

# Оптимизация систем обнаружения сигналов на фоне пассивных помех

Попов Д. И.

Рязанский государственный радиотехнический университет, г. Рязань, Россия

E-mail: [adop@mail.ru](mailto:adop@mail.ru)

В статье рассмотрена оптимизация систем обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех по вероятностному критерию. Получены выражения для вероятностных характеристик соответствующих систем обнаружения. Приведены критерии оптимизации весового вектора режекторного фильтра, позволяющие установить связь оптимального весового вектора с параметрами помехи на основе методов нелинейного программирования. Приведена квазиньютоновская итерационная процедура поиска оптимального вектора. Получены числовые результаты оптимизации системы обнаружения. Установлены существенные выигрыши в эффективности обнаружения сигналов по сравнению с оптимизацией систем обнаружения по энергетическому критерию.

*Ключевые слова:* вероятностный критерий; доплеровская фаза; оптимизация; пассивные помехи; режекторный фильтр; сигналы; система обнаружения

## Введение

При проектировании и эксплуатации систем обнаружения радиолокационных сигналов одной из актуальных является проблема выделения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех [1]. Пассивные помехи в виде мешающих отражений от неподвижных или медленно перемещающихся объектов — местных предметов, гидрометеоров (облаков, дождя, града, снега), металлизированных отражателей, сбрасываемых для маскировки цели, и др. — существенно нарушают нормальную работу радиолокационных систем [2]. Интенсивность пассивных помех может значительно превышать уровень собственных шумов приемника, что приводит к перегрузкам приемного тракта («ослеплению» радиолокатора) и, как следствие этого, к потере полезных сигналов. Однако даже при отсутствии перегрузок полезный сигнал может быть не обнаружен на фоне интенсивных мешающих отражений [3].

Априорная неопределенность корреляционных характеристик пассивных помех существенно затрудняет реализацию эффективного обнаружения движущихся целей. Преодоление априорной неопределенности основывается на адаптации систем обнаружения к параметрам пассивных помех [4, 5]. Адаптация систем обнаружения предполагает предварительную оптимизацию их узлов, в частности, режекторных фильтров (РФ), в зависимости от корреляционных свойств помехи. Известный метод синтеза адаптивных РФ сводится к выбору вектора весовых коэффициентов РФ по энергетическому критерию — максимуму усредненного по

доплеровской фазе сигнала выигрыша в отношении сигнал/помеха [4]. Однако данный усредненный выигрыш в общем случае не эквивалентен усредненной по доплеровской фазе сигнала вероятности правильного обнаружения, наиболее полно характеризующей эффективность выделения полезных сигналов [3]. В силу этого, энергетический критерий оптимизации не всегда приводит к оптимальным по критерию Неймана – Пирсона параметрам РФ. Ниже рассмотрен метод оптимизации систем обнаружения, осуществляющих когерентное режектирование помех с последующим когерентным или некогерентным накоплением остатков режектирования, по вероятностным характеристикам.

## 1 Вероятностные характеристики систем обнаружения

Оптимизация системы обнаружения по критерию Неймана – Пирсона предполагает максимизацию вероятности правильного обнаружения  $D$ . Средняя вероятность обнаружения при неизвестной и равномерно распределенной в интервале однозначности  $[-\pi, \pi]$  величине доплеровского сдвига фазы сигнала  $\varphi$  за период повторения  $T$  зондирующих импульсов определяется усредненной зависимостью вероятности правильного обнаружения  $D$  от входного отношения сигнал/помеха  $q$ :

$$D(q) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} D(q, \varphi) d\varphi = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} D(q, \varphi) d\varphi \quad . \quad (1)$$

Конкретизируем выражение характеристик обнаружения  $D(q)$ , установив функциональную зависимость вероятности  $D$  от параметров системы и входных данных. Для систем с когерентным режектированием помехи и последующим когерентным накоплением сигналов при вероятности ложной тревоги  $F$  справедливо известное соотношение [6]:

$$D(q, \varphi) = F^{\frac{1}{1+q\mu(\varphi)}} = e^{\frac{\ln F}{1+q\mu(\varphi)}}.$$

При этом выигрыш в отношении сигнал/помеха

$$\mu(\varphi) = \mathbf{W}^* \mathbf{R}_c(\varphi) \mathbf{W} / \mathbf{W}^* \mathbf{T} (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{W},$$

где  $\mathbf{W}$  —  $N$ -мерный вектор обработки системы, элементы которого  $W_k = \sum_{l=0}^k g_{k-l} h_l e^{i(k-l)\psi}$ ;  $N$  — объем обрабатываемой выборки;  $g_{k-1}$  — весовые коэффициенты режекторного фильтра;  $h_l$  и  $(k-l)\psi$  — модули и аргументы весовых коэффициентов накопителя;  $\mathbf{R}_c(\varphi)$  и  $\mathbf{R}_n$  — корреляционные матрицы сигнала и помехи соответственно;  $\mathbf{I}$  — единичная матрица;  $\lambda$  — отношение собственный шум/пассивная помеха на входе системы.

Выделение сигналов в доплеровском диапазоне  $[-\pi, \pi]$  достигается его перекрытием совокупностью каналов накопления, число которых с учетом исключения переходного процесса в РФ порядка  $m$  обычно выбирается равным  $N - m$ , а среднее значение и ширина полосы пропускания каждого канала определяются соответственно величинами  $\psi_j = 2\pi j / (N - m) - \pi$  и  $\Delta\psi = 2\pi / (N - m)$ . С учетом аналогичного (1) усреднения в пределах полосы пропускания каждого канала и по каналам в целом средняя вероятность

$$D(q) = \frac{1}{(N - m)\Delta\psi} \sum_{j=1}^{N-m} \int_{\psi_j - \Delta\psi/2}^{\psi_j + \Delta\psi/2} e^{\frac{\ln F}{1+q\mu_j(\varphi)}} d\varphi,$$

расчет которой осуществляется путем подстановки в формулу выигрышей  $\mu_j(\varphi)$ , значений весовых коэффициентов РФ  $g_k$ , матриц  $\mathbf{R}_c(\varphi)$  и  $\mathbf{R}_n$ , весовых коэффициентов накопителя в зависимости от номера канала  $j$  и величины  $\lambda$ .

Для систем с когерентным режектированием и последующим некогерентным накоплением алгоритм обнаружения описывается квадратичной формой, приводящей к решающей статистике

$$v = \mathbf{U}^* \mathbf{T} \mathbf{Q} \mathbf{U} \geq v_0,$$

где  $\mathbf{U} = \{U_j\}^T$  —  $N$ -мерный вектор-столбец входных данных,  $\mathbf{Q} = \mathbf{G} \mathbf{G}^T$  — матрица обработки системы обнаружения, образованная матрицей режекции  $\mathbf{G}$  треугольной формы с элементами  $G_{jk} = g_{j-k}$  при  $0 \leq j - k \leq m$  и  $G_{jk} = 0$  при  $j - k > m$  и  $j - k < 0$ ,  $v_0$  — пороговый уровень обнаружения.

Для определения вероятностных характеристик системы обнаружения необходимо найти распределение решающей статистики  $v$ . С этой целью будем

использовать универсальную методику анализа на основе метода характеристических функций [7]. Характеристическая функция величины  $v$  при гауссовской совместной плотности вероятности вектора  $\mathbf{U}$  определяется в виде:

$$\Theta_v(it) = \overline{\exp(itv)} = [\det(\mathbf{I} - 2it \mathbf{R} \mathbf{Q})]^{-1},$$

где  $\mathbf{R}$  — корреляционная матрица вектора  $\mathbf{U}$ .

Искомая плотность вероятности статистики  $v$  находится с помощью преобразования Фурье данной характеристической функции:

$$\begin{aligned} p(v) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_v(it) \exp(-itv) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-itv)}{\det(\mathbf{I} - 2it \mathbf{R} \mathbf{Q})} dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Для приведения определителя  $\det(\mathbf{I} - 2it \mathbf{R} \mathbf{Q})$  в подынтегральном выражении к необходимому для интегрирования виду могут быть использованы метод следа и метод собственных значений [7]. Метод следа позволяет в результате преобразования характеристической функции найти кумулянты распределения  $p(v)$ , которые оказываются пропорциональными величинам  $\text{sp}(\mathbf{R} \mathbf{Q})^s$ , где символ  $\text{sp}$  обозначает след матрицы, под которым понимается сумма диагональных элементов матрицы. Искомая плотность вероятности теперь может быть представлена в виде разложения в ряд по ортогональным полиномам, например, в виде ряда Эджворта, коэффициенты разложения которого выражаются через кумулянты распределения. Процедура расчета при этом оказывается алгоритмически однозначной, но в принципе приближенной, приводя к существенным погрешностям при малых вероятностях ложной тревоги.

Для получения точных расчетных соотношений необходимо использовать метод собственных значений, позволяющий представить характеристическую функцию в виде [7]

$$\Theta_v(it) = \prod_{j=1}^N (1 - 2it\alpha_j)^{-1}, \quad (3)$$

где  $\alpha_j$  — собственные значения матрицы  $\mathbf{R} \mathbf{Q}$ .

Интегрированием в соотношении (2) с использованием метода вычетов и с учетом выражения (3) находится плотность вероятности  $p(v)$ , по которой определяется искомая вероятность превышения порогового уровня  $v_0$  статистикой  $v$ :

$$P(v \geq v_0) = \int_{v_0}^{\infty} p(v) dv = \sum_{j=1}^L \exp\left(-\frac{v_0}{\alpha_j}\right) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^N \left(1 - \frac{\alpha_k}{\alpha_j}\right)^{-1}, \quad (4)$$

где  $L$  — число различных положительных собственных значений матрицы  $\mathbf{RQ}$ .

Использование в выражении (4) собственных значений матрицы  $\mathbf{RQ} = (\mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I})\mathbf{Q}$  приводит к вычислению вероятности ложной тревоги  $F$ , а собственных значений матрицы  $\mathbf{RQ} = \mathbf{R}_{\text{сн}}(\varphi)\mathbf{Q} = [q\mathbf{R}_c(\varphi) + \mathbf{R}_n + \lambda \mathbf{I}]\mathbf{Q}$  — вероятности правильного обнаружения  $D(q, \varphi)$ . Усредненная по величине  $\varphi$  в доплеровском интервале однозначности  $[-\pi, \pi]$  вероятность правильного обнаружения  $D(q)$  определяется в соответствии с выражением (1).

Параметры РФ по вероятностному критерию аналогично работе [4] будем определять в зависимости от корреляционной матрицы помехи  $\mathbf{R}_n$ , элементы которой  $R_{jk}^n = \rho_{jk}^n = \rho_{jk}$ .

## 2 Процедура оптимизации

Задача оптимизации системы обнаружения при фиксированной вероятности  $F$  и заданном отношении  $q_0$  сводится к определению действительного вектора  $\mathbf{g} = \{g_k\}^{m+1}$  по критерию

$$D(q, \rho_{jk}) \rightarrow \max_{\mathbf{g}} |_{q=q_0}, \quad (5)$$

а при заданной вероятности  $D_0$  по критерию

$$q(D, \rho_{jk}) \rightarrow \min_{\mathbf{g}} |_{D=D_0}, \quad (6)$$

позволяющим установить связь оптимального вектора  $\mathbf{g}$  с параметрами помехи. Поскольку функционалы  $D(\cdot)$  и  $q(\cdot)$  недифференцируемы в явном виде и нахождение оптимального вектора  $\mathbf{g}$  аналитическими методами невозможно, следует пользоваться методами нелинейного программирования [8]. Итерационная процедура на  $k$ -том шаге поиска при использовании квазиньютоновского метода имеет вид

$$\mathbf{g}^{(k)} = \mathbf{g}^{(k-1)} - \nabla \Phi(\mathbf{g}^{(k-1)}) \nabla^2 \Phi(\mathbf{g}^{(k-1)}), \quad (7)$$

где  $\nabla$  — оператор градиента;  $\Phi(\mathbf{g}^{(k-1)})$  — целевая функция, в качестве которой выступает функционал  $D(\cdot)$  и  $q(\cdot)$ .

Процедура (7) в общем случае приводит к определению локальных экстремумов (5) или (6). Для обеспечения сходимости задачи нелинейного программирования к главному экстремуму введем ограничения на равностоящие отсчеты  $X_n = x_n e^{i\theta_n}$  ( $n = \bar{1}, m+1$ ) частотной характеристики РФ, полагая фазовую характеристику  $\theta_n$  линейной, а

амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) за пределами полосы режекции монотонной. С учетом симметрии АЧХ в диапазоне однозначности число  $l$  варьируемых отсчетов равно  $m/2$  для четного и  $(m-1)/2$  для нечетного  $m$ .

Использование в качестве независимых переменных итерационной процедуры оптимизации  $l$  частотных отсчетов  $x_n$  позволяет, исключив нежелательные деформации АЧХ РФ (характерные для большинства локальных экстремумов), получить униформальный характер целевой функции и достичь сходимости решения к главному экстремуму. Критерий оптимизации вектора  $\mathbf{x} = \{x_n\}^l$  принимает вид

$$D(q, \rho_{jk}) \rightarrow \max_{\mathbf{x}} |_{q=q_0} \quad \text{или} \quad (8)$$

$$q(D, \rho_{jk}) \rightarrow \min_{\mathbf{x}} |_{D=D_0},$$

а обратное дискретное преобразование Фурье  $m+1$  равноотстоящих отсчетов АЧХ РФ определяет его весовые коэффициенты

$$g_k = \sum_{j=0}^m x_j e^{i\theta_j} e^{i2\pi jk/(m+1)}.$$

Решение задачи оптимизации (8) в результате применения к вектору  $\mathbf{x}$  аналогичной (7) процедуры позволяет установить соответствие между параметрами помехи и оптимальным вектором  $\mathbf{g}$ . На основе данных зависимостей рассчитывается совокупность значений вектора  $\mathbf{g}$ . В процессе адаптации системы обнаружения определяются оценки коэффициентов корреляции  $\hat{\rho}_{jk}$ , которые используются для классификации помеховой обстановки путем их идентификации в априорном пространстве характеристик помех с последующим выбором предварительно рассчитанного оптимального вектора  $\mathbf{g}$ .

## 3 Числовые результаты оптимизации

Рассмотрим результаты оптимизации системы с когерентным режектированием и последующим некогерентным накоплением по вероятностному критерию и сравним их с аналогичными результатами, соответствующими оптимизации РФ по энергетическому критерию. Полагаем, что сигнал флуктуирует совместно ( $\rho_{jk}^c = 1$ ), огибающую коэффициентов корреляции помехи аппроксимируем гауссовской кривой  $\rho_{jk} = \exp\{-[\pi(j-k)\beta]^2/2, 8\}$  при нормированной ширине спектра  $\beta = \Delta f T = 0,05$ ,  $N = 10$ ,  $\lambda = 10^{-4}$  дБ,  $F = 10^{-3}$  и  $D_0 = 0,8$ . В процессе расчетов порядок РФ  $m$ , связанный с порядком накопителя при  $N = \text{const}$ , варьировался.

Как показали числовые результаты, для систем с РФ малого порядка ( $m = 2; 3$ ) сравниваемые критерии оптимизации приводят к близким значениям

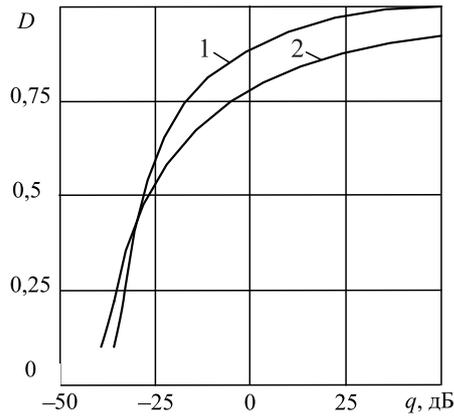


Рис. 1. Характеристики обнаружения системы

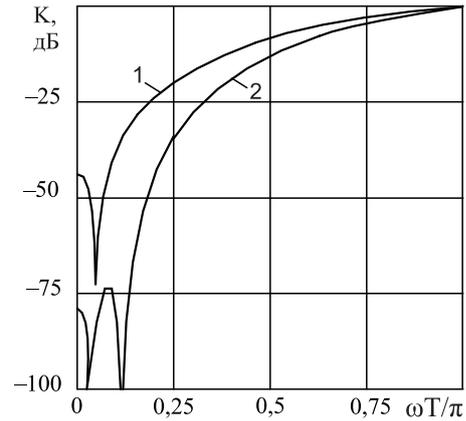


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики РФ

весовых коэффициентов РФ, а результирующая эффективность систем практически равноценна, что указывает на правомерность использования в этом случае энергетического критерия оптимизации [4]. Однако при увеличении порядка РФ ( $m \geq 4$ ) появляются дополнительные степени свободы формирования АЧХ РФ, позволяющие оптимизировать его коэффициенты по вероятностному критерию и приводящие к существенным отличиям их величин и результирующей эффективности.

Значения коэффициентов  $g_k$  для  $m = 4$  и 5 сведены в табл. 1. Характеристики обнаружения системы, соответствующие оптимизации по двум критериям, и АЧХ РФ, являющиеся дискретным преобразованием Фурье приведенных в табл. 1 коэффициентов  $g_k$ , при  $m = 4$  изображены соответственно на рис. 1 и 2 (кривые 1 соответствуют вероятностному критерию, кривые 2 — энергетическому). Как видим, выигрыш в пороговом отношении сигнал/помеха  $q$  вследствие оптимизации параметров РФ по критерию (8) при  $D = 0,8$  составляет 14 дБ (для  $m = 5$  — 24 дБ).

Табл. 1 Весовые коэффициенты РФ

$m$	$k$	$g_k$	
		энергетический критерий	вероятностный критерий
4	0; 4	1	1
	1; 3	-3,89698	-17,37016
	2	5,79484	32,32044
5	0; 5	$\pm 1$	$\pm 1$
	1; 4	$\mp 4,82924$	$\pm 3,23276$
	2; 3	$\pm 9,49212$	$\mp 13,93103$

Данные выигрыши объясняются особенностями АЧХ РФ. В случае применения энергетического критерия достигается предельное подавление коррелированной составляющей помехи, уровень остатков которой на выходе РФ при рассматриваемых параметрах  $m$  и  $\lambda$  оказывается значительно ниже уровня некоррелированной составляющей. Наблю-

дающееся при этом сужение полосы пропускания АЧХ приводит к потерям в эффективности выделения доплеровских сигналов и, следовательно, в пороговом отношении  $q$ . Выбор весовых коэффициентов по вероятностному критерию приводит к подавлению коррелированной составляющей помехи до уровня некоррелированного шума при максимально возможной ширине полосы пропускания доплеровских частот, обуславливающей результирующие выигрыши в пороговом отношении сигнал/помеха.

Увеличение порядка РФ повышает возможность формирования АЧХ, но одновременно приводит к снижению порядка накопителя и его вклада в повышение эффективности системы. Существует оптимальное соотношение между порядками РФ и накопителя, при котором реализуется предельная эффективность системы, что в условиях априорной неопределенности предполагает наряду с адаптацией параметров РФ перестройку структуры системы в целом. Значения  $m_{\text{опт}}$  зависят от величины  $\lambda$ . В частности, для рассматриваемых параметров и  $\lambda = 10^{-6}$  —  $m_{\text{опт}} = 6$ , а для  $\lambda = 10^{-8}$  —  $m_{\text{опт}} = 7$ .

## Заключение

В работе рассмотрена оптимизация систем обнаружения сигналов движущихся целей на фоне пассивных помех. Предложен метод оптимизации систем, реализующих когерентное режектирование с последующим когерентным или некогерентным накоплением, по вероятностному критерию. Установлено, что предложенный метод оптимизации систем обнаружения по вероятностному критерию позволяет получить существенные выигрыши в эффективности обнаружения сигналов по сравнению с оптимизацией по энергетическому критерию и реализовать предельную для рассматриваемого класса систем эффективность, что в условиях априорной неопределенности предполагает адаптивную перестройку структуры и параметров системы.

## Перечень ссылок

1. Справочник по радиолокации / Под ред. М.И. Скольника ; пер. с англ. под ред. В.С. Вербы. — М.: Техносфера, 2014. — 672 с.
2. Melvin W.L. Principles of Modern Radar: Advanced Techniques / W.L. Melvin, J.A. Scheer. — New York : SciTech Publishing, 2013. — 846 p.
3. Richards M.A. Fundamentals of Radar Signal Processing, 2-d ed. / M. A. Richards. — New York : McGraw-Hill Education, 2014. — 618 p.
4. Попов Д.И. Адаптивные режекторные фильтры с комплексными весовыми коэффициентами // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». — 2015. — № 2 (14). — с. 21-26.
5. Лозовский И.Ф. Построение и эффективность адаптивной обработки сигналов в условиях воздействия комбинированных помех / И.Ф. Лозовский // Успехи современной радиоэлектроники. — 2016. — № 1. — с. 52-58.
6. Ширман Я.Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. — М. : Радио и связь, 1981. — 416 с.
7. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи / Д. Миддлтон ; пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. — М. : Советское радио, 1961-1962.
8. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау ; пер. с англ. под ред. М. Л. Быховского. — М. : Мир, 1975. — 536 с.

## References

- [1] Skolnik M.I. ed. (2008) *Radar Handbook, 3rd ed.*, McGraw-Hill, 1352 p.
- [2] Melvin W.L. and Scheer J.A. eds. (2013) *Principles of Modern Radar: Advanced Techniques*. New York, SciTech Publishing, IET, Edison, 846 p.
- [3] Richards M.A. (2014) *Fundamentals of Radar Signal Processing, Second Edition*, New York, McGraw-Hill Education, 618 p.
- [4] Popov D.I. (2015) The adaptive notch filter with complex weights. *Vestnik Kontserna VKO «Almaz - Antei»*, No 2 (14), pp. 21-26. (in Russian)
- [5] Lozovskiy I.F. (2016) Construction and effectiveness of adaptive signal processing in terms of exposure to combined noise. *Uspekhi sovremennoi radioelektroniki*, No. 1, pp. 52-58. (In Russian)
- [6] Shirman Ya.D. and Manzhos V.N. (1981) *Teoriya i tekhnika obrabotki radiolokatsionnoi informatsii* [Theory and technique of processing radar information]. Moscow, Radio i svyaz', 416 p. (In Russian).
- [7] Middleton D. (1996) *An Introduction to Statistical Communication Theory*, Wiley-IEEE Press, 1184 p.
- [8] Himmelblau D.M. (1972) *Applied Nonlinear Programming*, McGraw-Hill.

## Оптимізація систем виявлення сигналів на фоні пасивних завад

Попов Д. І.

У статті розглянута оптимізація систем виявлення сигналів рухомих цілей на тлі пасивних перешкод за ймовірнісним критерієм. Отримані вирази ймовірнісних характеристик систем виявлення. Наведено критерії оптимізації вагового вектора режекторного фільтра, що дозволяють встановити зв'язок між оптимальним ваговим вектором та параметрами перешкоди на основі методів нелінійного програмування. Наведено приклад квазіньютонівської ітераційної процедури пошуку оптимального вектора. Встановлено істотні вигоди в ефективності виявлення сигналів у порівнянні з оптимізацією систем виявлення за енергетичним критерієм.

**Ключові слова:** імовірнісний критерій; доплерівська фаза; оптимізація; пасивні перешкоди; режекторний фільтр; сигнали; система виявлення

## Optimization of signals detection systems on the background clutter

Popov, D. I.

**Introduction.** The article deals with the optimization of a moving target signals detection systems against clutter on probabilistic criteria. The object of research is the detection system, implementing coherent rejection of clutter followed by coherent or non-coherent accumulation of rejection residues. Purpose - to optimize rejector filter weight coefficients depending on the correlation properties of clutter on probabilistic criteria.

**Probabilistic characteristics of the detection systems.** The expressions for the probability characteristics of the detection systems with coherent rejection clutter and subsequent coherent or non-coherent accumulation of rejection residues obtained respectively. These expressions establish a functional relationship between the averaged on Doppler signal phase of the correct detection probability and correlation parameters of clutter and characteristics of detection system.

**The optimization procedure.** The criteria to optimize the weight vector of the rejector filter listed. These criteria make it possible to communicate the optimal weight vector with clutter parameters on the basis of nonlinear programming methods. The quasi-Newton iterative procedure for finding the optimal vector shows. To achieve unimodal extremum restrictions introduced on samples rejector filter frequency response.

**The numerical results of optimization.** We consider the results of numerical optimization system of coherent rejection and subsequent non-coherent accumulation on probabilistic criteria. A comparison of their results with the same optimization of the rejector filter on energy criteria is conducted.

**Conclusion.** The proposed optimization method of detection systems on probabilistic criteria allows obtaining significant gains in the efficiency of detection signals compared with the optimization on energy criteria and implementing the limit efficiency for this class of systems.

**Key words:** probabilistic criteria; Doppler phase; optimization; clutter; rejector filter; signals; detection system