

Объединение результатов одномерной фильтрации однородного изображения и коррелированной помехи при некаузальной обработке

Ляшук А. Н., Жук С. Я.

Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского”, Украина

E-mail: oleksii.liashuk@gmail.com

С использованием свойств марковости и условной независимости отсчетов изображения и коррелированной помехи получена процедура объединения апостериорных распределений в каждой точке, вычисленных с помощью оптимального алгоритма нелинейной рекуррентной одномерной фильтрации марковских последовательностей по строкам и столбцам от их начала и конца. Каузальный и полускаузальный алгоритмы объединения результатов одномерной фильтрации являются составными частями некаузального алгоритма. Для случая гауссовских изображений и коррелированных помех получен алгоритм вычисления математического ожидания и корреляционной матрицы совместной апостериорной плотности вероятности их отсчетов в каждой точке при некаузальной обработке. Его анализ выполнен с помощью статистического моделирования на модельном примере.

Ключевые слова: однородное изображение; коррелированная помеха; некаузальная фильтрация изображения; апостериорная плотность вероятности; объединение оценок

Вступление

При решении ряда задач фильтрации изображений помеховые сигналы обладают пространственной корреляцией. Такие помехи возникают в случае аналоговой передачи телевизионных сигналов в стандарте PAL, демозаикизации изображений в цифровых фотокамерах, в изображениях, полученных с использованием магнито-резонансной томографии [1]. К данному классу, при определенных ограничениях [2, 3], также может быть отнесена задача фильтрации спекл-шума в когерентных системах формирования изображений, таких как радиолокатор с синтезированной апертурой, а также ультразвуковая система визуализации [4].

В работе [5] предложен алгоритм двухэтапной каузальной фильтрации коррелированной помехи (КП) на однородном изображении, в котором на первом этапе выполняется совместная одномерная фильтрация изображения и КП по строкам и столбцам от их начала, а на втором – объединение полученных оценок изображения и КП в каждой точке. Предложенный алгоритм позволяет значительно сократить вычислительные затраты по сравнению с двумерными алгоритмами оптимальной фильтрации, а также использовать преимущества вычислительной эффективности одномерных рекуррентных алгоритмов.

В данной работе синтезирован алгоритм объединения результатов одномерной совместной фильтрации изображения и коррелированной помехи, который позволяет учесть все измерения на строке и столбце, пересекающиеся в обрабатываемой точке, что позволяет повысить эффективность обработки по сравнению с алгоритмом каузальной двухэтапной фильтрации и интерпретировать обработку как некаузальную.

1 Постановка задачи

Однородное изображение представляется в виде матрицы размерами $N \times M$, где N – количество строк, M – количество столбцов. Каждый отсчет изображения описывается непрерывным параметром $x(n, m)$, который соответствует значению яркости в точке (n, m) . Уравнение наблюдения изображения $x(n, m)$, искаженного КП $z(n, m)$, описывается с помощью выражения

$$y(n, m) = h(n, m)x(n, m) + z(n, m) + v(n, m), \quad (1)$$

$$n = \overline{1, N}, \quad m = \overline{1, M},$$

где $y(n, m)$ – доступные для обработки наблюдения; $h(n, m)$ – известная функция; $v(n, m)$ – некоррели-

рованный гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_v^2 .

Уравнение наблюдения (1) помимо КП $z(n, m)$ также содержит некоррелированную составляющую $v(n, m)$, которая обусловлена внутренними шумами аппаратуры. При этом мощность некоррелированного шума значительно меньше мощности КП.

В алгоритмах двухэтапной фильтрации при получении оценки изображения в точке (n, m) используются наблюдения, расположенные на n -й строке и m -м столбце [6]. Введем векторы $X_{n_1} = (x(n, 1), \dots, x(n, m-1))$, $X_{n_2} = (x(n, m+1), \dots, x(n, M))$, $X_{m_1} = (x(1, m), \dots, x(n-1, m))$, $X_{m_2} = (x(n+1, m), \dots, x(N, m))$, которые содержат истинные значения яркостей элементов изображения до текущей обрабатываемой точки (n, m) рис. 1. По аналогии введем векторы, содержащие отсчеты на соответствующих лучах КП Z_{n_1} , Z_{n_2} , Z_{m_1} , Z_{m_2} и наблюдений Y_{n_1} , Y_{n_2} , Y_{m_1} , Y_{m_2} . Отсчеты изображения, КП и наблюдения в точке (n, m) также обозначим $x(n, m) = x$, $z(n, m) = z$, $y(n, m) = y$, соответственно.

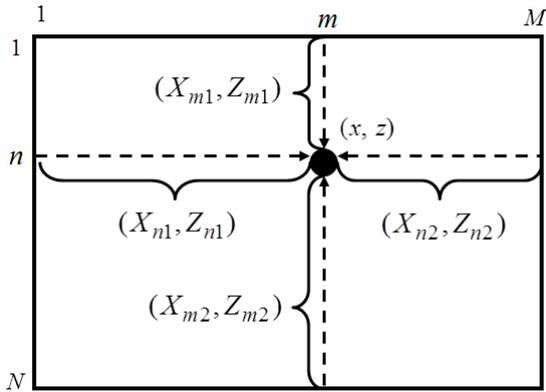


Рис. 1. Схематическое представление изображения

Особенностью полученного в [5] алгоритма двухэтапной фильтрации является совместное оценивание отсчетов изображения и КП в точке с использованием наблюдений y , Y_{n_1} , Y_{m_1} , что позволяет рассматривать обработку как каузальную. При этом на первом этапе выполняется совместная одномерная фильтрация изображения и КП по строкам и столбцам от их начала алгоритмами калмановской фильтрации.

На втором этапе выполняется совместное уточнение оценок отсчетов изображения и КП в каждой точке изображения (n, m) , полученных на первом этапе, что обусловлено корреляцией их ошибок.

Использование дополнительных данных Y_{n_2} и Y_{m_2} для вычисления оценок в точке (n, m) позволяет учесть все измерения $Y = y, Y_{n_1}, Y_{n_2}, Y_{m_1}, Y_{m_2}$ на строке и столбце, пересекающиеся в обрабатываемой точке, и дает возможность интерпретировать обработку изображения как некаузальную [6].

При некаузальной двухэтапной фильтрации однородных изображений при наличии КП на первом этапе необходимо выполнять совместную одномерную фильтрацию изображения и КП по строкам и столбцам от их начала и конца. Поскольку данный алгоритм детально рассмотрен в [5], в данной работе он не рассматривается и основное внимание уделено синтезу алгоритма объединения полученных апостериорных данных в каждой точке изображения, выполняемого на втором этапе. При этом необходимо отметить, что использование линейных дискретных стохастических динамических систем для совместного описания изображения и КП по строкам и столбцам позволяет рассматривать их как гауссовские марковские последовательности.

Методика синтеза двухэтапных алгоритмов фильтрации основывается на свойстве условной независимости отсчетов изображения, которое формализуется с использованием плотностей вероятности (ПВ). Поэтому вначале синтезируем алгоритм вычисления апостериорной ПВ $f(u|Y)$ отсчетов изображения и КП $u = [x, z]^T$ в каждой точке изображения, который выполняется на втором этапе, путем объединения полученных при одномерной фильтрации по строкам и столбцам апостериорных распределений. Данный алгоритм также описывает процедуру объединения результатов одномерной фильтрации, когда изображение и КП не являются гауссовскими. Затем конкретизируем его для случая, когда апостериорные распределения являются гауссовскими.

2 Разработка алгоритма объединения полученных при одномерной фильтрации апостериорных распределений в каждой точке изображения

Введем в рассмотрение расширенные векторы $U_{n_1} = [X_{n_1}, Z_{n_1}]^T$, $U_{n_2} = [X_{n_2}, Z_{n_2}]^T$, $U_{m_1} = [X_{m_1}, Z_{m_1}]^T$, $U_{m_2} = [X_{m_2}, Z_{m_2}]^T$, включающие отсчеты изображения и КП по строкам и столбцам, соответственно. Совместную ПВ $f(U)$ отсчетов изображения и КП вдоль строки и столбца можно представить в виде

$$f(U) = f(u, U_{n_1}, U_{n_2}, U_{m_1}, U_{m_2}) = f(U)f(U_{n_1}, U_{n_2}, U_{m_1}, U_{m_2}|u), \quad (2)$$

где U — вектор, который включает в себя отсчеты изображения и КП на n -й строке и m -м столбце $u, U_{n_1}, U_{m_1}, U_{n_2}, U_{m_2}$.

Следуя методике [6] и полагая, что отсчеты изображения и КП, содержащиеся в векторах $U_{n_1}, U_{n_2}, U_{m_1}, U_{m_2}$ являются условно независимыми

относительно отсчетов в точке (n, m) , а также учитывая их марковские свойства, выражение (2) может быть записано в виде

$$\begin{aligned} f(U_{n_1}, U_{m_1}, U_{n_2}, U_{m_2}|u) &= \\ &= f(U_{n_1}|u) f(U_{n_2}|u) f(U_{m_1}|u) f(U_{m_2}|u). \end{aligned}$$

Поэтому формулу (2) можно представить в виде

$$\begin{aligned} f(U) &= \\ &= f(u) \frac{f(U_{n_1}, u)}{f(u)} \frac{f(U_{m_1}, u)}{f(u)} \frac{f(U_{n_2}, u)}{f(u)} \frac{f(U_{m_2}, u)}{f(u)} = \\ &= \frac{1}{f^3(u)} f(U_{n_1}, u) f(U_{m_1}, u) f(U_{n_2}, u) f(U_{m_2}, u). \quad (3) \end{aligned}$$

Условная ПВ $f(Y|U)$ с учетом некоррелированности помехи $v(n, m)$ в (1) имеет вид

$$\begin{aligned} f(Y|U) &= \\ &= f(y, Y_{n_1}, Y_{m_1}, Y_{n_2}, Y_{m_2}|u, U_{n_1}, U_{m_1}, U_{n_2}, U_{m_2}) = \\ &= f(Y_{n_1}, y|U_{n_1}, x) f(Y_{m_1}|U_{m_1}) \times \\ &\quad \times f(Y_{n_2}|U_{n_2}) f(Y_{m_2}|U_{m_2}). \quad (4) \end{aligned}$$

Совместная апостериорная ПВ отсчетов изображения и КП $f(Y|U)$ с учетом (3), (4) описывается выражением

$$\begin{aligned} f(U|Y) &= \frac{1}{f^3(u) f(Y)} f(U_{n_1}, u) f(Y_{n_1}, y|U_{n_1}, u) \times \\ &\quad \times f(U_{m_1}, u) f(Y_{m_1}, U_{m_1}) f(U_{n_2}, u) \times \\ &\quad \times f(Y_{n_2}, U_{n_2}) f(U_{m_2}, u) f(Y_{m_2}, U_{m_2}), \quad (5) \end{aligned}$$

где $f(Y)$ — совместная ПВ наблюдений Y , которая после их поступления играет роль нормирующего множителя.

Применяя теорему умножения вероятностей, выражение (5) можно представить в виде

$$\begin{aligned} f(U|Y) &= \\ &= \frac{c_1}{f^3(u)} f(U_{n_1}, u|Y_{n_1}, y) f(u|U_{m_1}) f(U_{m_1}|Y_{m_1}) \times \\ &\quad \times f(u, U_{n_2}) f(U_{n_2}, Y_{n_2}) f(u, U_{m_2}) f(U_{m_2}, Y_{m_2}), \quad (6) \end{aligned}$$

где c_1 — нормирующий множитель, определяемый по формуле

$$c_1 = \frac{f(Y_{n_1}, y) f(Y_{m_1}) f(Y_{n_2}) f(Y_{m_2})}{f(Y)};$$

$f(Y_{n_1}, y) f(Y_{m_1}) f(Y_{n_2}) f(Y_{m_2})$ — совместные ПВ соответствующих наблюдений, которые после их поступления играют роль нормирующих множителей.

Апостериорная ПВ отсчетов определяется путем интегрирования выражения (6) по $U_{n_1}, U_{m_1}, U_{n_2}, U_{m_2}$. Таким образом, окончательное выражение получается в виде:

$$\begin{aligned} f(u|Y) &= \frac{c_1}{f^3(u)} f(u|Y_{n_1}, y) f(u|Y_{m_1}) \times \\ &\quad \times f(u|Y_{n_2}) f(u|Y_{m_2}), \quad (7) \end{aligned}$$

где $f(u|y, Y_{n_1})$ — апостериорная ПВ, рассчитанная по наблюдениям (y, Y_{n_1}) ; $f(u|Y_{n_2})$, $f(u|Y_{m_1})$, $f(u|Y_{m_2})$ — экстраполированные ПВ, вычисленные по наблюдениям $Y_{n_2}, Y_{m_1}, Y_{m_2}$.

Апостериорные распределения $f(u|y, Y_{n_1})$, $f(u|Y_{m_1})$ определяются на первом этапе с помощью оптимального алгоритма нелинейной рекуррентной одномерной фильтрации марковских последовательностей [7] вдоль координат n, m от их начала, а распределения $f(u|Y_{n_2})$, $f(u|Y_{m_2})$ — соответственно от их конца. В алгоритме определения апостериорной ПВ $f(u|Y)$ по формуле (7) выполняется объединение апостериорных распределений $f(u|y, Y_{n_1})$, $f(u|Y_{n_2})$, $f(u|Y_{m_1})$, $f(u|Y_{m_2})$, вычисленных на первом этапе.

Каузальный и полукаузальный алгоритмы объединения апостериорных распределений являются частными случаями выражения (7). Так, при построении получения наблюдений, при одномерной фильтрации могут использоваться отсчеты текущей строки Y_{n_1}, y, Y_{n_2} , а также отсчеты, расположенные в «прошлом» в соответствующем столбце относительно обрабатываемой точки наблюдения Y_{m_1} . При этом, полукаузальный алгоритм объединения апостериорных распределений описывается выражением

$$f(u|Y_{hc}) = \frac{c_2}{f^2(u)} f(u|Y_{n_1}, y) f(u|Y_{m_1}) f(u|Y_{n_2}), \quad (8)$$

где c_2 — нормирующий множитель, определяемый по формуле

$$c_2 = \frac{f(Y_{n_1}, y) f(Y_{m_1}) f(Y_{n_2})}{f(Y_{hc})}.$$

$Y_{hc} = y, Y_{n_1}, Y_{m_1}, Y_{n_2}$ — вектор наблюдения для случая полукаузальной двухэтапной фильтрации.

Соответственно каузальный алгоритм объединения апостериорных распределений, полученных с использованием расположенных только в «прошлом» наблюдений, имеет вид [5]

$$f(u|Y_c) = \frac{c_3}{f(u)} f(u|Y_{n_1}, y) f(u|Y_{m_1}) f(u|Y_{n_2}), \quad (9)$$

где c_3 — нормирующий множитель, определяемый по формуле

$$c_3 = \frac{f(Y_{n_1}, y) f(Y_{m_1})}{f(Y_c)}.$$

$Y_c = y, Y_{n_1}, Y_{n_2}$ — вектор наблюдения для случая каузальной двухэтапной фильтрации.

Алгоритмы объединения полученных при одномерной фильтрации апостериорных распределений

в каждой точке изображения требуют значительных вычислительных затрат. Он может быть значительно упрощен для случая, когда изображение и КП являются гауссовскими.

3 Разработка алгоритма объединения полученных при одномерной фильтрации оценок изображения и коррелированной помехи в каждой точке изображения

На первом этапе для совместного описания гауссовских изображения и КП по строкам и столбцам используются модели в виде объединенных дискретных динамических систем [5], что позволяет применить математический аппарат калмановской фильтрации. При этом распределения $f(u|Y_{n_1}, y) = N(\hat{u}_{n_1}, \hat{P}_{n_1})$, $f(u|Y_{m_1}) = N(u_{m_1}^*, P_{m_1}^*)$, $f(u|Y_{n_2}) = N(u_{n_2}^*, P_{n_2}^*)$, $f(u|Y_{m_2}) = N(u_{m_2}^*, P_{m_2}^*)$, $f(u) = N(\bar{u}, \bar{P})$ являются гауссовскими, где $N(c, C)$ — обозначение гауссовской ПВ с математическим ожиданием c и корреляционной матрицей C .

Поскольку рассматриваемая задача оценивания является линейной и ПВ, входящие в правую часть выражения (7) являются гауссовскими, то апостериорная ПВ $f(u|Y)$ является также гауссовской [7]. Аналогично гауссовскими являются апостериорные ПВ $f(u|Y_{hc})$, $f(u|Y_c)$, определяемые с помощью выражений (8), (9). Параметры указанных апостериорных распределений могут быть найдены путем преобразования показателей экспонент ПВ, входящих в правые части выражений (7), (8), (9), и выделения квадратичной формы, соответствующей показателю апостериорной ПВ.

Рассмотрим более подробно преобразования гауссовских ПВ на примере выражения

$$\frac{1}{f(u)} f(Y_{n_1}, y) f(u|Y_{m_1}), \quad (10)$$

описывающего процедуру объединения апостериорных распределений при каузальной двухэтапной фильтрации (9), которое является составной частью полученного алгоритма (7).

Показатель экспоненциальной функции (10) без учета знака можно представить в виде алгебраической суммы квадратичных форм

$$\|u - \hat{u}_{n_1}\|_{P_{m_1}^*} + \|u - u_{n_1}^*\|_{P_{m_1}^*} - \|u - \bar{u}\|_{\bar{P}} \quad (11)$$

Добавляя и вычитая \hat{u}_{n_1} во втором слагаемом, первые два слагаемых выражения (11) можно представить в виде

$$\|u - \hat{u}_{n_1}\|_A - 2(u - \hat{u}_{n_1})^T P_{m_1}^{*-1} (u_{m_1}^* - \hat{u}_{n_1}) + \|u_{m_1}^* - \hat{u}_{n_1}\|_{P_{m_1}^*}, \quad (12)$$

где A — матрица, определяется по формуле

$$A = (\hat{P}_{n_1}^{-1} + P_{m_1}^{*-1})^{-1} \quad (13)$$

Дополняя первые два слагаемых до полного квадрата в выражении (12) и выполнив ряд преобразований [8], получим

$$\|u - \hat{u}\|_{\tilde{P}} + \|u_{m_1}^* - \hat{u}_{n_1}\|_{(P_{m_1}^* - P_{m_1}^{*-1} \cdot A \cdot P_{m_1}^{*-1})^{-1}}, \quad (14)$$

где \tilde{u} — вектор, определяемый по формуле $\tilde{u} = \hat{u}_{n_1} + \tilde{K}(u_{m_1}^* - \hat{u}_{n_1})$; \tilde{P} — матрица, определяемая по формуле $\tilde{P} = \hat{P}_{n_1} - \tilde{K} \hat{P}_{n_1}$; \tilde{K} — матрица, определяемая по формуле $\tilde{K} = A P_{m_1}^{*-1}$.

Получим более удобное в вычислительном отношении выражение для матрицы K . Перепишем выражение (13) в виде

$$A^{-1} = \hat{P}_{n_1}^{-1} + P_{m_1}^{-1} \quad (15)$$

Умножая обе части равенства (15) слева на A , а справа на \hat{P}_{n_1} и сохраняя в левой части равенства матрицу A , получим

$$A = P_m^* - A P_m^{*-1} P_m^* = P_m^* - K P_m^* \quad (16)$$

С использованием формулы Фробениуса, выражение (15) можно представить в виде

$$A = P_m^* - P_m^* (\hat{P}_{n_1} + P_m^*)^{-1} P_m^* \quad (17)$$

Таким образом, из выражений (16), (17) следует, что матрица \tilde{K} определяется по формуле

$$\tilde{K} = \hat{P}_{n_1} (P_{m_1}^* + \hat{P}_{n_1})^{-1}.$$

Второе слагаемое в (14) является константой и его в дальнейшем можно не рассматривать. Поэтому выражение (11) преобразуется к виду

$$\|u - \tilde{u}\|_{\tilde{P}} + \|u - \bar{u}\|_{(-\bar{P})} \quad (18)$$

Добавляя и вычитая \tilde{u} во втором слагаемом, выражение (18) можно представить в виде

$$\|u - \tilde{u}\|_E - 2(u - \tilde{u})^T (-\bar{P})^{-1} (\bar{u} - \tilde{u}) \|\bar{u} - u\|_{(-\bar{P})}, \quad (19)$$

где E — матрица, определяется по формуле

$$E = (\tilde{P} - \bar{P}^{-1})^{-1} \quad (20)$$

Дополняя первые два слагаемых до полного квадрата в выражении (19) и выполнив ряд преобразований, получим

$$\|u - \tilde{u}\|_{\tilde{P}} + \|\bar{u} - \tilde{u}\|_{((- \bar{P})^{-1} - \tilde{P}^{-1} E \bar{P}^{-1})^{-1}}, \quad (20)$$

где \check{u} — вектор, определяемый по формуле $\check{u} = \check{u} + \check{K}(\bar{u} - \check{u})$; \check{P} — матрица, определяемая по формуле $\check{P} = \hat{P} - \check{K}\hat{P}$; \check{K} — матрица, определяемая выражением $\check{K} = E(-\check{P})^{-1}$.

Следуя методике, рассмотренной выше, можно показать, что матрица \check{K} определяется по формуле

$$\check{K} = \check{P}(\check{P} - \hat{P})^{-1} .$$

Второе слагаемое в выражении (20) является константой и его можно не рассматривать. Таким образом, в результате преобразования показателей экспонент гауссовских ПВ $p(u|Y_{n_1}, y)$, $p(u|Y_{m_1})$, $p(u)$, удалось выделить квадратичную форму, являющуюся показателем экспоненты гауссовской апостериорной ПВ $p(u|Y_c) = N(u, P)$, определяемой при каузальной двухэтапной фильтрации (9). В целом алгоритм вычисления математического ожидания u и корреляционной матрицы \check{P} можно представить в виде следующей процедуры

$$\begin{aligned} \check{K} &= \hat{P}_{n_1}(P_{m_1}^* + \hat{P}_{n_1})^{-1}; \\ \check{u} &= \hat{u}_{n_1} + \check{K}(u_{m_1}^* - \hat{u}_{n_1}); \\ \check{P} &= \hat{P}_{n_1} - \check{K}\hat{P}_{n_1}; \\ \check{K} &= \check{P}(\check{P} - \hat{P})^{-1}; \\ \check{u} &= \check{u} + \check{K}(\bar{u} - \check{u}); \\ \check{P} &= \check{P} - \check{K}\check{P}. \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом полученных результатов, процедура объединения апостериорных распределений при полукаузальной двухэтапной фильтрации в правой части выражения (8) сводится к преобразованию линейной комбинации квадратичных форм

$$\|u - \check{u}\|_{\check{P}} + \|u - u_{n_2}^*\|_{P_{n_2}^*} - \|u - \bar{u}\|_{\hat{P}} .$$

Следуя методике, рассмотренной выше, можно показать, что апостериорная ПВ, определяемая при полукаузальной двухэтапной фильтрации (8), является гауссовской $p(u|Y_{hc}) = N(u', P')$. При этом, алгоритм вычисления математического ожидания u' и корреляционной матрицы P' можно представить в виде следующей процедуры

$$\begin{aligned} \check{\check{K}} &= \check{P}(P_{n_2}^* + \check{P})^{-1}; \\ \check{\check{u}} &= \check{u} + \check{\check{K}}(P_{n_2}^* - \check{u}); \\ \check{\check{P}} &= \check{P} - \check{\check{K}}\check{P}; \\ K' &= \check{\check{P}}(\check{\check{P}} - \check{P})^{-1}; \\ u' &= \check{\check{u}} + K'(\bar{u} - \check{\check{u}}); \\ P' &= \check{\check{P}} - K'\check{\check{P}}. \end{aligned} \quad (22)$$

С учетом полученных выше результатов, процедура объединения апостериорных распределений при некаузальной двухэтапной фильтрации в правой части выражения (7) сводится к преобразованию линейной комбинации квадратичных форм

$$\|u - u'\|_{P'} + \|u - u_{m_2}^*\|_{P_{m_2}^*} - \|u - \bar{u}\|_{\hat{P}} .$$

Следуя методике, рассмотренной выше, можно показать, что апостериорная ПВ, определяемая при некаузальной двухэтапной фильтрации (7) является гауссовской $p(u|Y) = N(\check{u}, \check{P})$. При этом, алгоритм вычисления математического ожидания (\check{u}) и корреляционной матрицы (\check{P}) можно представить в виде следующей процедуры

$$\begin{aligned} K'' &= P'(P_{m_2}^* + P')^{-1}; \\ u'' &= u' + K''(u_{m_2}^* - u'); \\ P'' &= P' + K''P'; \\ \check{\check{K}} &= P''(P'' - \check{P})^{-1}; \\ \check{u} &= u'' + \check{\check{K}}(\bar{u} - u''); \\ \check{P} &= P'' - \check{\check{K}}P''. \end{aligned} \quad (23)$$

Таким образом, объединение полученных при одномерной фильтрации оценок изображения и КП в каждой точке изображения при некаузальной обработке выполняется путем последовательных вычислений по формулам (21), (22), (23). Алгоритмы объединения оценок изображения и КП при полукаузальной и каузальной обработке являются составными частями некаузального алгоритма и описываются соответственно выражениями (21) и (22).

4 Результаты экспериментальных исследований

Анализ двухэтапного алгоритма обработки выполнен на модельном примере [5] с помощью статистического моделирования. При этом, гауссовские изображение и КП имеют соответственно разделимую экспоненциальную и гауссоидальную корреляционные функции.

На рис. 2 а-д представлены соответственно реализации изображения, КП, искаженного изображения, а также отфильтрованные некаузальным двухэтапным алгоритмом реализации изображения и КП. Входное отношение сигнал-шум (ОСШ) равно 0 дБ. Применение разработанного алгоритма позволило повысить ОСШ на 6.1 дБ. При этом объединение данных на втором этапе позволило получить выигрыш 2.5 дБ дополнительно к выигрышу, полученному на первом этапе при фильтрации только по строкам.

Использование полукаузального и каузального алгоритмов позволило увеличить ОСШ на 5.51 дБ и 4.61 дБ соответственно.

Выводы

В алгоритме определения апостериорной ПВ $f(u|Y)$ отсчетов изображения и КП в каждой точке

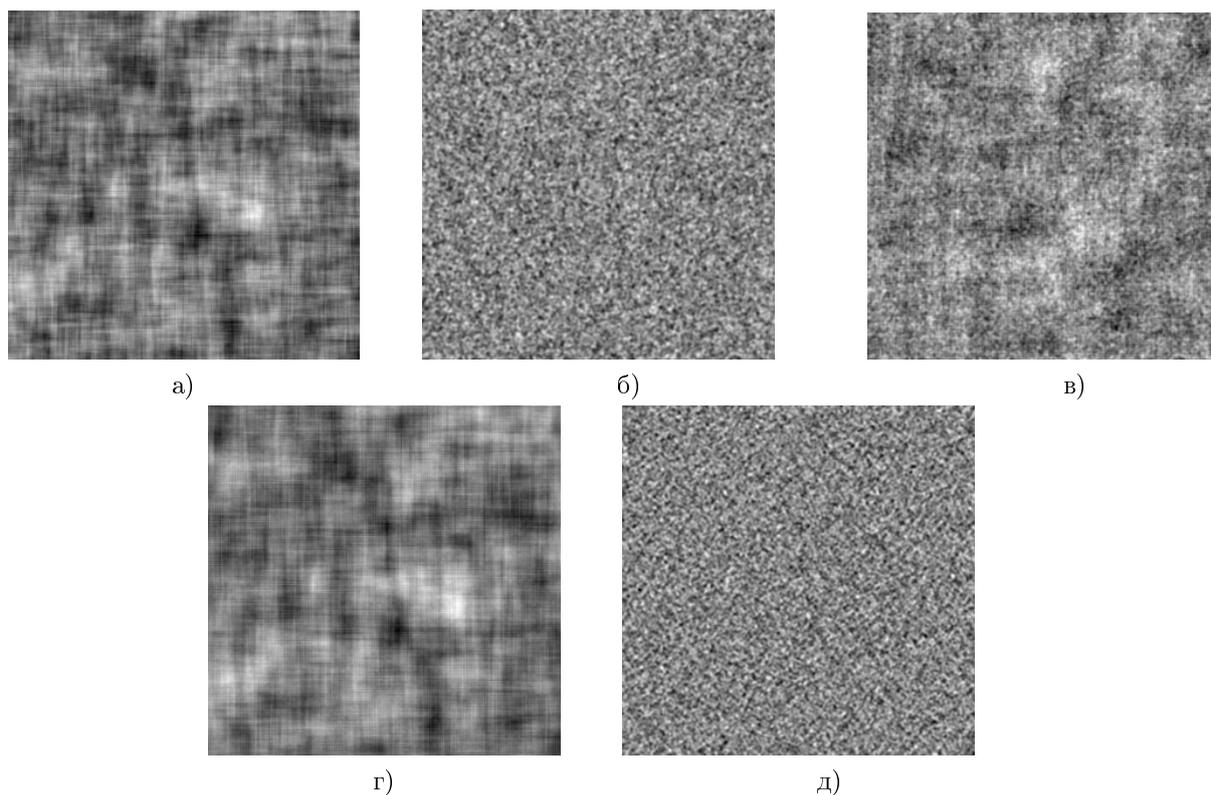


Рис. 2. Обработка модельного изображения

изображения по формуле (7) производится объединение апостериорных распределений, вычисленных на первом этапе. Апостериорные распределения $f(u|y, Y_{n_1})$, $f(u|Y_{m_1})$ определяются с помощью оптимального алгоритма нелинейной рекуррентной одномерной фильтрации марковских последовательностей по строкам и столбцам от их начала, а распределения $f(u|Y_{n_n})$, $f(u|Y_{m_2})$ – соответственно от их конца. Каузальный (8) и полукаузальный (9) алгоритмы объединения апостериорных распределений являются частными случаями выражения (7).

В случае гауссовских апостериорных распределений объединение полученных при одномерной фильтрации оценок изображения и КП в каждой точке изображения при некаузальной обработке выполняется путем последовательных вычислений по формулам (21), (22), (23). Алгоритмы объединения оценок изображения и КП при полукаузальной и каузальной обработке являются составными частями некаузального алгоритма и описываются соответственно выражениями (21) и (22).

Для рассмотренного примера применение разработанного двухэтапного некаузального алгоритма позволило повысить ОСШ на 6.1 дБ. При этом объединение данных на втором этапе обеспечивает выигрыш 2.5 дБ дополнительно к выигрышу, полученному на первом этапе при фильтрации только по строкам. По сравнению с двухэтапными алгоритмами полукаузальной и каузальной фильтрации нека-

узальный алгоритм обеспечил выигрыш в ОСШ на 0.59 дБ и 1.49 дБ соответственно.

Перечень ссылок

1. Aelterman J. Suppression of Correlated Noise, Recent Advances in Signal Processing / J. Aelterman, B. Goossens, A. Pizurica and W. Philips. – Intech Computer and Information Science, 2009. – pp. 211-237.
2. Абрамов С. К. Эффективность фильтрации однозглядовых РСА-изображений при пространственно-коррелированных помехах / С. К. Абрамов, Р. А. Кожемякин, С. С. Кривенко, Н. Н. Пономаренко, В. В. Лукин // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2012. – № 3. – с. 18-25.
3. Миронов Б. М. Сегментация когерентно-локационных изображений со статистически независимыми элементами / Б. М. Миронов, А. Н. Малов // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32, № 4. – с. 423-427.
4. Лукин В. В. Вторичная обработка многозглядовых и последовательно получаемых изображений в радиолокационных и ультразвуковых медицинских когерентных системах / В.В. Лукин, Н.Н. Пономаренко, И.В. Пискорж, С.В. Поденкова // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – 2003. – № 2. – с. 22-29.
5. Ляшук А. Н. Двухэтапная каузальная фильтрация однородного изображения при наличии коррелированной помехи / А.Н. Ляшук, С.В. Хамула, С.Я. Жук // Вестник НТУУ «КПИ». Серия Радиотехника. Радиоаппаратостроение. – 2016. – № 66. – с. 19-28.
6. Грузман И.С. Двухэтапная фильтрация изображений на основе использования ограниченных данных / И.С. Грузман, В.И. Микерин, А.А. Спектор // Радиотехника и электроника. – 1995. – Вып. 5. – с. 817-822.

7. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем // В.И. Тихонов, В.Н. Харисов. – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.
8. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / С.Я. Жук. – К.: НТУУ «КПИ», 2008. – 232 с.

References

- [1] Aelterman J., Goossens B., Pizurica A. and Philips W. (2009) *Suppression of Correlated Noise, Recent Advances in Signal Processing*. Intech Computer and Information Science, pp. 211-237. DOI: 10.5772/7446
- [2] Abramov S. K., Kozhemiakin R. O., Krivenko S. S., Ponomarenko N. N., Lukin V. V. (2012) Efficiency Filtering of Single-Look Sar-Images with Spatially Correlated Speckle. *Radioelektronnii i komp'yuternii systemy*, No 3, pp. 18-25. (in Russian)
- [3] Mironov B.M. and Malov A.N. (2008) *Segmentatsiya kogerentno-lokatsionnykh izobrazhenii so statisticheskimi nezavisimymi elementami* [Segmentation of coherent-location images with statistically independent elements]. *Komp'yuternaya optika*, Vol. 32, No 4, pp. 423-427.
- [4] Lukin V. V., Ponomarenko N.N., Piskorz I.V. and Podenkova S.V. (2003) Vtorichnaya obrabotka mnogovzglyadovykh i posledovatel'no poluchaemykh izobrazhenii v radiolokatsionnykh i ul'trazvukovykh meditsinskikh kogerentnykh sistemakh [Secondary processing of multiview and sequentially obtained images in radar and ultrasound medical coherent systems]. *Radioelektronnii i komp'yuternii systemy*, No 2, pp. 22-29.
- [5] Liashuk, O. M., Khamula, S. V., Zhuk, S. Ya. (2016) Two-stage causal uniform image filtration with presence of correlated noise. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparaturbuduv.*, no. 66, pp. 19-28. (in Russian)
- [6] Vishnevyy S. V. and Zhuk S. Ya. (2011) Two-stage joint non-causal filtering and segmentation of nonuniform images. *Radioelectronics and Communications Systems*, Vol 54, No 10, pp. 554-565. DOI: <http://dx.doi.org/10.3103/S0735272711100050>
- [7] Tikhonov V.I. and Kharisov V.N. (1991) *Statisticheskii analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i sistem* [Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems], Moscow, Radio i svyaz', 608 p.
- [8] Zhuk S.Ya. (2008) *Metody optimizatsii diskretnykh dinamicheskikh sistem so sluchainoi strukturoi* [Methods of optimization of discrete dynamical systems with random structure], Kiev, NTUU «KPI», 232 p.

Об'єднання результатів одновимірної фільтрації однорідного зображення і корельованої завади при некаузальній обробці

Ляшук О. М., Жук С. Я.

З використанням властивостей марковості і умовної незалежності відліків зображення і корельованої завади отримана процедура об'єднання апостеріорних розподілів в кожній точці, обчислених за допомогою оптимального алгоритму нелінійної рекуррентної одновимірної фільтрації марковських послідовностей по рядках і стовпцях від їх початку і кінця. Каузальний і напівкаузальний алгоритми об'єднання результатів одновимірної фільтрації є складовими частинами некаузального

алгоритму. Для випадку гауссових зображень і корельованих завад отриманий алгоритм обчислення математичного очікування і кореляційної матриці спільної апостеріорної щільності ймовірності їх відліків в кожній точці при некаузальній обробці. Його аналіз виконаний за допомогою статистичного моделювання на модельному прикладі.

Ключові слова: однорідне зображення; корельована завада; некаузальна фільтрація зображення; апостеріорна щільність ймовірності; об'єднання оцінок

Union of one-dimensional filtering results of homogenous image and correlated noise using non-causal processing

Liashuk O. M., Zhuk S. Ya.

Introduction. A noise signals are spatially correlated in a number of image filtration tasks. Such noises occur in the case of analogue transmission of television signals using the PAL standard, in images demosaicing in digital cameras and in the images obtained using magnetic resonance imaging. The task of filtering speckle in coherent imaging systems such as synthetic aperture radar and an ultrasonic imaging system with certain limitations can be assigned to this class of noise.

The theoretical results. The expression for the joint posterior probability density of pixels at each point with non-causal processing was obtained using the properties of the Markov and conditional independence of image and correlated noise pixels on the row and column. It describes the union procedure of a posteriori distributions at processing pixel calculated at the first stage using an optimal algorithm for nonlinear recursive filtering of dimensional Markov sequences of the row and column from their beginning and end. Algorithm for expectation and the correlation matrix calculation of the joint posterior probability density of pixels is obtained in the case of Gaussian images and correlated noise. Non-causal processing which merges the estimates obtained in the first step of filtering in rows and columns is made for each pixel. Algorithms which combine results of one-dimensional image and correlated noise filtering with half-causal and causal processing are part of the resulting non-causal algorithm.

Experimental results. For the above example the use of developed two-stage non-causal algorithm allowed to increase the SNR by 6.1 dB. The information union for the second stage provides a 2.5 dB gain in addition to the gain obtained in the first step in filtration only by rows. Compared to the two-phase half-causal and causal algorithm, the non-causal filtering algorithm provided a gain in SNR of 0.59 dB and 1.49 dB, respectively.

Conclusions. Non-causal algorithm which combines results of one-dimensional image and correlated noise filtering that allows to take into account all the estimates in the row and column was synthesized. Estimates intersect at processing point which improves the effectiveness of the processing compared with the algorithms of causal and half-causal two-stage filtration.

Key words: uniform image; correlated noise; non-causal image filtration; a posteriori probability density; combine estimates