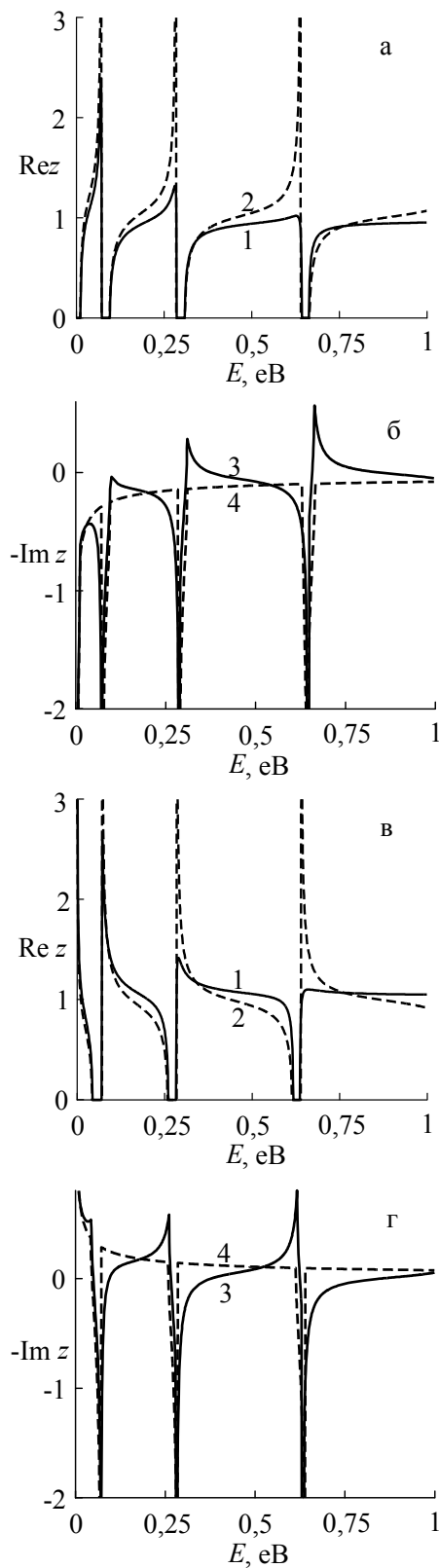


Рис. 5. Залежності активної та реактивної складових вхідного імпедансу необмежених КС1 (1, 3) і решіток δ_1 -неоднорідностей (2, 4), $0,03 \text{ eV}\cdot\text{нм}$, $V = 0,1 \text{ eV}$, $a = 0,3 \text{ нм}$, $b = 2 \text{ нм}$, $c = a + b$, $m = m' = m_0$: а, б — бар'єри; в, г — ями.

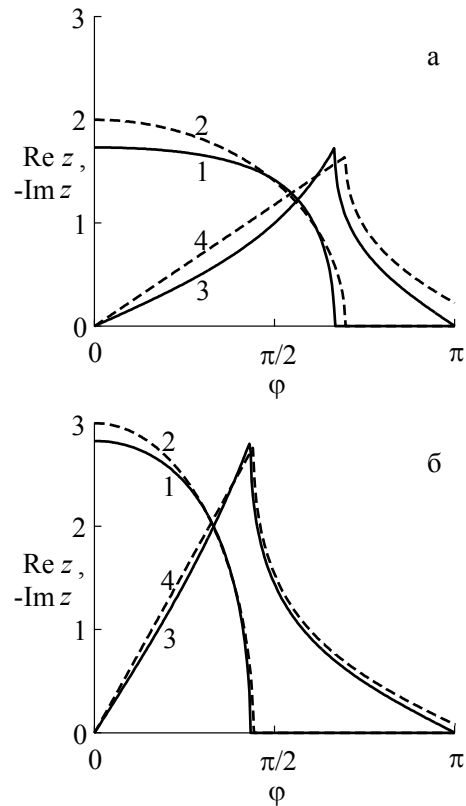


Рис. 6. Залежності активної (1, 2) та реактивної (3, 4) складових вхідного імпедансу необмежених КС2 (1, 3) і решіток δ_2 -бар'єрів (2, 4), $\phi = \phi_I + \phi_{II}$, $\phi_I = \phi_{II}$, $a = \lambda_I/4$, $b = \lambda_{II}/4$, де λ_I і λ_{II} — довжини хвилі на середній частоті першої забороненої зони, $c = b$: а — $Z_b = 3$; б — $Z_b = 8$.

Прийmemo за межу наближення значення $\phi = \pi$, яке відповідає середині першої забороненої зони. Відповідний критерій наближення

$$a \lesssim \lambda_I/4. \quad (7)$$

Цей критерій виконується і для інших значень a .

4 Наближення обмежених кристалоподібних структур

На рис. 8 приведено залежності складових вхідного імпедансу обмежених КС1 і решітки δ_1 -бар'єрів. Співвідношення між залежностями складових вхідного імпедансу обмежених КС1 на основі потенціальних ям і решітки δ_1 -ям мають аналогічний характер. Як бачимо, критерій (6) виконується і для обмежених КС1.

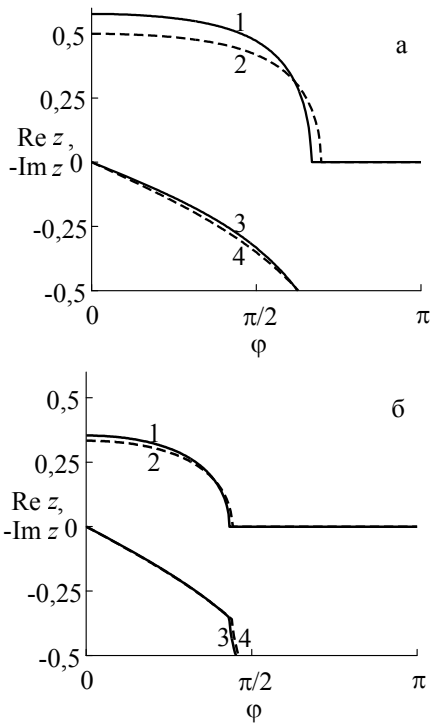


Рис. 7. Залежності активної (1, 2) та реактивної (3, 4) складових вхідного імпедансу необмежених КС2 (1, 3) і решіток δ_2 -ям (2, 4): а – $Z_w = 1/3$; б – $Z_w = 1/8$.

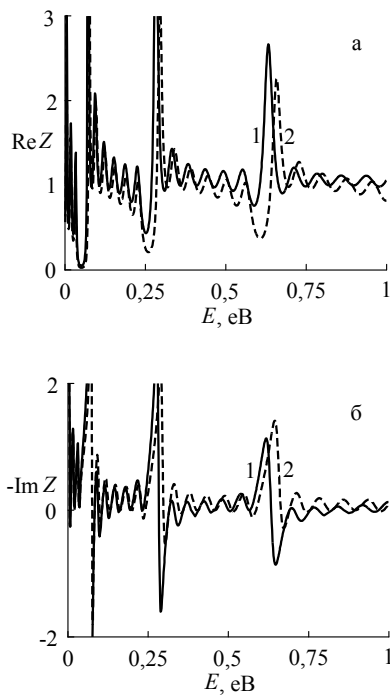


Рис. 8. Залежності активної (а) та реактивної (б) складових вхідного імпедансу обмежених КС1 (1) і решітки δ_1 -бар'єрів (2); параметри рис. 5, кількість шарів КС $N = 9$.

На рис. 9 наведено залежності складових вхідного імпедансу обмежених КС2 і решіток δ_2 -неоднорідностей.

Поблизу значення $\varphi = \pi$ в КС2 на основі бар'єрів відбувається вузькосмугова високоімпедансна трансформація хвильового імпедансу середовища, розміщеного на виході КС2.

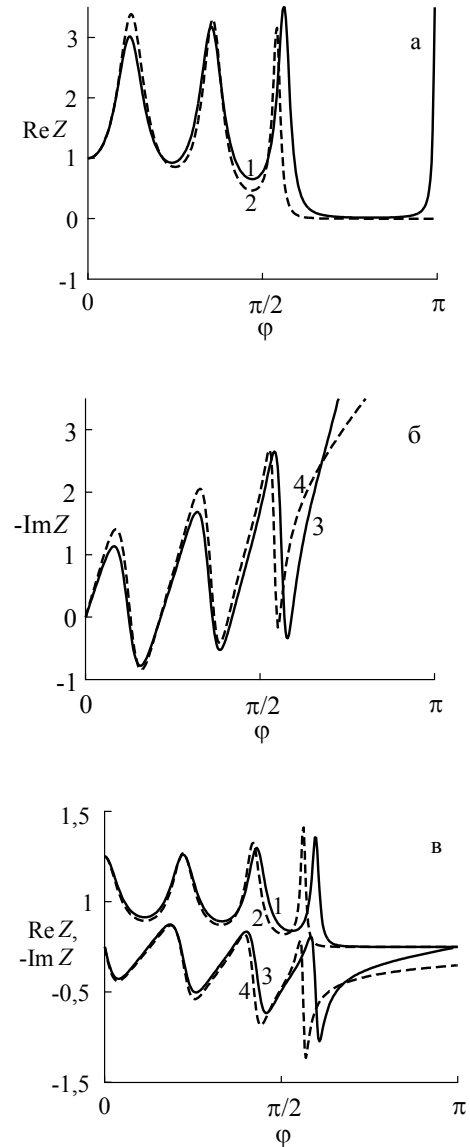


Рис. 9. Залежності активної (1, 2) та реактивної (3, 4) складових вхідного імпедансу обмежених КС2 (1, 3) і решіток δ_2 -неоднорідностей (2, 4), $a = \lambda_I/4$, $b = \lambda_{II}/4$, $N = 7$, $c = 1, 25(a + b)$: а, б – $Z_b = 3$; в – $Z_w = 1/3$.

Без врахування цієї особливості можна зробити висновок, що критерій (7) виконується і для обмежених КС2.

Висновки

Критерії наближення КС решітками імпедансних δ -неоднорідностей обмежують ширину неоднорідності КС однією четвертою довжини хвилі, а нормований хвильовий імпеданс електромагнітних та акустичних неоднорідностей значеннями не менше 3 або не більше $1/3$. Ці критерії встановлюють межі діапазону моделювання — відповідно енергії для квантово-механічних КС і частоти для електромагнітних та акустичних КС.

Перелік посилань

1. Razeghi M. The Wonder of Nanotechnology: Quantum Optoelectronic Devices and Applications / M. Razeghi, L. Esaki, K. von Klitzing, eds. – Bellingham: SPIE Press. – 2013. – 1000 p.
2. Massaro A. Photonic Crystals – Introduction, Applications and Theory / A. Massaro, ed. – Publisher: InTech. – 2012. – 356 p.
3. Khelif A., Adibi A. Phononic Crystals: Fundamentals and Applications / Khelif A., Adibi A., eds. – N. Y.: Springer. – 2015. – 268 p.
4. Brillouin L. Wave Propagation in Periodic Structures: Electric Filters and Crystal Lattices / L. Brillouin. – N. Y.: McGraw-Hill. – 1946 (1st ed.); Dover. – 1953 (2nd ed. corrections and additions); Courier Corporation (unabridged republication of 2nd ed.). – 2003. – 260 p.
5. Бриллюэн Л. Волны в периодических структурах / Л. Бриллюэн, М. Пароди. – М.: Изд. иностр. лит. – 1956. – 457 с.
6. Markos P. Wave Propagation From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials / P. Markos, C. M. Soukoulis. – Princeton and Oxford: Princeton University Press. – 2008. – 352 p.
7. Нелин Е. А. Моделирование и повышение избирательности кристаллоподобных структур / Е. А. Нелин // ЖТФ. – 2004. – Т. 74, № 11. – С. 70-74.
8. Нелин Е. А. Краевая аподизация кристаллоподобных структур / Е. А. Нелин // ЖТФ. – 2005. – Т. 75, № 11. – С. 120-121.
9. Водолазская М. В. Модель импедансных дельта-неоднорідностей для микро- и наноструктур / М. В. Водолазская, Е. А. Нелин // Известия вузов. Радиоэлектроника. – 2014. – Т. 57, № 5. – С. 25-34.

References

- [1] Razeghi M., Esaki L. and Klitzing K. (2013) *The Wonder of Nanotechnology: Quantum Optoelectronic Devices and Applications*, Bellingham, SPIE Press, 1000 p. DOI: 10.1117/3.1002245
- [2] Massaro A. (2012) *Photonic Crystals – Introduction, Applications and Theory*, InTech Publisher, 356 p. DOI: 10.5772/1971

- [3] Khelif A. and Adibi A. (2015) *Phononic Crystals: Fundamentals and Applications*, N. Y., Springer, 268 p. DOI: 10.1007/978-1-4614-9393-8
- [4] Brillouin L. (2003) *Wave Propagation in Periodic Structures: Electric Filters and Crystal Lattices, 2nd ed*, Dover Publications, 260 p.
- [5] Brillouin L. and Parodi M. (1956) *Propagation des ondes dans les milieux périodiques*. Paris, Masson et Cie, 347 p.
- [6] Markos P. and Soukoulis C. M. (2008) *Wave Propagation From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. Princeton and Oxford: Princeton University Press, 352 p. DOI: 10.1515/9781400835676
- [7] Nelin E. A. (2004) Simulation and improvement of the selectivity of crystal-like structures. *Tech. Phys.*, Vol. 49, No. 11, pp. 1464-1468. DOI: 10.1134/1.1826191
- [8] Nelin E. A. (2005) Edge apodization of crystal-like structures. *Tech. Phys.*, vol. 50, no. 11, pp. 1511-1512. DOI: 10.1134/1.2131963
- [9] Vodolazka M. V. and Nelin E. A. (2014) Model of impedance delta-inhomogeneities for micro- and nanostructures. *Radioelectronics and Communications Systems*, Vol. 57, No. 5. pp. 208-216. DOI: 10.3103/s0735272714050033

Критерии приближения кристаллоподобных структур решетками импедансных дельта-неоднорідностей

Нелин Е. А., Ляшок А. В.

Рассмотрены особенности зависимостей активной и реактивной составляющих входного импеданса решеток импедансных δ -неоднородностей в квантово-механической, электромагнитной и акустической средах. На основе сравнительного анализа зависимостей входного импеданса неограниченных и ограниченных кристаллоподобных структур (КС) и решеток импедансных δ -неоднородностей установлены критерии приближения КС решетками импедансных δ -неоднородностей. Эти критерии ограничивают ширину неоднородности КС одной четвертой длины волны, а нормированный волновой импеданс электромагнитных и акустических неоднородностей значениями не меньше 3 или не больше $1/3$.

Ключевые слова: кристаллоподобная структура; импедансная дельта-неоднородность

Criteria of crystal-like structures approaching by impedance delta-inhomogeneities lattices

Nelin E. A., Liashok A. V.

Introduction. Crystal-like structures (CS) have unique, similar to crystals, band spectral characteristics and form the basis of new various signal processing devices. In this paper the criteria of CS approaching by δ -inhomogeneities lattices are established. Wave mediums of crystal-like structures. Quantum-mechanical, electromagnetic and acoustic wave mediums are considered and expressions for impedance δ -barriers and δ -wells input impedances and admittance are described. Unlimited impedance δ -wells lattices. Features of impedance δ -wells lattice are considered. Expression for input impedance of impedance δ -wells lattice is obtained.

Active and reactive input impedance components characteristics of unlimited impedance δ -inhomogeneities lattices are presented. Unlimited crystal-like structures approaching. Comparative analysis of input impedance components characteristics of unlimited CSs and δ -inhomogeneities lattices are considered. Criteria of unlimited CSs approaching by δ -inhomogeneities lattices are established. Limited crystal-like structures approaching. Comparative analysis of input impedance components characteristics of limited CSs and δ -inhomogeneities lattices are considered. Criteria of limited CSs approaching by δ -inhomogeneities lattices are

established. Conclusions. Criteria for unlimited and limited CS approaching by δ -inhomogeneities lattices limiting CS inhomogeneity width by one-fourth of the wavelength and normalized wave impedance of electromagnetic and acoustic inhomogeneities by values of not less than 3 or not more than $1/3$. These criteria determine range of modeling — energy for quantum-mechanical CSs and frequency for electromagnetic and acoustic CSs accordingly.

Key words: crystal-like structure; impedance delta-inhomogeneity