

---

---

**КОМБІНОВАНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ВАГОВИХ  
КОЕФІЦІЄНТІВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ОЦІНЮВАННЯ  
ЯКОСТІ ОБ'ЄКТІВ**

*Мірських Г. О., доц., к.т.н., Реутська Ю. Ю., асистент  
Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут", м. Київ., Україна*

**Вступ**

Будь-який матеріальний об'єкт, зазвичай, характеризується значною кількістю вихідних характеристик (параметрів), що забезпечують можливість його використання за призначенням в заданих умовах. Ці вихідні характеристики (споживчі характеристики) визначають різні властивості об'єкту, мають різну фізичну природу (фізичний сенс), різну розмірність тощо. Наприклад, побутовий радіоприймач характеризується сукупністю вихідних параметрів, які визначають його здатність приймати сигнал відповідних радіостанцій (що характеризується діапазоном частот, селективністю, чутливістю, завадостійкістю тощо); відтворювати звук (що характеризується потужністю звуку на виході, частотою відтворюваних звукових коливань, рівнем спотворень звуку тощо); забезпечувати відповідні щодо свого призначення габаритні розміри, масу, характеристики споживання енергії; відповідати визначеним ергономічним та естетичним нормам тощо.

Споживча якість об'єкту, зрозуміло, визначається не величиною якогось окремого вихідного параметру, а всією сукупністю відповідних величин цих параметрів. Адже саме вся сукупність значень вихідних параметрів відрізнятиме однакові за призначенням об'єкти, визначатиме пріоритети їх використання тим чи іншим споживачем. Звичайно, що і в процесі проектування (при визначенні відповідного технічному завданню або оптимального варіанту), і в процесі організації контрольного моніторингу, і під час порівняння однакових за призначенням, але різних за характеристиками об'єктів має враховуватися саме вся сукупність їх вихідних параметрів.

**Принципи формування узагальненого критерію якості**

У зв'язку з наведеним постає питання щодо формування на основі сукупності вихідних параметрів об'єкту деякого узагальненого параметру, який міг би слугувати критерієм якості цього об'єкту, як цілісної системи. При цьому необхідно враховувати, що різні вихідні параметри, звичайно, по різному впливають на вибір відповідного об'єкту споживачем, а отже мають і по різному впливати на величину узагальненого критерію якості,

визначаючи, так би мовити, різний за об'ємом, вагою вклад у остаточну величину цього критерію [1 - 4]. Такий узагальнений параметр (показник, критерій) якості об'єкту залежить від його первинних параметрів і, за своєю суттю, є відповідною математичною моделлю цього об'єкту.

Споживчу якість об'єкту (як цілісну, системну категорію) можна визначити узагальненим критерієм якості (зведеним показником якості)  $Q$ , побудова якого в загальному випадку подається наступним алгоритмом.

1. Вибрати функції нормування  $q_i(\varphi_i(x_i))$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , де  $m$  - кількість вихідних параметрів, що входить до узагальненого критерію,  $x_i$  -  $i$ -й вихідний параметр (елемент вектора вихідних параметрів -  $x = (x_1, \dots, x_m)$ ), який визначається за деякою числовою шкалою  $\varphi_i(\mathbf{R}^1)$  ( $\mathbf{R}^1$  - множина дійсних чисел – одновимірний евклідів простір), що породжується безперервним строго зростаючим відображенням  $\varphi: \mathbf{R}^1 \rightarrow \mathbf{R}^1$ .

За допомогою вибраних функцій нормування вихідні параметри об'єкту можна перетворити в окремі (безрозмірні) показники

$$q_i = q_i(\varphi_i(x_i)), \text{ причому } q_i \in [0, 1].$$

2. Вибрати вид узагальнюючої (синтезуючої) функції

$$Q = Q(q) = Q(q_1, q_2, \dots, q_m),$$

яка, за своєю математичною суттю, визначає відображення  $Q: [0, 1]^m \rightarrow [0, 1]$ ,  $m$ -вимірному одиничного кубу  $[0, 1]^m \in \mathbf{R}^m$  ( $\mathbf{R}^m$  -  $m$ -вимірний евклідів простір) в одиничний відрізок  $[0, 1] \in \mathbf{R}^1$ .

Зважаючи на те, що вихідні параметри об'єкту в різній мірі впливають на узагальнюючий критерій якості, до синтезуючої функції, як це вказано вище, мають бути введені додаткові параметри, котрі визначають міру впливу (вагу) відповідного вихідного параметру на узагальнюючий критерій якості. З урахуванням цього синтезуючу функцію слід записати, як

$$Q(q, w),$$

де  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$  - вектор вагових коефіцієнтів, причому

$$\forall_i w_i \geq 0 \text{ та } w_1 + w_2 + \dots + w_m = 1 \quad (1)$$

3. Визначити вектор вагових коефіцієнтів  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ , яким синтезуюча функція  $Q(q, w)$  ідентифікується однозначно.

Таким чином, для побудови зведеної оцінки якості матеріального об'єкту, що описується вектором первинних параметрів  $x = (x_1, \dots, x_m)$ ,

---

необхідно однозначно визначити наступні математичні категорії (математичні об'єкти)

1) безперервні строго зростаючі функції

$$y_i = \varphi_i(x_i), i = 1, 2, \dots, m,$$

що визначають шкали, за якими вимірюються вихідні параметри об'єкту;

2) функції нормування

$$q_i = q_i(y_i) \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, m,$$

що призначені для перетворення вихідних параметрів в окремі (безрозмірні) показники;

3) синтезуючу  $m$ -вимірну функцію

$$Q = Q(q) \in [0, 1],$$

яка і визначає вид зведеної оцінки (зведеного показника);

4)  $m$ -вимірний вектор  $w = (w_1, w_2, \dots, w_m)$  вагових коефіцієнтів, які є параметрами синтезуючої функції  $Q = Q(q; w)$ .

Лише після однозначного визначення всіх чотирьох вказаних математичних категорій можна отримати однозначну числову зведену оцінку – узагальнений критерій якості об'єкту. Відмітимо, що в загальному випадку кількість математичних категорій, які мають бути визначені в процесі формування узагальненого критерію якості згідно наведеного алгоритму сягає  $2m + 2$ .

На практиці, зазвичай, доводиться формувати узагальнений критерій якості в умовах невизначеності, яка виражається в тому, що всі вказані математичні об'єкти визначені не однозначно, а з точністю до відповідної множини. Наявність такої невизначеності веде до того, що матеріальному об'єкту, який описується вектором первинних параметрів  $x = (x_1, \dots, x_m)$ , зіставляється не один узагальнений критерій якості, а ціла множина  $Q = \{Q^{(t)}, t \in T\}$  таких критеріїв.

Додатково до наведеного слід відмітити, що, як правило, первинна інформація про величини вагових коефіцієнтів є результатом експертного опитування. При цьому незалежно від кількості факторів, що впливають на узагальнений критерій якості судження щодо величини їх впливу, тобто щодо величини вагових коефіцієнтів будуть різнитися. Тут доречно згадати слова Мішеля Монтеня [5]: "Ніколи не існувало двох цілком однакових суджень, точно так як один волос не буває схожим на інший і одне зерно на інше. Найбільш стала властивість всіх людських суджень полягає в їх несхожості." Розходження в оцінках явищ та об'єктів оточуючого середовища обумовлене не тотожністю сприймання цих явищ та об'єктів різними людьми [6]. тому визначення величини вагових коефіцієнтів передбачає, з

одного боку, узагальнення відповідних суджень експертів, а, з другого, - актуалізує задачу розроблення розрахункових алгоритмів (алгоритмів об'єктивізації) формування критеріїв якості.

За таких умов, звичайно, вказана (первинна) інформація щодо значень вагових коефіцієнтів носитиме нечисловий характер, подається висловлюваннями (судженнями експертів) типу

- не можна навести ніякої інформації, яка б якимось чином сприяла визначенню пріоритету часткових показників якості  $q_i$ ;

- всі часткові показники  $q_i$  однаково важливі; тобто жоден з часткових показників не може бути визнаним більш пріоритетним по відношенню до будь-якого іншого часткового показника; це означатиме, що всі вагові коефіцієнти мають бути однакової величини;

- окремий частковий показник  $q_i$ , з точки зору використання об'єкту за призначенням, більш важливий ніж окремий частковий показник  $q_j$  (тобто частковий показник  $q_i$  для нормальної експлуатації об'єкту має пріоритет перед частковим показником  $q_j$ , що математично можна подати як  $q_i \succ q_j$ ); це означатиме, що величина вагового коефіцієнту  $w_i$  має бу-

ти більша за величину вагового коефіцієнту  $w_j$ , при цьому величина кожного вагового коефіцієнту може визначатися як конкретною величиною, так і з точністю до певного діапазону можливих значень, який не перехрещується з діапазонами можливих значень інших вагових коефіцієнтів.

Спрощення задачі побудови зведеного показника якості під час розв'язання практичних задач досягається однозначним визначенням функцій перетворення вихідних параметрів об'єкту у безрозмірні часткові показники якості ( $q_i$ ) та прийняттям адитивної форму синтезуючої функції. При цьому зведений показник якості (узагальнений критерій) матеріально-го об'єкту подається як

$$Q(q; w) = \sum_{i=1}^m w_i q_i \quad (2)$$

За наведених припущень у співвідношенні (2) невизначеними залишаються лише величини компонент вектору вагових коефіцієнтів.

Нижче наведені деякі, найбільш розроблені та уживані на сьогодні методи об'єктивізації визначення вагових коефіцієнтів під час формування узагальненого критерію якості об'єкту, або цільової функції в задачах оптимізації.

**Метод рандомізованих зведених показників**

Метод рандомізованих зведених показників [2], заснований на моделюванні невизначеності вибору конкретного елемента  $Z$  із множини  $Z = \{x^{(\theta)}, \theta \in \Theta\}$  таких елементів. Інакше кажучи, відповідно до цього методу вибір елемента  $Z$  має бути *рандомізований*, тобто містити визначену міру випадковості. Така операція, з математичної точки зору, означає задання на деякій системі підмножин множини  $Z$  імовірнісної міри  $\tilde{Z}$  [7, 8].

Як результат отримуємо випадковий (рандомізований) елемент  $z$ , що приймає значення із множини  $Z$ . Відмітимо, що в загальному випадку в залежності від природи елементів, з яких складається множина  $Z$ , можна отримати випадкові величини (якщо  $z \in \mathbf{R}^1$ ), випадкові вектори (якщо  $z \in \mathbf{R}^m$ ), стохастичні процеси (якщо  $Z$  - множина одновимірних функцій), стохастичні поля (якщо  $Z$  - множина багатовимірних функцій) та інші випадкові об'єкти.

Результатом рандомізації невизначеності, що пов'язана з побудовою зведеного показника якості, оцінкою матеріального об'єкту стає випадкова величина

$$Q = Q(q, w),$$

де  $q$  - випадкова величина - рандомізований вектор окремих показників якості матеріального об'єкту;  $w$  - випадкова величина - рандомізований вектор вагових коефіцієнтів.

Таким чином, за умови використання методу рандомізованих зведених показників, порівняння матеріальних об'єктів зводиться до порівняння випадкових величин – рандомізованих зведених показників якості, визначених для кожного з цих об'єктів.

Найпростішу оцінку рандомізованого зведеного показника якості  $Q$  матеріального об'єкту можна подати як його математичне сподівання

$$\bar{Q} = MQ.$$

За такий спосіб можна визначити і точність оцінки вказаного математичного сподівання у вигляді стандартного відхилення

$$s = \sqrt{DQ},$$

де  $DQ$  - дисперсія рандомізованого зведеного показника якості.

Порівняння рандомізованих зведених показників якості, визначених їх математичними сподіваннями, є найпростішим стохастичним співвідношенням домінування випадкових величин. За таких умов говорять, що рандомізований зведений показник  $Q_i$  домінує в середньому рандомізований

зведений показник  $Q_j$ . Математично це записується як

$$(Q_i \succ Q_j)^M \Leftrightarrow (MQ_i > MQ_j) \Leftrightarrow (\bar{Q}_i > \bar{Q}_j).$$

Поруч з найпростішим співвідношенням домінування в середньому, на практиці часто використовується співвідношення домінування за імовірністю. Це означає, що рандомізований зведений показник  $Q_i$  домінує за імовірністю рандомізований зведений показник  $Q_j$  на рівні достовірності  $\alpha$ . Математично це записується як

$$(Q_i \succ Q_j)^{P,\alpha} \Leftrightarrow (P\{Q_i > Q_j\} > \alpha),$$

де  $P\{Q_i > Q_j\}$  - імовірність стохастичної нерівності  $Q_i > Q_j$ ,  $\alpha \in [0, 1]$ .

Імовірність  $P(i, j) = P\{Q_i > Q_j\}$  при цьому інтерпретується як достовірність домінування рандомізованого зведеного показника  $Q_i$  над рандомізованим зведеним показником  $Q_j$ .

Рандомізація окремих компонент (математичних об'єктів), що входять до складу зведеного показника якості, відповідно до методу рандомізованих зведених показників дозволяє розрахувати шукані зведені оцінки якості матеріальних об'єктів, що порівнюються, визначити міри точності цих оцінок та міри достовірності їх попарного домінування. Наявність вказаних величин надає можливість здійснити ранжирування матеріальних об'єктів, які порівнюється за відповідним зведеним показником якості (наприклад, за зменшенням математичних сподівань зведених оцінок), оцінити точність отриманих оцінок (відповідно до їх стандартних відхилень) та визначити достовірність отриманої ранжировки (за достовірністю домінування). Звичайно, в загальному випадку визначення всіх означених величин вельми складна задача. На практиці ця задача спрощується, аналогічно до того як це було зроблено вище, за рахунок однозначного детерміністського визначення більшості математичних об'єктів, що входять до складу зведеного показника якості. Це стосується виду синтезуючої функції  $Q$ , функцій  $\varphi$ , що визначають розмірності вихідних параметрів та перетворення останніх у безрозмірні показники якості  $q$ . Інакше кажучи, вважається, що дефіцит інформації має місце лише стосовно значень вагових коефіцієнтів, а отже і процес рандомізації розповсюджується лише на вектор  $W$  вагових коефіцієнтів.

Враховуючи наведене, та приймаючи до уваги форму синтезуючої функції подану (2), рандомізований зведений показник якості визначатиметься як

$$Q(q; w) = \sum_{i=1}^m w_i q_i .$$

Наприклад, в якості імовірності розподілення значень вагових коефіцієнтів, яке моделює повну відсутність інформації щодо пріоритетності того чи іншого часткового показника якості (а отже і повну відсутність інформації щодо значень вагових коефіцієнтів), можна використати принцип максимальної ентропії. При цьому значення вагових коефіцієнтів виявляються розподіленими рівномірно на відріжку  $[0, 1]$ . За таких умов математичне сподівання та стандартне відхилення  $i$ -го компонента вектору вагових коефіцієнтів дорівнюватимуть

$$\begin{aligned} \overline{w_i} &= M w_i = 1/m , \\ s_i &= \sqrt{D w_i} = (m-1)/[m^2(m+1)] . \end{aligned}$$

### Метод пріоритетності часткових показників якості

В загальному випадку інформація щодо величини вагових коефіцієнтів може бути задана, наприклад, у вигляді відповідного судження, що відображає результати опитування експертів: "при визначенні зведеного показника якості окремих показників  $q_i$  більш важливий, ніж окремих показників  $q_j$ , тоді як окремих показників  $q_k$  можна урівняти з показником  $q_l$ ". Це розкриватиме думку експертів відносно пріоритетності впливу тих чи інших вихідних параметрів матеріального об'єкту на загальну оцінку його якості (ефективності його використання за призначенням) з боку споживача [9 - 11]. Математична інтерпретація такого судження експертів, що відображає нечислову ординальну (порядкову) інформацію відносно значень вагових коефіцієнтів, виглядатиме як система відповідних нерівностей та рівнянь:

$$w_i > w_j; w_k = w_l \tag{3}$$

В деяких випадках інформація щодо значень вагових коефіцієнтів може бути визначена кількісно з точністю до інтервалу, що відповідатиме системі нерівностей

$$0 < a_i \leq w_i \leq b_i < 1, \tag{4}$$

які визначають границі інтервалів  $\forall_{i=1,m} [a_i, b_i]$  варіювання відповідних вагових коефіцієнтів, причому  $0 \leq a_i \leq b_i \leq 1$ .

Слід відмітити, що при розв'язання реальних задач щодо побудови узагальненого показника якості, часто не має можливості визначити всі значення вагових коефіцієнтів навіть в такому достатньо приблизному вигляді як подано вище. За таких умов говорять, що інформація відносно ве-

личини вагових коефіцієнтів неповна.

Таким чином, в загальному випадку інформацію щодо значень вагових коефіцієнтів можна характеризувати як нечислову, неточну та неповну [13, 14].

Відмітимо, що інформацію щодо величин окремих вагових коефіцієнтів надану у вигляді (4) – інтервальну інформацію - можна використати і для виразу судження щодо всієї системи вагових коефіцієнтів в цілому. Наприклад, ствердження: "окремий показник  $q_i$  має значимість, що перевершує значимість всіх інших окремих показників взятих разом", можна подати у вигляді інтервальної інформації  $0,5 \leq w_i < 1$ .

За умови ж, що додатково до цього судження має місце судження, згідно якого значимість ще одного показника  $q_j$  не перевершує значимість показника  $q_i$  та, одночасно, значимість всіх інших показників взятих разом не перевершує значимість показника  $q_j$ , то для відповідних вагових показників мають виконуватися нерівності із системи  $0,5 \leq w_i \leq 1; 0,25 \leq w_j \leq 0,5$ .

Таким чином, звичайно, можна отримати (ввести) інтервальну інформацію щодо будь-якого ланцюга спадних значимостей окремих показників.

Інтервали, відносно яких інформація подана у вигляді (4), за звичай можна звузити, врахувавши співвідношення (1) нормування вагових коефіцієнтів. Дійсно, якщо вказати нерівності

$$\forall_{i=1, m} 0 \leq a_i \leq w_i, \sum_{i=1}^m a_i = a \leq 1,$$

що обмежують вагові коефіцієнти знизу, то з урахуванням (1) отримаємо нерівності

$$w_i = 1 - \sum_{k=1}^{i-1} w_k - \sum_{l=i+1}^m w_l \leq 1 - \sum_{k=1}^{i-1} a_k - \sum_{l=i+1}^m a_l = 1 + a_i - \sum_{k=1}^m a_k = a_i + (1 - a),$$

що обмежують вагові коефіцієнти зверху.

Аналогічно, якщо вказати нерівності

$$\forall_{i=1, m} w_i \leq b_i \leq 1, \sum_{i=1}^m b_i = b \geq 1,$$

що обмежують вагові коефіцієнти зверху, то отримуємо нерівності

$$w_i = 1 - \sum_{k=1}^{i-1} w_k - \sum_{l=i+1}^m w_l \geq 1 - \sum_{k=1}^{i-1} b_k - \sum_{l=i+1}^m b_l = 1 + b_i - \sum_{k=1}^m b_k = b_i + (b - 1),$$

що обмежують вагові коефіцієнти знизу.

Таким чином, наявну інтервальну інформацію



$$\forall_{i=1, m} a_i \leq w_i \leq b_i$$

можна подати у вигляді системи нерівностей

$$\forall_{i=1, m} \max[a_i, b_i - (b_i - 1)] \leq w_i \leq \min[b_i, a_i + (1 - a_i)], \quad (5)$$

які визначають узгоджені інтервали варіювання вагових коефіцієнтів. Наприклад, за наявності інтервальної інформації щодо величини вагових коефіцієнтів  $w_1, w_2, w_3$  у вигляді

$$0,1 \leq w_1 \leq 0,3; 0,1 \leq w_2 \leq 0,3; 0,3 \leq w_3 \leq 0,5 \quad (6)$$

скориставшись (5) та враховуючи, що за даних умов  $a = 0,5, b = 1,1$ , отримуємо систему нерівностей

$$0,2 \leq w_1 \leq 0,3; 0,2 \leq w_2 \leq 0,3; 0,4 \leq w_3 \leq 0,5 \quad (7)$$

Видно, що довжина інтервалів можливого варіювання значень вагових коефіцієнтів, визначених системою (7) вдвічі менша за довжину відповідних інтервалів, що задаються вихідною системою (6).

Скорочення інтервалів можливого варіювання вагових коефіцієнтів можна добитися спів ставляючи інтервальну інформацію з ординальною інформацією.

Нехай, наприклад, поруч з вихідною інтервальною інформацією

$$0,3 \leq w_1 \leq 0,5; 0,1 \leq w_2 \leq 0,4, \quad (8)$$

щодо інтервалів можливого варіювання вагових коефіцієнтів  $w_1, w_2$  наявна ще і ординальна інформація щодо цих коефіцієнтів

$$w_1 < w_2.$$

Використовуючи наведені вище правила, можна отримати інтервальну інформацію

$$0,3 \leq w_1 \leq 0,4; 0,3 \leq w_2 \leq 0,4,$$

згідно якої довжина інтервалів можливого варіювання вагових коефіцієнтів менша за початкову.

### Визначення вагових коефіцієнтів за схемою Фішберна

Схема Фішберна [12] використовується для визначення величини вагових коефіцієнтів представлених раціональними дробами, за умови, що визначені відношення пріоритетності між показниками якості. Знаменниками вказаних раціональних дробів є сума арифметичної прогресії  $m$  (кількість показників якості) перших членів натурального ряду з кроком 1, а чисельниками – спадаючі на 1 елементи натурального ряду від  $m$  до 1. Наприклад, при  $m = 3$  та наявності відношення пріоритетності типу

$$w_1 \succ w_2 \succ w_3$$

вагові коефіцієнти, визначені за схемою Фішберна дорівнюватимуть

$$w_1 = 3/6; w_2 = 2/6; w_3 = 1/6.$$

Тобто, відповідно до схеми Фішберна перевага виражається в спаданні на одиницю чисельника раціональної дробі вагового коефіцієнту більш слабого пріоритету.

В загальному випадку, коли в системі вагових коефіцієнтів присутні як відношення переваги, так і відношення байдужості, визначення величини вагових коефіцієнтів відповідно до схеми Фішберна здійснюється за наступними рекурентними співвідношеннями:

$$r_{i-1} = \begin{cases} r_i, & \text{за умови } q_{i-1} \approx q_i, \\ r_i + 1, & \text{за умови } q_{i-1} \succ q_i, \end{cases} \quad r_m = 1, \quad i = m, \dots, 2. \quad K = \sum_{i=1}^m r_i; \quad m_i = \frac{r_i}{K}.$$

Для ілюстрації в таблиці представлені величини вагових коефіцієнтів, розрахованих за схемою Фішберна для різних відношень пріоритетності.

**Величини вагових коефіцієнтів, розрахованих за схемою Фішберна**

<i>m</i>	<i>q</i>	<i>w</i> <sub>1</sub>	<i>w</i> <sub>2</sub>	<i>w</i> <sub>3</sub>	<i>w</i> <sub>4</sub>
2	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub>	1/2	1/2		
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub>	2/3	1/3		
3	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub> ≈ <i>q</i> <sub>3</sub>	1/3	1/3	1/3	
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub> ≈ <i>q</i> <sub>3</sub>	2/4	1/4	1/4	
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub> ≻ <i>q</i> <sub>3</sub>	2/5	2/5	1/5	
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub> ≻ <i>q</i> <sub>3</sub>	3/6	2/6	1/6	
4	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub> ≈ <i>q</i> <sub>3</sub> ≈ <i>q</i> <sub>4</sub>	1/4	1/4	1/4	1/4
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub> ≈ <i>q</i> <sub>3</sub> ≈ <i>q</i> <sub>4</sub>	2/5	1/5	1/5	1/5
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub> ≻ <i>q</i> <sub>3</sub> ≈ <i>q</i> <sub>4</sub>	2/6	2/6	1/6	1/6
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub> ≈ <i>q</i> <sub>3</sub> ≻ <i>q</i> <sub>4</sub>	2/7	2/7	2/7	1/7
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub> ≻ <i>q</i> <sub>3</sub> ≈ <i>q</i> <sub>4</sub>	3/7	2/7	1/7	1/7
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub> ≈ <i>q</i> <sub>3</sub> ≻ <i>q</i> <sub>4</sub>	3/8	2/8	2/8	1/8
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≈ <i>q</i> <sub>2</sub> ≻ <i>q</i> <sub>3</sub> ≻ <i>q</i> <sub>4</sub>	3/9	3/9	2/9	1/9
	<i>q</i> <sub>1</sub> ≻ <i>q</i> <sub>2</sub> ≻ <i>q</i> <sub>3</sub> ≻ <i>q</i> <sub>4</sub>	4/10	3/10	2/10	1/10

Слід відмітити, що визначення величини вагових коефіцієнтів за схемою Фішберна, відповідає максимуму ентропії наявної інформаційної невизначеності щодо вказаних вагових коефіцієнтів.

**Метод мінімізації відхилення зведеного показника якості**

Метод мінімізації відхилення зведеного показника якості, заснований на використанні введеного у принципі [4] об'єктивності порівняння різних

варіантів виконання матеріального об'єкту, що моделюється, або узагальненого показника якості. Звичайно, відмінність варіантів виконання матеріального об'єкту має бути пов'язана виключно зі зміною його первинних параметрів і не повинна залежати від вибору вагових коефіцієнтів.

Згідно принципу об'єктивності порівняння варіантів виконання об'єкту, величини вагових коефіцієнтів мають бути встановлені так, щоб їх вплив на результат вказаного порівняння був мінімальний. Інакше кажучи, функція  $Q$ , якою задається зведений показник якості об'єкту має проявляти стаціонарність відносно варіації вагових коефіцієнтів. Наприклад, якщо вибрана сукупність вагових коефіцієнтів забезпечує максимум зведеним показникам якості всіх (на практиці визначеної сукупності) варіантів виконання матеріального об'єкту, то можна стверджувати (як мінімум немає підстав для заперечення), що ці варіанти порівнюються об'єктивно.

Спираючись на вказаний принцип об'єктивності введемо критерій об'єктивності:

$$R = 1 - Q_j / \max Q^{(w)}.$$

Видно, що критерій об'єктивності дорівнюватиме нулю, за умови, що зведений показник  $Q_j$  якості  $j$ -го варіанту матеріального об'єкту співпадає з максимальним значенням, яке може бути досягнуто за рахунок вибору вагових коефіцієнтів (тобто за рахунок максимізації  $Q$  в області можливих змін вагових коефіцієнтів та первинних параметрів об'єкту).

При практичному використанні методу мінімізації відхилення зведеного показника якості умова  $R = 0$ , як правило, недосяжна. У зв'язку з цим, можна прийняти наступне правило: величини вагових коефіцієнтів визначені правильно за умови, що в області можливих змін первинних параметрів, значення критерію об'єктивності мінімальне. Зондування області можливих змін первинних параметрів об'єкту можна виконувати в процесі оптимізаційного проектування, повторюючи відповідні ітерації в разі зміни значень вагових коефіцієнтів, або виділити спеціальний етап пошуку оптимальних значень вагових коефіцієнтів. В останньому випадку алгоритм визначення вагових коефіцієнтів за методом мінімізації відхилення зведеного показника якості можна подати в наступному вигляді.

1. Встановити область та методику її зондування (наприклад, випадковим чином) можливих змін первинних параметрів. Ця область, звичайно, має містити точку можливого оптимального варіанту об'єкту.

2. Визначити область можливих змін значень вагових коефіцієнтів, використовуючи, наприклад, метод пріоритетності часткових показників якості за результатами експертного опитування.

3. Для кожного значення вектору первинних параметрів знайти вектор вагових коефіцієнтів (звичайно, в межах області його можливих змін),

який максимізує зведений показник якості.

4. Знайти значення зведеного показника якості для всіх встановлених значень вектору первинних параметрів об'єкту, прийнявши значення вектору вагових коефіцієнтів, отриманого у п.3.

5. Виконати п.3 та п.4 для всіх значень вектору первинних параметрів, встановлених у п.1.

6. Шляхом сортування результатів, отриманих у п. 5, вибрати вектор вагових коефіцієнтів, який забезпечує мінімальне значення критерію об'єктивності, що відповідатиме мінімальному відхиленню зведеного показника якості, яке обумовлено впливом вагових коефіцієнтів.

### **Висновки**

Наведені матеріали показують, що для визначення вагових коефіцієнтів в процесі формування зведеного показника якості з метою порівняння варіантів виконання матеріальних об'єктів, найбільш прийнятною є гнучка стратегія, згідно якої результати експертного оцінювання доповнюються розрахунковими методиками. За такий спосіб можна суттєво зменшити, а то й практично нівелювати суб'єктивний чинник, притаманний традиційному методу їх експертного оцінювання.

### **Література**

1. Хованов Н. В. Анализ и синтез показателей при информационном дефиците. СПб. - 1996. 258 с.
2. Хованов Н. В. Модели учета неопределённости при построении сводных показателей эффективности деятельности сложных производственных систем / Н. В. Хованов, Федотов Ю. В. / Научные доклады № 28R – 2006. СПбГУ, 2006. - 37 с.
3. Ногин В. Д. Использование количественной информации об относительной важности критериев в принятии решений // Научно-технические ведомости СПбГТУ. - 2000, - № 2, - С. 89-93.
4. Неклюдов Ю. В. О расчетном методе определения весовых коэффициентов при скаляризации векторного критерия качества / Материалы Всероссийской НТК "Наука и образование – 2002". Московский гос. техн. ун-т. М.: 2002. -С. 141-142.
5. Монтень М. Опыты: Избранные главы. Ростов-на-Дону: Феникс.- 1998. – 249 с.
6. Беркли Д. Сочинения. М.: Мысль. 2000. – 397 с.
7. Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. М.: Наука. – 1973. – 547 с.
8. Богданчук В. З., Егоров Б. М., Катулев А. Н. Агрегирование векторных критериев. Л., 1990. – 438 с.
9. Хованов Н. В. Формальная схема составления интегрального прогноза по совокупности экспертных оценок // Исследование свойств полупроводниковых пленок и методов обработки информации. Элиста, Калмыцкий сосунив-тет,- 1992. - С. 51 – 58.
10. Рожков Н. Н. Рандомизированный критерий сравнения качества сложных объектов // Экономика и математические методы. – Т. 27. – Вып. 3. – М.: АН СССР. – 1991. – С. 597 – 600.
11. Хованов Н. В. Анализ и синтез показателей при информационном дефиците. СПб., СПбГУ. – 1996. – 198 с.
12. Fishburn P. Stochastic dominance and the foundation of meanvariance analysis // Res. Finan. Greenwich. – Vol. 2 – 1980. – P. 69 – 97.

13. Андрианов Ю. М., Субетто А. И. Квалиметрия в приборостроении и машиностроении. Л.: Наука. - 1990. – 378 с.

14. Евсеев А.В., Корников В.В., Хованов Н.В. Рандомизированная линейная свертка критериев // Вопросы механики и процессов управления. Вып.14. Л.: ЛГУ. - 1991. - С. 157.

*Мірських Г. О., Реутська Ю. Ю. Комбіновані методи визначення вагових коефіцієнтів в задачах оптимізації та оцінювання якості об'єктів. Наведені алгоритми побудови узагальненого критерію якості об'єкту в умовах невизначеності. Приведені розрахункові та комбіновані експертно-розрахункові методи визначення вагових коефіцієнтів в задачах багатокритеріальної оптимізації та комплексної оцінки якості матеріальних об'єктів, а саме метод рандомізованих зведених показників, метод пріоритетності часткових показників якості, метод визначення за схемою Фішберна та метод мінімізації відхилення зведеного показника якості. Доведена ефективність цих методів для зменшення впливу суб'єктивних чинників при визначенні вагових коефіцієнтів.*

**Ключові слова:** *якість об'єкту, синтезуюча функція, вагові коефіцієнти, рандомізація, інтервальна інформація, схема Фішберна, принцип об'єктивності.*

*Мирских Г. А., Реутская Ю. Ю. Комбинированные методы определения весовых коэффициентов в задачах оптимизации и оценки качества объектов. Рассмотрены алгоритмы построения обобщенного критерия качества объекта в условиях неопределенности. Приведены расчетные и комбинированные экспертно-расчетные методы определения весовых коэффициентов в задачах многокритериальной оптимизации и комплексного оценивания качества материальных объектов, а именно метод рандомизированных обобщенных показателей, метод приоритетности частичных показателей качества, метод определения по схеме Фишберна и метод минимизации отклонения обобщенного показателя качества. Доказана эффективность этих методов для уменьшения влияния субъективных факторов при определении весовых коэффициентов.*

**Ключевые слова:** *Качество объекта, синтезирующая функция, весовые коэффициенты, рандомизация, интервальная информация, схема Фишберна, принцип объективности.*

*Mirskikh G. A., Reutskaya Y. Y. Combined methods for determining the weighting coefficients in optimization problems and evaluate the quality of objects. The generalized criterions of quality of object in indeterminacy conditions construction algorithms are considered. The computed and combined expert - applicable methods for determining the weighting coefficients in the problems of multi objective optimization and comprehensive evaluation of the quality of the material of objects are shown. These are the randomized generalized indicators method, the partial indicators of quality priority method, method for determining with Fishbern's scheme and the minimization of the generalized indicator of quality deviation method. The efficiency of these methods for reduction of subjective factors influence at weight weighting coefficients definition is proved.*

**Keywords:** *Quality of object, Function which synthesizes, Weighting coefficients, Randomization, Interval information, Fishbern's scheme, Principle of objectivity.*