

УДК 621.372.543.2

# Дельта-моделі коливальних структур та смугових фільтрів

Нелін Є. А., Шулъга А. В., Зінгер Я. Л.

Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

E-mail: a.liashok@kpi.ua

Запропоновано моделі коливальних контурів, резонансних відрізків довгої лінії та смугових фільтрів, названі  $\delta$ -моделями. Виконано порівняння резонансних характеристик відрізка довгої лінії та  $\delta$ -моделі. Розглянуто  $\delta$ -моделі та частотні характеристики зв'язаних коливальних структур та смугових фільтрів.

*Ключові слова:* коливальна структура; коливальний контур; відрізок довгої лінії; дельта-модель; смуговий фільтр

DOI: [10.20535/RADAR.2018.73.63-68](https://doi.org/10.20535/RADAR.2018.73.63-68)

## Вступ

Коливальні контури та резонансні відрізки довгої лінії (ДЛ) є базовими структурами частотної фільтрації сигналів [1–5]. Контури належать до зосереджених коливальних структур з однією резонансною частотою. У розподілених коливальних структурах вимушені коливання являють собою стоячі хвилі. Сукупність зв'язаних однорезонансних коливальних структур утворює структуру з декількома резонансними частотами, що використовується в смуговій фільтрації.

У різних науково-технічних областях під час моделювання широко застосовують підхід на основі  $\delta$ -функції [6]. У цьому випадку приймається, що фізичний об'єкт або фізична величина зосереджені в точці. Для лінійних систем вплив у вигляді  $\delta$ -функції дозволяє визначити характерний для системи відгук у вигляді функції Гріна або імпульсної характеристики (для лінійних кіл). У моделях використовують як поодинокі  $\delta$ -функції, так і решітки  $\delta$ -функцій у разі багатоелементних структур.

У квантовій механіці потенціальні  $\delta$ -бар'єри і  $\delta$ -ями застосовують під час моделювання ідеальних кристалів, дефектів у кристалах, тампівських поверхневих рівнів, двобар'єрної структури з резонансним тунелюванням електронів [7]. Модель  $\delta$ -функцій ( $\delta$ -джерел та  $\delta$ -відбивачів) зіграла ключову роль у розвитку прикладної акустoeлектроніки, оскільки дозволяє скористатися моделлю трансверсального фільтра для синтезу та аналізу акустoeлектронної структури.

Дельта-функції — важливий модельний інструмент радіотехнічних кіл [8]. В [9] запропоновано імпедансні  $\delta$ -моделі реактивних радіоелементів, які

на відміну від традиційних моделей не мають частотних обмежень. У даній статті підхід на основі  $\delta$ -моделей поширено на коливальні структури.

Ціль статті полягає в розробці  $\delta$ -моделей коливальних контурів та резонансних відрізків ДЛ та в застосуванні цих моделей для смугових фільтрів.

## 1 Дельта-моделі коливальних структур

У численних випадках резонансна частотна залежність амплітуди коливань апроксимується симетричною універсальною резонансною кривою

$$I = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \quad (1)$$

де  $\xi = 2Q\delta$ ,  $Q$  — добротність,  $\delta = (f - f_0)/f_0$ ,  $f$  — частота, індекс “0” означає резонансне значення. У теорії радіотехнічних кіл залежність (1), що називається граничною резонансною характеристикою [8], апроксимує резонансні характеристики послідовного й паралельного коливальних контурів та резонансного відрізка ДЛ.

У рамках  $\delta$ -моделей індуктивність та ємність моделюються імпедансними  $\delta$ -неоднорідностями (рис. 1а). Значення індуктивності та ємності визначаються формулами [9]:

$$L = \frac{\alpha_L Z}{\nu}, \quad C = \frac{\alpha_C}{Z\nu},$$

де  $\alpha_{L,C}$  — константи, індекси “L” та “C” відповідають індуктивності та ємності,  $Z$  — хвильовий імпеданс ДЛ;  $\nu$  — фазова швидкість хвилі в ДЛ. Константи  $\alpha_{L,C}$  визначаються співвідношеннями

$\alpha_L = z_B a$  і  $\alpha_C = z_H^{-1} a$ , де  $z$  — нормований до  $Z$  імпеданс, індекси “В” та “Н” відповідають високому та низькому (порівнюючи з 1) імпедансам,  $a$  — ширина  $\delta$ -функції, причому  $z_B \rightarrow \infty$ ,  $z_H \rightarrow 0$  і  $a \rightarrow 0$ . У графічному зображенні  $\delta$ -неоднорідності довжина  $\delta$ -функції прямо пропорційна значенню  $\alpha$ , а, отже, і величині індуктивності або ємності.

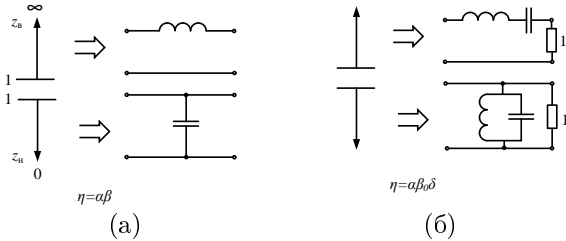


Рис. 1. Дельта-моделі реактивних елементів (а); відповідність резонансних  $\delta$ -бар'єра та  $\delta$ -ями послідовному та паралельному контурам (б), опір навантаження 1 — для зосереджених кіл — нормований активний опір, для розподілених — нормований хвильовий імпеданс ДЛ.

Коефіцієнт проходження та вхідний імпеданс  $\delta$ -неоднорідностей визначаються формулами [9]:

$$t = \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta/2)^2}}, \quad (2)$$

$$z_{\text{вх}} = (1 + i\eta)^{\pm 1}, \quad (3)$$

де  $\eta = \alpha\beta$ ,  $\beta$  — хвильове число,  $\beta = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  — довжина хвилі, знаки “+” і “-” з “ $\pm$ ” відповідають  $\delta$ -бар'єру та  $\delta$ -ямі. З урахуванням реактивного характеру імпедансних  $\delta$ -неоднорідностей назовемо їх реактивними.

Уведемо частоту  $f' = f - f_0$  й розглянемо характеристики (2) та (3) для цієї частоти. Величина  $\eta$  визначається співвідношенням  $\eta = \alpha\beta'$ , де  $\beta'$  — хвильове число на частоті  $f'$ . З огляду на те, що  $\beta' = \beta_0\delta$ , остаточно отримаємо

$$\eta = \alpha\beta_0\delta. \quad (4)$$

У цьому випадку залежність (2) має резонансний характер, вирази (2) та (1) збігаються, причому добротність дорівнює

$$Q = \alpha\beta_0/4. \quad (5)$$

Для величини  $\eta$  згідно (4) з урахуванням нормування вираз (3) збігається з виразами для вхідного імпедансу послідовного коливального контура з послідовно включеним активним опором та паралельного з паралельно включеним активним опором (для степені  $\pm 1$  відповідно); нормований активний опір контурів  $r = 1$  [8]. Отже,  $\delta$ -бар'єр та  $\delta$ -яма еквівалентні послідовному та паралельному контурам (рис. 1б).

Назовемо такі  $\delta$ -моделі та  $\delta$ -неоднорідності резонансними. У графічному зображенні резонансної  $\delta$ -неоднорідності довжина  $\delta$ -функції прямо пропорційна величині  $\alpha$ , а, отже, і добротності.

Реактивні  $\delta$ -неоднорідності ( $\delta$ -бар'єр та  $\delta$ -яма) характеризуються двома параметрами — напрямком, що визначає характер реактивності — індуктивність або ємність, та параметром  $\alpha$ , прямо пропорційним значенню індуктивності або ємності. Резонансні  $\delta$ -неоднорідності характеризуються трьома параметрами — напрямком, що визначає характер резонансу — послідовний або паралельний, власною (резонансною) частотою  $f_0$  та параметром  $\alpha$ , прямо пропорційним добротності.

Резонансна характеристика коефіцієнта проходження (2) відрізняється від резонансної характеристики для струму коливального контура зменшенням добротності вдвічі в порівнянні з виразом для вхідного імпедансу (3). Це зумовлене тим, що в (3) втрати враховуються лише в прямому напрямку ( $r = 1$ ), а в (2) — і у зворотному ( $r = 2$  для послідовного контура і  $r = 0,5$  для паралельного). Добротність цих контурів визначається формулою [8]

$$Q = \left( \frac{\omega_0 L}{Z_r} \right)^{\pm 1}, \quad (6)$$

де  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ;  $Z$  — опір, до якого виконано нормування; знаки “+” і “-” відповідають послідовному й паралельному контурам.

## 2 Порівняння характеристик відрізка довгої лінії та $\delta$ -моделі

З формули для нормованого вхідного імпедансу відрізка ДЛ [8]

$$z_{\text{вх}} = \frac{1 + iztg\varphi}{1 + iz^{-1}tg\varphi}, \quad (7)$$

де  $\varphi = \beta l$ ,  $l$  — довжина відрізка, у результаті перетворень для коефіцієнта проходження відрізка отримаємо

$$t = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tilde{z}\sin\varphi)^2}}, \quad (8)$$

де  $\tilde{z} = (z - z^{-1})/2$ . Резонансному півхвильовому відрізку ДЛ згідно (8) відповідає характеристика 1 на рис. 2.

Параметри півхвильового відрізка ДЛ та його  $\delta$ -моделі зв'язані співвідношеннями  $\alpha = \hat{z}\lambda_0/2$ ,  $\eta = \pi\hat{z}\delta$ ; водночас  $Q = \pi\hat{z}/4$ , де  $\hat{z} = z^{\pm 1}$ , знаки “ $\pm$ ” відповідають  $z_B$  та  $z_H$ . Резонансній  $\delta$ -моделі відповідає залежність 2 на рис. 2,  $\hat{z} = 5$ . Зі збільшенням  $\hat{z}$  характеристика відрізка наближається до

характеристики  $\delta$ -моделі. Так, якщо  $\hat{z} = 5$ , смуга пропускання  $\delta$ -моделі менша на 6,9%, а, якщо  $\hat{z} = 10$ , — на 1,7%.

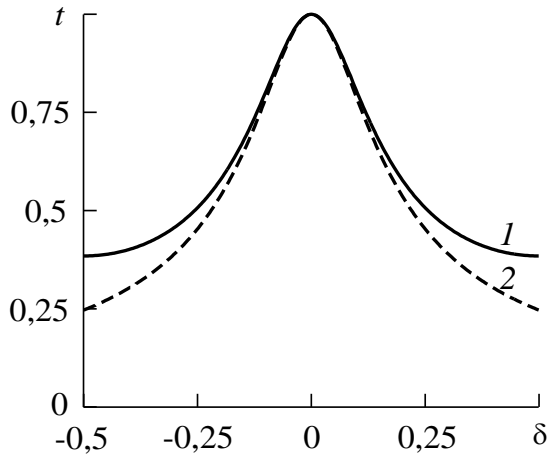


Рис. 2. Залежності коефіцієнта проходження півхвильового відрізка ДЛ (1) та його  $\delta$ -моделі (2).

### 3 Дельта-моделі зв'язаних коливальних структур

На вставці рис. 3 наведено  $\delta$ -моделі двох однакових зв'язаних коливальних структур, розміщених на відстані  $b$ .

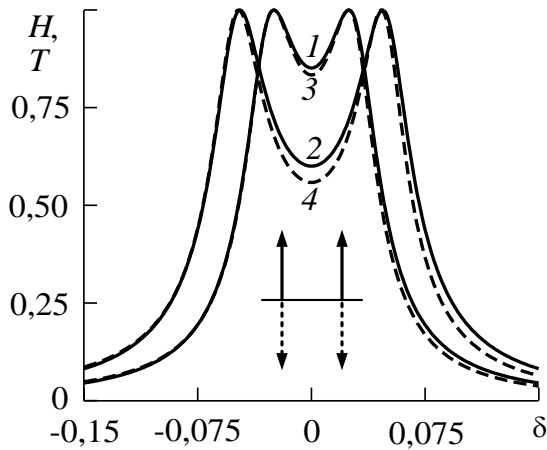


Рис. 3. Частотні характеристики двох зв'язаних контурів (1, 2) та двох зв'язаних резонансних  $\delta$ -моделей (3, 4),  $Q = 30$ ,  $k = 0,06$  (1, 3),  $k = 0,1$  (2, 4),

$$\alpha = 19,1\lambda_1, b = 0,088\lambda_1 \text{ (2)}, b = 0,047\lambda_1 \text{ (4)}.$$

З формули (7) у результаті перетворень для коефіцієнта проходження двох зв'язаних  $\delta$ -моделей отримуємо

$$T = \sqrt{1 - \frac{\chi^2}{(B + \chi)^2 + (1 - \eta B)^2}}, \quad (9)$$

де  $\chi = \eta(1 - \eta B/2)$ ;  $B = tg\beta b$ .

Порівнюємо характеристику (9) з амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) двох однакових зв'язаних контурів [8]

$$H = \frac{2kQ}{\sqrt{(1 + Q^2k^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2}}, \quad (10)$$

де  $k$  — коефіцієнт зв'язку. Відношення резонансних частот контурів дорівнює [8]

$$\rho = \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{k^2 - k_{кр}^2}}{1 - \sqrt{k^2 - k_{кр}^2}}}, \quad (11)$$

де індекси 1 і 2 відповідають нижній і верхній резонансним частотам;  $k_{кр}$  — критичний коефіцієнт зв'язку,  $k_{кр} = Q^{-1}$ . З огляду на (11) коефіцієнт зв'язку визначається формулою

$$k = \sqrt{k_{кр}^2 + \left(1 - \frac{2}{1 + \rho^2}\right)^2}. \quad (12)$$

Умова резонансних максимумів характеристики (9) —  $\chi = 0$ . Цій умові відповідають значення  $\eta_1 = 0$  та  $\eta_2 = 2/B_2$ . Оскільки для зв'язаних  $\delta$ -моделей в (4)  $f_0 = f_1$ , маємо  $\beta_2 = \beta_1 + 2/\alpha B_2$ .

З урахуванням наближення  $B_2 \approx \beta_2 b$  отримуємо

$$\rho = \frac{\beta_2}{\beta_1} \approx \frac{1 + \sqrt{1 + \mu}}{2}, \quad (13)$$

де  $\mu = 2\lambda_1^2/\pi^2\alpha b$ . У разі  $k^2 \gg k_{кр}^2$  та  $\mu \ll 1$  маємо

$$k \approx \mu/4. \quad (14)$$

Отже, у першому наближенні коефіцієнт зв'язку двох зв'язаних коливальних структур в  $\delta$ -моделі обернено пропорційний параметру  $\alpha$  (або добротності коливальної структури) та відстані між структурами.

На рис. 3 наведено характеристики згідно (9) та (10), що ілюструють їхню відповідність. Залежності згідно (9) розраховано з урахуванням співвідношення  $\beta = \beta_0(1 + \delta)$ , де  $\beta_0$  відповідає мінімуму характеристики між її максимумами. Похибки визначення коефіцієнта зв'язку згідно з наближеннями (13) та (14) для характеристики 2 дорівнюють 8 та 1%, а для характеристики 4 — 3 та 13%.

### 4 Дельта-моделі смугових фільтрів

Розглянемо смуговий фільтр, утворений послідовними та паралельним коливальними контурами (рис. 4а). Значення індуктивностей визначаються формулами [1]

$$L_1 = \frac{Zg_1}{\Delta\omega}, L_2 = \frac{\delta f Z}{\omega_0 g_2}, \quad (15)$$

де  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ ,  $\Delta f = f_2 - f_1$ ,  $f_{2,1}$  — граничні частоти смуги пропускання;  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$  — середня геометрична частота смуги пропускання,  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1} = 1/\sqrt{L_2 C_2}$ ;  $\delta f = \Delta f/f_0$ ;  $g_{1,2}$  — параметри, значення яких визначаються типом характеристики. Частота  $f_0$  відповідає змінній  $f/f_0 - f_0/f$ , несиметричній відносно середньої частоти.

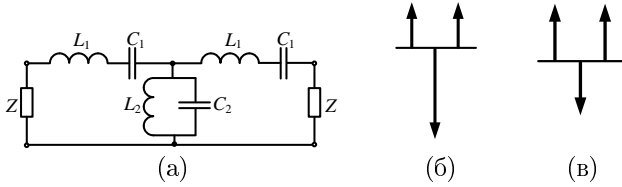


Рис. 4. Схема смугового фільтра (а);  $\delta$ -моделі фільтрів із характеристикою Баттерворта ( $g_1 = g_3 = 1,0000, g_2 = 2,0000$  [2]) (б) та Чебишова з рівнем пульсацій 0,2 дБ ( $g_1 = g_3 = 1,2275, g_2 = 1,1525$  [2]) (в).

Зважаючи на (5), (6) та (15) отримаємо

$$\alpha_{1,2} = \frac{2g_{1,2}}{\delta f \beta_0}, \quad (16)$$

причому у виразі для  $\delta f$  частота  $f_0 = (f_2 + f_1)/2$  — середня арифметична частота смуги пропускання, що відповідає змінній  $\delta$ , симетричній відносно середньої частоти.

У графічному зображенні  $\delta$ -моделі фільтра довжина  $\delta$ -функції, яка прямо пропорційна значенню  $\alpha$ , згідно (16) прямо пропорційна і значенню  $g$ . На рис. 4б та 4в наведено  $\delta$ -моделі фільтрів із різними типами характеристик. Відстані між  $\delta$ -функціями показано умовно.

З урахуванням (4) маємо

$$\eta_{1,2} = \frac{2g_{1,2}\delta}{\delta f}. \quad (17)$$

Дельта-моделі дозволяють спростити аналіз фільтрів; для фільтра третього порядку АЧХ визначається аналітично [9]:

$$H = \frac{2}{\sqrt{4 + (2\eta_1 - \eta_2)^2 + \eta_1^2 \eta_2 [\eta_2 (2 + \eta_1^2) - 4\eta_1]}}. \quad (18)$$

У разі характеристики Баттерворта  $\eta_2 = 2\eta_1$  і з виразу (18) отримаємо

$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta_1^6}}. \quad (19)$$

Згідно (17), для характеристики Баттерворта  $\eta_1 = 2\delta/\delta f$ . Як і очікувалося, вираз (19) є характеристикою Баттерворта третього порядку.

На рис. 5 наведено АЧХ смугових фільтрів третього порядку згідно  $\delta$ -моделей (формули (19) та (18)). Смуга пропускання 1...2 ГГц за рівнем -3 дБ

(схему такого фільтра з характеристикою Баттерворта наведено в [1]).

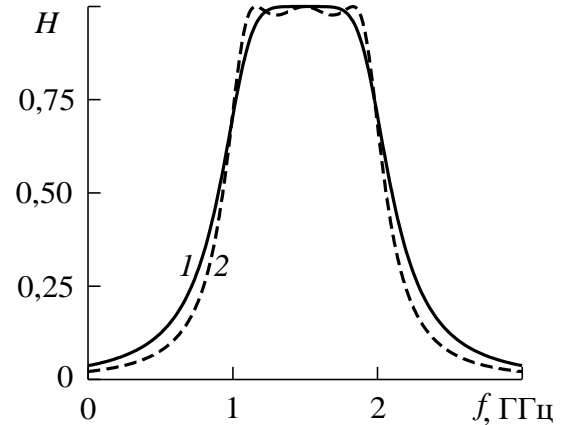


Рис. 5. АЧХ фільтрів із характеристикою Баттерворта (1) та Чебишова з рівнем пульсацій 0,2 дБ (2).

Розглянемо фільтр із чвертьхвильовими зв'язками між коливальними структурами (рис. 6а) [6]. На рис. 6б наведено  $\delta$ -модель фільтра з характеристикою Чебишова, а на рис. 7 — його АЧХ згідно  $\delta$ -моделі. Значенням  $g_{1-3}$  відповідають такі значення параметра  $\alpha$ :  $21,4\lambda_0$ ,  $25,6\lambda_0$ ,  $36,9\lambda_0$  та добротності: 33,7, 40,3 та 58,0.

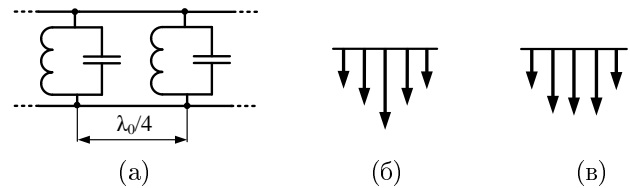


Рис. 6. Фрагмент схеми фільтра з чвертьхвильовими зв'язками (а),  $\delta$ -моделі фільтра: з характеристикою Чебишова (рівень пульсацій 0,1 дБ,  $g_1 = g_5 = 1,1468, g_2 = g_4 = 1,3712, g_3 = 1,9750$  [1]) (б), та з крайовою аподизацією (в).

Дельта-модель фільтра дозволяє знайти рішення з меншою кількістю значень добротності та з меншою максимальною добротністю, що спрощує конструкцію фільтра.

Розглянемо АЧХ фільтра, утвореного однаковими коливальними структурами (рис. 7, крива 2);  $\alpha = 28,8\lambda_0$ , що відповідає  $Q = 45,2$ . Значні пульсації в смугі пропускання, які дорівнюють 2,3 дБ, зумовлені відбитими хвилями.

Кожну з  $\delta$ -неоднорідностей  $\delta$ -моделі фільтра можна розглядати як відбивач, а  $\delta$ -модель загалом як модель періодичної структури, утвореної цими відбивачами. В [10] запропоновано простий метод зменшення рівня пульсацій характеристик періодичних структур крайовою аподизацією — зменшенням коефіцієнтів відбиття відбивачів на краях структури. У найбільш простому варіанті необхідно зменшити вдвічі коефіцієнти відбиття крайніх відбивачів.

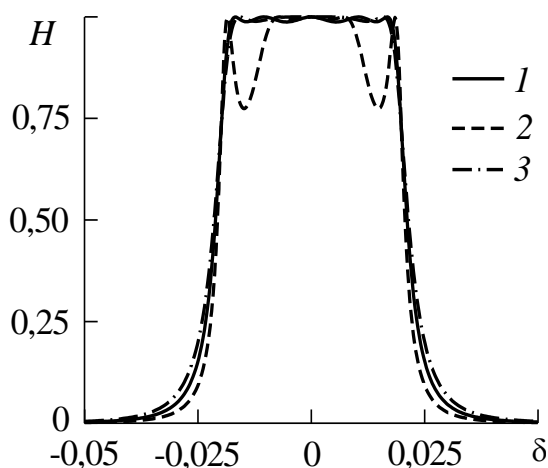


Рис. 7. АЧХ фільтрів із чвертьхвильовими зв'язками: з характеристикою Чебишова (1), з однаковими коливальними структурами (2) та з крайовою аподизацією (3), відносна ширина смуги пропускання за рівнем  $-3$  дБ  $\delta f_{-3} = 4\%$ .

Зважаючи на співвідношення  $r^2 + t^2 = 1$ , де  $r$  — коефіцієнт відбиття відбивача, а також формулу (2), маємо  $r = \eta / \sqrt{4 + \eta^2}$ . З відношення коефіцієнтів відбиття крайнього і внутрішнього відбивачів у разі зазначеної умови для відношення параметрів  $\alpha$  цих відбивачів знайдемо

$$p = \frac{\alpha_{\text{кр}}}{\alpha} = \frac{1}{\sqrt{4 + 3(Q\delta f_{-3})^2/4}}, \quad (20)$$

де індекс “кр” означає значення для крайнього відбивача.

Згідно (20) отримаємо  $p = 0,39$ ; водночас рівень пульсацій мінімальний і становить  $0,03$  дБ. Для рівня пульсацій  $0,1$  дБ маємо  $\alpha = 30\lambda_0$ ,  $Q = 47,1$ ,  $p = 0,52$ ,  $\alpha_{\text{кр}} = 15,6\lambda_0$ ,  $Q_{\text{кр}} = 24,5$ . Дельта-модель такого фільтра наведено на рис. 6в, а на рис. 7 — його АЧХ, крутість якої, як видно, близька до крутості характеристики Чебишова.

## Обговорення отриманих результатів

Дельта-моделі спрощують аналіз коливальних структур та фільтрів і, як і у випадку  $\delta$ -моделей реактивних елементів, “підказують” нові рішення фільтрів; у розглянутому в статті випадку з покращеними конструктивними параметрами.

Завдяки універсальності підходу на основі  $\delta$ -функцій у разі такого моделювання стає можливим скористатися аналогіями з інших науково-технічних областей, зокрема квантової механіки та акустоелектроніки.

Подальший розвиток підходу на основі  $\delta$ -функцій може бути в напрямі моделювання структур із несиметричними резонансними характеристиками, зокрема з характеристикою Фано, моде-

лювання шлейфів, врахування втрат у реактивних елементах та коливальних структурах.

## Висновки

Запропоновані  $\delta$ -моделі коливальних структур у вигляді резонансних імпедансних  $\delta$ -неоднорідностей дозволяють моделювати поодинокі зосереджені та розподілені коливальні структури, зв'язані коливальні структури, а також фільтри на їхній основі. Ці моделі розширюють підхід на основі  $\delta$ -функцій як важливого модельного інструменту радіотехнічних кіл.

Дельта-модель дозволяє представити коливальну структуру й коливальний процес зосередженими в точці. У цьому випадку розподілена поодинокі коливальна структура еквівалентна зосередженому відбивачу. Частотна залежність коефіцієнта відбиття цього відбивача має своєрідний характер — мінімум, що дорівнює нулю, на резонансній частоті і зростає в разі відстроювання від резонансної частоти. Представлення поодинокі коливальної структури зосередженим еквівалентним відбивачем дозволяє для аналізу коливальних структур скористатися моделями зосереджених поодинокіх або періодично розміщених відбивачів.

## Перелік посилань

1. Hong J.-S. Microstrip Filters for RF/Microwave Applications / J.-S. Hong. — N. Y.: Wiley. — 2011. — 656 p.
2. Маттей Г. Л. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи, т. 1 (перевод с англ.) / Г. Л. Маттей, Л. Янг, Е. М. Т. Джонс. — М: Связь, 1971. — 439 с.
3. Davis W. A. Radio Frequency Circuit Design // W. A. Davis, K. Agarwal. — N. Y.: Wiley, 2001. — 322 p.
4. Williams A. B. Analog Filter and Circuit Design Handbook / A. B. Williams. — N. Y.: McGraw Hill Education, 2013. — 640 p.
5. Pramanick P. Modern RF and Microwave Filter Design / P. Pramanick, P. Bhartia. — Norwood: Artech House, 2016. — 421 p.
6. Hoskins R. F. Delta Functions: An Introduction to Generalised Functions // R. F. Hoskins. — 2nd ed. — Oxford, Cambridge, Philadelphia, New Delhi: Horwood Pub., 2009. — 270 p.
7. Markos P., Soukoulis C. M. Wave Propagation From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials / P. Markos, C. M. Soukoulis. — Princeton and Oxford: Princeton University Press. — 2008. — 352 p.
8. Зернов Н. В. Теория радиотехнических цепей / Н. В. Зернов, В. Г. Карпов. — Л.: Энергия. — 1972. — 816 с.
9. Нелін Є. А. Дельта-моделі реактивних радіоелементів та фільтрів нижніх частот / Є. А. Нелін, А. В. Шульга, Я. Л. Зінгер // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2017. — № 69. — С. 72–77.

10. Нелин Е. А. Краевая аподизация кристаллоподобных структур / Е. А. Нелин // ЖТФ. – 2005. – Т. 75, № 11. – С. 120–121.

## References

- [1] Hong J. S. (2011) *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. Wiley, 656 p. DOI:10.1002/9780470937297
- [2] Matthaei G. L., Young L. and Jones E. M. T. (1985) *Microwave Filters, Impedance-matching Networks, and Coupling Structures*. Reprint of the edition 1964, BookMart Press.
- [3] Davis W.A. and Agarwal K.K. (2001) Radio Frequency Circuit Design. *Wiley Series in Microwave and Optical Engineering*. DOI: 10.1002/0471200689
- [4] Williams A. B. (2013) *Analog Filter and Circuit Design Handbook*. McGraw Hill Education, 640 p.
- [5] Pramanick P. and Bhartia P. (2016) *Modern RF and Microwave Filter Design*. Artech House, 421 p.
- [6] Hoskins R. F. (2009) *Delta Functions: An Introduction to Generalised Functions, 2nd ed.*. Horwood Pub., 270 p.
- [7] Markos P. and Soukoulis C. M. (2008) *Wave Propagation From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. Princeton University Press, 352 p. DOI: 10.1515/9781400835676
- [8] Zernov N. V. and Karpov V. G. (1972) *Teoriya radiotekhnicheskikh tsepei* [Theory of Radio Circuits], Leningrad, Energy, 816 p.
- [9] Nelin, E. A., Shulha, A. V. and Zinger Ya. L. (2017) The delta-models of reactive elements and low-pass filters *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparotobuduv.*, No. 69, pp. 72–77. DOI: 10.20535/RADAP.2017.69.72-77
- [10] Nelin E. A. (2005) Edge apodization of crystal-like structures *Technical Physics* Vol. 50, No. 11, pp. 1511–1512. DOI: 10.1134/1.2131963

## Дельта-модели колебательных структур и полосовых фильтров

Нелин Е. А., Шульга А. В., Зингер Я. Л.

Предложены модели колебательных контуров, резонансных отрезков длинной линии и полосовых фильтров, названные  $\delta$ -моделям. Выполнено сравнение резонансных характеристик отрезка длинной линии и  $\delta$ -модели. Рассмотрены  $\delta$ -модели и частотные характеристики связанных колебательных структур и полосовых фильтров.

**Ключевые слова:** колебательная структура; колебательный контур; отрезок длинной линии; дельта-модель; полосовой фильтр

## Delta models of oscillatory structures and passband filters

Nelin E. A., Shulha A. V., Zinher Ya. L.

**Introduction.** Oscillatory circuits and resonant sections of transmission line (TL) are the basic signals frequency filtering structures. Oscillatory circuits belong to lumped oscillatory structures with one resonant frequency. A set of connected one-resonant oscillatory structures forms a structure with several resonant frequencies used in band-filtering. In various scientific and technical areas the approach based on  $\delta$ -functions is widely used for simulation. In the presented paper the approach based on  $\delta$ -models expand on oscillatory structures and bandpass filters.

**Delta-models of oscillatory structures.** Models of oscillatory circuits and resonant TL sections as impedance resonant  $\delta$ -inhomogeneities are proposed. These models are called  $\delta$ -models. It is shown that resonant  $\delta$ -barrier is equivalent to series oscillatory circuit and resonant  $\delta$ -well - to parallel oscillatory circuit. Resonance  $\delta$ -inhomogeneities are characterized by three parameters – direction determining the resonance nature (series or parallel), its own resonant frequency and parameter directly proportional to the quality factor.

**Comparison of TL resonant section and  $\delta$ -model characteristics.** TL section and  $\delta$ -model frequency characteristics are compared. It is shown that with increasing of the difference between transmission line and section impedances section characteristic approaching  $\delta$ -model characteristic. Delta models of coupled resonant structures.

**Delta-models of coupled oscillatory circuits are presented.** Comparison of transmission coefficient of two coupled  $\delta$ -models with frequency response of two identical coupled circuits illustrate their accordance.

**Delta models of bandpass filters.** Delta-models of bandpass filter formed by series and parallel oscillatory circuits are presented. Delta models simplify filter analysis and for the filter with quarter-wave links between oscillatory structures allow finding a solution with fewer quality factor values and lower quality factor maximum, which simplifies filter design.

**Conclusion.** The proposed  $\delta$ -models of oscillatory structures in the form of resonant impedance  $\delta$ -heterogeneities allows to simulate single lumped and distributed oscillatory structures, coupled oscillatory structures, and also filters on their basis. Delta models simplify the analysis of oscillatory structures and filters and, as in the case of reactive elements  $\delta$ -models, “prompt“ new filter solutions; in the case considered with improved constructive parameters.

**Key words:** oscillatory structure; oscillatory circuit; transmission line section; delta-model; passband filter