

РАДИОЕЛЕКТРОНИКА БІОМЕДИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

УДК 621.372.061

ОЦЕНКА УРОВНЯ КАВИТАЦИИ МЕТОДАМИ ИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

*Сушко И.А.; Гайдаенко Е.В.; Мовчанюк А.В., к.т.н. доцент;
Рыбин А.И., д.т.н., профессор;*

*Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт», г. Киев, Украина*

Введение

Кавитация – это явление разрыва капельной жидкости под действием растягивающих напряжений, которые возникают при разряжении в некоторой точке жидкости. При разрыве жидкости возникают полости, которые носят название каверн или пузырьков [1]. В свою очередь, совокупность пузырьков носит название кавитационной области.

Обнаружение и оценка степени развитости кавитации имеет большое практическое значение. Причем, если в одних случаях кавитация рассматривается как положительное явление, которое может быть использовано в технологических целях [2], то в других как отрицательное – снижающее эффективность работы оборудования [1]. Вне зависимости от природы возникновения кавитации методы оценки ее параметров могут сведены к нескольким основным методам: методу эрозионных тестов, оптическому методу, химическому методу и акустическому методу [3, 4]. При этом наиболее перспективным методом является акустический. Следует отметить, что хотя акустический метод и дает представление об интенсивности кавитационных явлений, информация о конфигурации кавитационной области может быть получена только сканированием акустического поля, что затруднено во многих практических случаях. Одним из новых перспективных методов оценки параметров кавитационной области может стать метод импедансной томографии [5 - 12].

Наличие кавитационной области в жидкости сопровождается уменьшением плотности жидкости и скорости звука в ней на 30...40%, а это в свою очередь приводит к возрастанию электрического сопротивления жидкости. Изменение сопротивления жидкости во многих практических случаях достаточно легко измеряется аппаратными средствами. При использовании методов импедансной томографии можно не только обнаружить наличие в жидкости кавитационных пузырьков, но и оценить размеры кавитационной области, а также степень развитости кавитации.

Основные теретические положения

Отображение внутренней структуры (сечения) исследуемого объекта в импедансной томографии заключается в измерениях напряжений (передаточных сопротивлений) на электродах по обводу контура сечения (считывание проекций) и в восстановлении по проекциям внутреннего распределения поверхностных проводимостей внутри сечения (фантома). При этом воздействие в виде гармонического тока источника подаётся на пару электродов, на которой измерение напряжений не производится. Таким образом, при использовании импедансной томографии для визуализации внутреннего строения исследуемого объекта необходимо решить две задачи: прямую, т.е. получение проекций (прямая задача или задача анализа — аппаратного или математического) и восстановление (реконструкцию) внутреннего распределения поверхностных сопротивлений (обратная задача или задача синтеза).

При решении обратной задачи существует два метода: реконструкция методом обратной проекции и итерационные методы, заключающиеся в вычислении такого распределения поверхностных сопротивлений в фантоме, при котором результаты измерений и вычислений проекций будут с заданной точностью совпадать.

Привлекательность метода обратной проекции заключается в его простоте. Так, для его реализации необходимо построить линии равного напряжения при известном (номинальном) распределении поверхностных сопротивлений фантома (например, при распределении равномерном). После этого измеренные передаточные сопротивления между источником тока и двумя измерительными электродами спроецировать на фантом на участке между каждыми двумя соответствующими этим электродам линиями равного напряжения (обратная проекция). На том же фантоме, но для разных пар узлов включения источника выполнить обратную проекцию, суммируя значения передаточных сопротивлений в областях пересечения обратных проекций. Видимая простота метода является его кажущимся достоинством, поскольку применение метода обратной проекции часто приводит к неверным результатам. Это объясняется тем, что траектории линий равного напряжения являются нелинейными, а внесение искомой дополнительной неоднородности в фантом очень сильно эти траектории искажает.

Пример линий равного напряжения для фантома с равномерным распределением поверхностных проводимостей приведен на рис.1. На рис.2 приведены линии равного напряжения для фантома с неоднородностью в центре (сопротивление неоднородного участка меньше сопротивления фантома рис.1), а на рис. 3 приведены линии равного напряжения, когда центральная неоднородность имеет большее поверхностное сопротивление. На рис. 4 для сравнения приведены линии равного напряжения при

двух неоднородностях (в центре фантома и внизу), причем поверхностные сопротивления неоднородностей больше сопротивлений равномерного фантома.

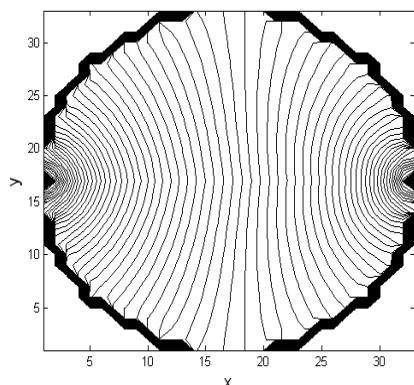


Рис. 1

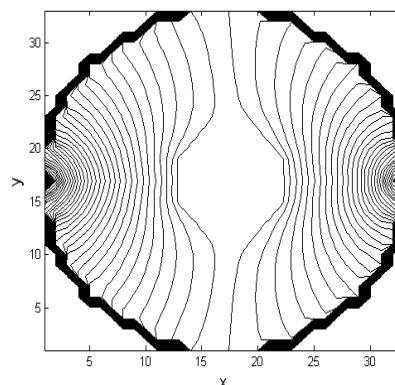


Рис. 2

Из рис.1 видно, что даже для равномерного фантома траектории линий равного напряжения являются нелинейными, а для фантомов рис.2 — рис.4 такая нелинейность проявляется во всё большей степени.

Кроме того, следует напомнить, что при использовании метода обратной проекции проецируются не значения поверхностных проводимостей, а значения передаточных сопротивлений.

Поэтому даже при успешной реконструкции взаимные соотношения между неоднородностями будут сильно искажены.

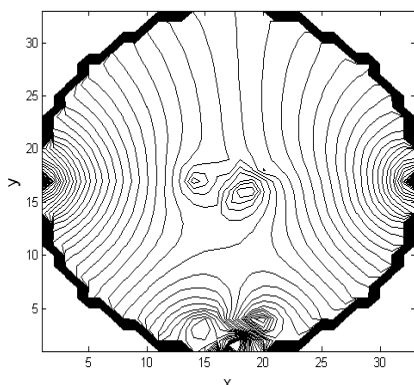


Рис. 3

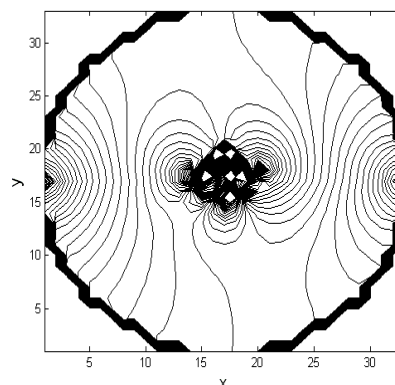


Рис. 4

Для решения задачи реконструкции образа с использованием итерационных процедур по измеренным проекциям необходимо математически решать как прямую, так и обратную задачи. При этом для заданного первоначального распределения поверхностных сопротивлений фантома (например, равномерного) следует вычислить напряжения (передаточные сопротивления) на измерительных электродах. Если вычисленные таким образом передаточные сопротивления с разумной точностью совпадают с измеренными, то распределение поверхностных проводимостей фантома соответствует действительности. При решении прямой задачи, как правило, используют

метод конечных элементов [13]. Поскольку частоты гармонического тока источника лежат в пределах 50...1000 кГц, наиболее удобным представляется для решения прямой задачи использовать методы теории цепей (в частности, метод модификаций [14 - 16]). При этом каждый квадратный конечный элемент заменяется эквивалентной электрической схемой рис.5,а в случае плоского фантома и рис.5б для фантома объёмного [11, 12].

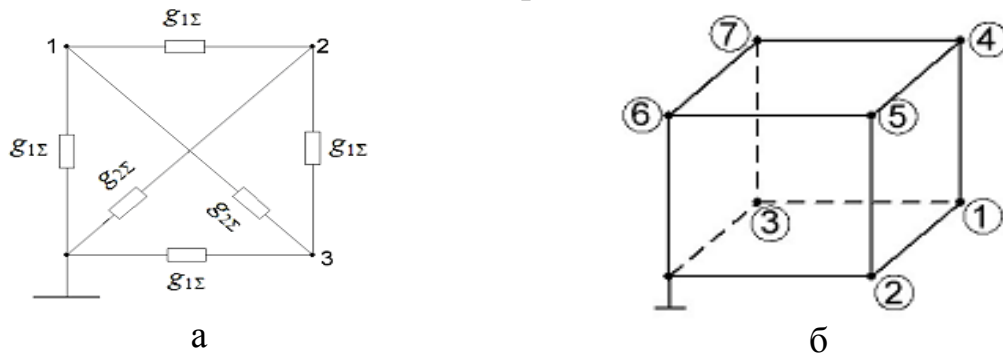


Рис. 5

В случае, когда вычисленные по фантому и измеренные передаточные сопротивления не совпадают (с заданной погрешностью) Производят коррекцию значений поверхностных проводимостей фантома, для чего составляют систему уравнений

$$\frac{\partial Z_{nep}^{(1)}}{\partial \sigma_1} \times \Delta \sigma_1 + \dots + \frac{\partial Z_{nep}^{(1)}}{\partial \sigma_M} \times \Delta \sigma_M = -\Delta Z_{nep}^{(1)}$$

.....

$$\frac{\partial Z_{nep}^{(M)}}{\partial \sigma_1} \times \Delta \sigma_1 + \dots + \frac{\partial Z_{nep}^{(M)}}{\partial \sigma_M} \times \Delta \sigma_M = -\Delta Z_{nep}^{(M)},$$

где $\Delta \sigma_i$ — приращение, корректирующее значение поверхностной проводимости i -го конечного элемента фантома; $\partial Z_{nep}^{(k)}$ — разность между измеренным и вычисленным по фантому значением передаточного сопротивления; $\frac{\partial Z_{nep}^{(k)}}{\partial \sigma_i}$ — производная от k -го (рассчитанного по фантому) передаточного сопротивления; M — количество конечных элементов в фантоме.

Для вычисления корректирующих приращений необходимо решить систему уравнений (1) и после коррекции поверхностных проводимостей вновь решить прямую задачу. Процедуру повторяют до тех пор, пока погрешности не станут меньшими наперед заданной погрешности.

Итерационный метод реконструкции даёт истинные значения поверхностных сопротивления (проводимостей), однако это происходит за счёт усложнения вычислительной процедуры вследствие больших порядков [7] системы (1). Одним из способов уменьшения порядка системы (1) является использование метода «зон проводимости» [9,10], применение которого при-

водит к уменьшению порядков M без ухудшения геометрической разрешающей способности результата реконструкции. Ниже рассмотрим возможности импедансной томографии для оценки наличия и «степени» кавитации.

Структура материалов

В качестве примера рассмотрим оценку уровня кавитации в трубе, при этом причины её возникновения рассматривать не будем.

Сечение трубы (фантом) представляет собой круг, в центральной части которого за счёт кавитации сопротивление жидкости возрастает на 30...40%. Задачей исследования является вычисление зоны с кавитацией и «степени» кавитации (по величине полученных значений поверхностных сопротивлений в зоне кавитации).

В соответствии с методом «зон» проводимости фантом (круг) можно разить на $N-1$ «зону», где N — количество электродов по обводу фантома. Так, при шести электродах одно из возможных разбиений на зоны представлено на рис.6,а, что после перемещения источника тока из узлов (3,0) последовательно в узлы (2,5), (1,4), (0,3), (4,2), (5,1) даст картину наложения «зон» рис.6,б.

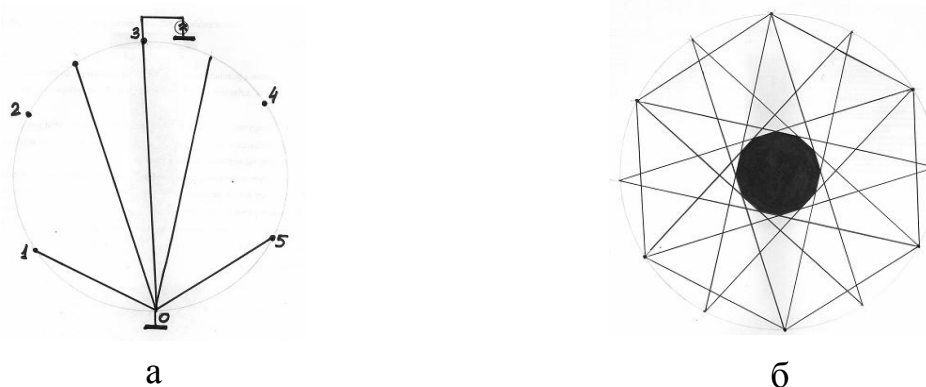


Рис. 6

В случае, когда «зоны» проводимости образованы соединением общего узла с электродами (что соответствует секторам обратных проекций при использовании метода обратной проекции), измерения и результаты наложения «зон» приведены на рис.7, а и б для 6 и 16 электродов соответственно.

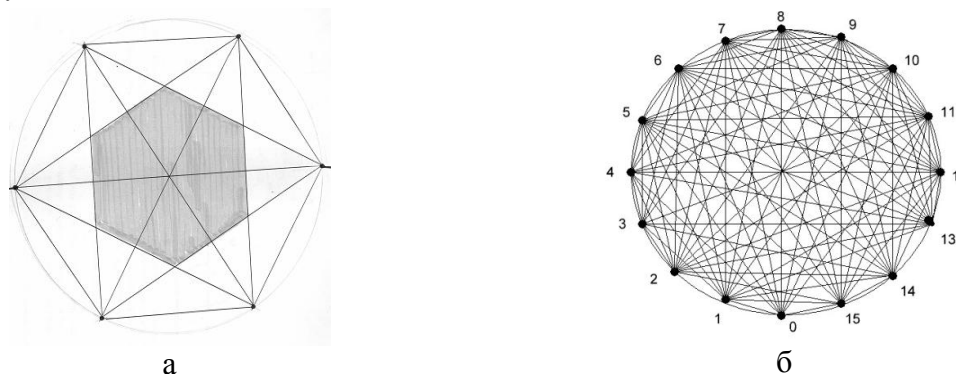


Рис. 7

При 6 електродах и при использовании метода обратной проекции центральная зона реконструированного неоднородного фантома (зона кавитации) всегда будет иметь (при измерениях, например, «кросс» методом) одинаковую величину, как это показано на рис.7,а, в то время как при использовании метода «зон» проводимости (при тех же измерениях) «зоны» могут иметь различную форму и точки излома фигур, образующих такую зону не обязательно должны совпадать с электродами на внешнем обводе контура фантома (рис.6,а). Поэтому для метода «зон» проводимости при том же расположении электродов можно получить множество различных по раз мерам центральных «зон», которые соответствуют области кавитации (рис.6,б и рис.7,а). Следует также учесть, что ввиду симметрии относительно центра круга (фантома) вычисляемой области кавитации можно привести измерения только для одного подключения источника тока (например, к узлам (3,0) на рис. 6,а). Это позволяет упростить процедуру оценивания.

Алгоритм решения обратной задачи методом «зон проводимостей»

Исходными значениями для решения обратной задачи являются результаты измерения напряжений (передаточных сопротивлений) на измерительных электродах (в данном примере для таких электродов 4 и 2 электрода для подключения источника). При вычислениях напряжений на измерительных электродах получаем набор из 6 диаграмм напряжений (передаточных сопротивлений для 4 «зон»). Ввиду симметрии результата реставрации измерения можно выполнить только для одного подключения источника и считать остальные диаграммы равными измеренной (с учетом новой нумерации виртуальных подключений источника). Вычисления следует повторить для всех (различных по форме (рис.6, рис7,а) «зон» проводимости.

Для решения задачи реконструкции методом «зон» необходимо иметь исходные данные, для чего:

1. Построить обратные матрицы \overline{Z}_{zk} для каждой k -й «зоны» отдельно при поверхностной проводимости σ всех «зон» равной 1.

2. Вычеркнуть все строки и столбцы полученных матриц, номера которых равны номерам «внутренних» узлов, т.е. таких узлов, к которым не подключены электроды и которые не участвуют в объединении подсхем «выращиванием» «коротких замыканий» между узлами разных зон (редукция порядка матриц \overline{Z}_{zkr}).

3. Вычислить обратные матрицы для каждой редуцированной зоны $\overline{Y}_{kr} = \overline{Z}_{zkr}^{-1}$.

Примечание: нумерация узлов в редуцированной матрице \overline{Y}_{kr}

должно быть не таким, как в матрице $\overline{\overline{Z}}_{зкр}^{-1}$, а таким как в результирующей матрице $\overline{\overline{Z}}_{\Sigma P}$, образованной «выращиванием» «коротких замыканий» между узлами разных зон.

4. Для всех диаграмм напряжений считать номером общего («земляного») узла 0 и произвести перенумерацию всех электродов (узлов) в соответствии с нумерацией первого фантома.

Итерационный участок алгоритма имеет следующий вид.

1) Принять $\gamma = 1$.

2) Для поверхностной проводимости $\sigma_k = 1$ (или для других текущих в итерационной процедуре значений σ_k) матрицы $\overline{\overline{Z}}_{зкр}$ умножить на $\frac{1}{\sigma_k}$.

3) «Вырастить» «короткие замыкания» между объединяемыми узлами отдельных «зон» и получить обратную матрицу всего фантома $\overline{\overline{Z}}_{\phi}$.

4) По обратной матрице фантома найти напряжения (передаточные сопротивления). $\sigma_k = \Delta\sigma_k + \sigma_k$

5. Найти погрешность (разность между вычисленными и «измеренными» значениями передаточных сопротивлений)

$$\Delta\overline{\overline{Z}} = \overline{\overline{Z}}_{пер.изм} - \overline{\overline{Z}}_{пер.выч} = \left[\left(\overline{z}_{1пер.изм} - \overline{z}_{1пер.выч} \right) \left(\overline{z}_{2пер.изм} - \overline{z}_{2пер.выч} \right) \dots \left(\overline{z}_{14пер.изм} - \overline{z}_{14пер.выч} \right) \right]^T$$

6. Посчитать норму погрешности $\|\Delta\overline{\overline{Z}}\| \leq \varepsilon$, где ε - некоторое наперед заданное «малое» число. Если условие выполняется, то прекратить вычисления и перейти к п.13, иначе идти на п.6.

7. Принять $k=1$.

8. Построить матрицу $Y_{\Sigma k}$ (порядок этой матрицы равен порядку матрицы $\overline{\overline{Z}}_{\phi}$ в которую записать матрицу $\overline{\overline{Y}}_{кр} = \overline{\overline{Z}}_{зкр}^{-1}$.

9. Найти произведение $\frac{\partial \overline{\overline{Z}}_{\phi}}{\partial \sigma_k} = \overline{\overline{Z}}_{\phi} \times Y_{\Sigma k} \times \overline{\overline{Z}}_{\phi}$ и по матрице $\frac{\partial \overline{\overline{Z}}_{\phi}}{\partial \sigma_k}$ найти производные $\frac{\partial z_{1пер.выч}}{\partial \sigma_k}, \frac{\partial z_{2пер.выч}}{\partial \sigma_k}, \frac{\partial z_{14пер.выч}}{\partial \sigma_k}$.

10. Если $k < 14$, то $k = k + 1$, перейти к п.7, иначе - к п.14.

11. Сформировать систему уравнений

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial z_{1пер.выч}}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial z_{1пер.выч}}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial z_{1пер.выч}}{\partial \sigma_{14}} \\ \frac{\partial z_{2пер.выч}}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial z_{2пер.выч}}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial z_{2пер.выч}}{\partial \sigma_{14}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial z_{14пер.выч}}{\partial \sigma_1} & \frac{\partial z_{14пер.выч}}{\partial \sigma_2} & \dots & \frac{\partial z_{14пер.выч}}{\partial \sigma_{14}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \\ \dots \\ \Delta \sigma_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (z_{1пер.изм} - z_{1пер.выч}) \\ (z_{2пер.изм} - z_{2пер.выч}) \\ \dots \\ (z_{14пер.изм} - z_{14пер.выч}) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{Z}_{пер.выч.т}}{\partial \sigma_k} \end{bmatrix} \times [\Delta \sigma_k] = -[\Delta Z_m].$$

12. Найти корректирующие значения $\Delta \sigma_k$:

$$[\Delta \sigma_k] = - \left[\frac{\partial \bar{Z}_{пер.выч.т}}{\partial \sigma_k} \right]^{-1} \times [\Delta Z_m]$$

13. Вычислить новые значения поверхностных проводимостей.

Электронный блок томографа

Важнейшим блоком импедансного томографа является его электронная составляющая. В работе [17] предложена структурная и принципиальная схемы импедансного томографа, который позволяет проводить измерения как действительного, так и комплексного передаточного сопротивления по обводу фантома (модуля выходного напряжения и сдвига фаз между этим напряжением и током задающего источника). Это позволяет расширить возможности томографии для диагностики в биологии, медицине и технике. Проведено макетирование прибора, которое показало как саму возможность, так и относительную простоту создания аппаратной части томографа. Опыт эксплуатации макета показал простоту и удовлетворительную (для задачи определения наличия кавитации и её области в сечении сосуда) точность. Сосуд для проведения натуральных испытаний изображён на рис.8.

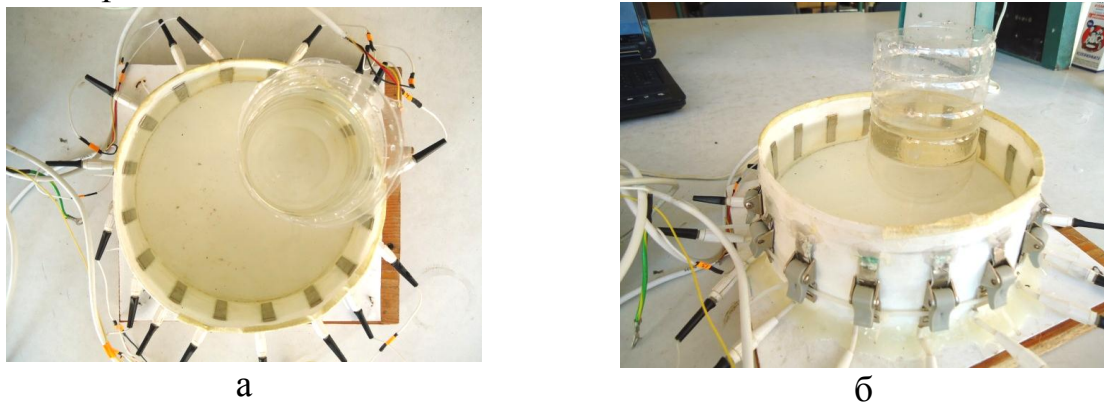


Рис. 8

Выводы

Методы импедансной томографии открывают широкие перспективы для визуализации кавитационных явлений, что во многих случаях позволит повысить эффективность работы гидравлического и ультразвукового оборудования. Использование импедансной томографии, в свою очередь позволит так же расширить возможности по управлению формой кавитационной области, а также вводить обратную связь по кавитации в технологическом оборудовании.

Література

1. Пирсол И. Кавитация. – М.: Мир, 1975. – 95 с.
2. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. Глав. ред. И.П. Голямина.—М.: «Советская энциклопедия», 1979. — 400 с, ил.
3. А.Е. Колесников. Ультразвуковые измерения. 2-е изд., перераб. и доп.-М.: Изд-во стандартов, 1982.-248 с., ил.
4. Сиротюк М.Г. Экспериментальные исследования ультразвуковой кавитации // Мощные ультразвуковые поля / М.Г. Сиротюк; [под ред. Л.Д. Розенберга]. – М.: Наука, 1968. – Ч. 5. – С. 168 – 220.
5. Brown V.H. Electrical Impedance Tomography/ V.H. Brown, D.C. Barber // Clinical Physics and Physiological Measurement.—1992.—v.13.—Suppl. A, 207p.
6. Электроимпедансная томография / Я.С. Пеккер, К.С. Бразовский, В.Ю. Усов, М.П. Плотников, О.С. Уманский.— Томск: ООО «Издательство научно-технической литературы»,2004.—190с.
7. Murray T. Electrical Impedance Computed Tomography Based on a Finite Elements Model/ T. Murray , Y. Kagawa // IEEE Trans. On Biomed. Eng. - 1985. - v.32. - P.177-184.
8. Рыбина И.А. Решение прямой задачи импедансной томографии методами теории цепей / И.А. Рыбина // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2010.—№43.—С.4—13.
9. Рибіна І.О. Розв'язання зворотної задачі імпедансної томографії методами зон провідностей та зворотної проєкції / І.О. Рибіна, О.І. Рибін, О.Б. Шарпан // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011.—№45.—С.5—18.
10. Рибіна І.О. Метод променів провідностей та моделювання фантома в імпедансній томографії // Вісник ЖДТУ. – 2010. – № 2(53). – С.160 —161.
11. Рибіна І.О. Моделювання кінцевого елемента в імпедансній томографії / О.І. Рибіна, Є.В. Гайдаєнко // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.—2010.—№41.—С.19—24.
12. Рибіна І. О. Моделювання кінцевого елемента для об'ємного фантома в імпедансній томографії / І.О. Рибіна // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011.—№46.— С.72—84.
13. Сильвестр П. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков / П. Сильвестр, Р. Феррари.— М: Мир, 1986.—229с.
14. Рыбин А.И. Решение задач моделирования обращением матрицы методом взаимных производных / А.И. Рыбин // Радиозлектроника. - 1978.-№6.-С.35-47. (Изв. вузов).
15. Рыбин А.И. Численно-символьный метод анализа электрических цепей обобщенным методом модификаций / А.И. Рыбин // Праці Інституту електродинаміки НАН України: Зб. наукових праць.—2002.—№1(1).—С.26—30.
16. Основы теории кіл: Підручник для ВНЗ. Ч.2 /Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О.

Милютченко, О.І. Рибін / За заг. ред. В.М. Шокала та В.І. Правди.—Харків: ХНУРЕ: Колегіум, 2006.—668с.

17. Гайдаєнко Є.В. Розроблення та макетування імпедансного томографа для вимірювання розподілення комплексних опорів / Є.В. Гайдаєнко, А.В. Мовчанюк, О.І. Рибін // Вісник НТУУ«КПІ» . Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування .— 2011.— №44.— С.148 — 157.

Сушко И.А., Гайдаенко Е.В., А.В. Мовчанюк, Рыбин А.И. Оценка уровня кавитации методами импедансной томографии. В статье предлагается методика оценки наличия и степени развития кавитации жидкости в трубах методами импедансной томографии. Для реализации методики используются методы реконструкции образа с использованием метода конечных элементов и метода «зон» проводимости по электрической модели фантома (томографического сечения) в виде квадратов сопротивлений с двумя диагоналями и «зон», состоящих из этих квадратов. Наличие укрупнённых зон обеспечивает радикальное уменьшение порядков систем в системах уравнений итерационной процедуры Ньютона-Рафсона (при увеличении числа реконструированных фантомов). Разрешающая способность метода реконструкции остаётся такой же, как и для классического метода конечных элементов. При этом устраняется проблема обусловленности матрицы производных от передаточных сопротивлений по поверхностной проводимости фантома. Выбор формы «зон» проводимости определяет точность реконструкции при различном расположении неоднородности внутри фантома.

Ключевые слова: кавитация, импедансная томография, реконструкция образа, фантом, метод Ньютона-Рафсона, метод «зон» проводимости, производные от передаточных сопротивлений, обратная задача, конечный элемент, поверхностная проводимость.

Сушко І.О., Гайдаєнко Є.В., Мовчанюк А.В., Рибін О.І. Оцінка рівня кавітації методами імпедансної томографії. В статті запропоновано методику оцінки наявності і ступені розвитку кавітації рідини в трубах методами імпедансної томографії. Для реалізації методики використовуються методи реконструкції образу з використанням методу кінцевих елементів та методу «зон» провідності по електричній моделі фантома (томографічного розтину) у вигляді квадратів опорів з двома діагоналями та «зон», які складаються з цих квадратів. Наявність укрупнених «зон» забезпечує радикальне зменшення порядків систем в системах рівнянь ітераційної процедури Ньютона-Рафсона (при збільшенні кількості реконструйованих фантомів). Геометрична роздільна здатність методу реконструкції залишається такою самою, як і для класичного методу кінцевих елементів. При цьому не виникає проблема зумовленості матриці похідних від передаточних опорів по поверхневим провідностям фантома. Вибір форми «зон» провідності визначає точність реконструкції при різному розташуванні неоднорідності усередині фантома.

Ключові слова: кавітація, імпеданс на томографія, реконструкція образу, фантом, метод Ньютона-Рафсона, метод «зон» провідності, похідні від передаточних опорів, зворотна задача, кінцевий елемент, поверхнева провідність.

Sushko I.A., Gaydayenko E.V., Movchaniuk A.V., Rybin A.I. Assessing the level of cavitation methods impedance tomography. In article is offered the technique of an estimation of presence and development degree cavitations to a liquid in pipes methods of an impedance tomography. For technique realization are used methods of reconstruction of an image with

use of a method of final elements and a method of "zones" of conductivity on electric model of the phantom (tomography slice) in the form of squares of resistance with two diagonals and the "zones" consisting of these squares. Presence of the integrated zones provides radical reduction of usages of systems in systems of the equations of iterative procedure of Newton-Rafsona (at number increase reconstruction phantoms). Resolution of a method of reconstruction remains same, as well as for classic a method of final elements. The problem of conditionality of a matrix derivative of transfer resistance on surface conductivity of the phantom is thus eliminated. The choice of the form of "zones" of conductivity defines accuracy of reconstruction at a various arrangement of heterogeneity in the phantom.

Keywords: *cavitations, impedance tomography, reconstruction of an image, phantom, method of Newton-Rafsona, method of "zones" of conductivity, Derivatives of transfer resistance, the inverse problem, a finite element, on surface conductivity.*