

РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.372.061

НОРМАЛЬНЕ ДИСКРЕТНЕ ОРТОГОНАЛЬНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ

Рибін О.І., Ніжебецька Ю.Х

Запропоновано методику та алгоритм формування дискретних ортогональних перетворень, для яких наданий одно- та двовимірний сигнал є однією з трансформант такого перетворення.

Вступ. Постановка задачі

Задача аналізу відмін та подібностей тестового та досліджуваного сигналу (класифікація сигналів) має велике значення в сучасній радіотехніці, медицині тощо. Таку задачу розв'язують будуючи відповідні класифікатори (метричні, структурні [1]), основані на використанні різних математичних методів. Одним з найпопулярніших методів класифікації досліджуваних сигналів є їх погоджена фільтрація. Класична лінійна погоджена фільтрація [2] має ряд недоліків при аналізі детермінованих сигналів (або їх графоелементів) в пачці з іншими детермінованими сигналами [3], що призвело до розроблення косинусних фільтрів, які обчислюють кут між багатовимірним вектором, що описує тестовий сигнал, та вектором аналогічних ознак досліджуваного сигналу. В роботах [4-15] запропоновано використовувати процедуру нормалізації дискретного ортогонального перетворення за тестовим сигналом [4-10] та процедуру нормалізації сигналу за обраним ортогональним перетворенням [11-15]. За процедурою нормалізації тестовий сигнал (в певній мірі) відповідає одній з трансформант дискретного ортогонального перетворення, внаслідок чого сигнал, який відрізняється від тестового тільки масштабом буде мати ненульовою тільки ту трансформанту, яка за формою співпадає з тестовим сигналом. Наявність відхилень від тестового сигналу призведе до появи інших трансформант, вагу яких (ступінь спотворення) можна оцінити за коефіцієнтом трансформант або за "гостротою" [9,10,15]. Нормалізація вносить ряд незручностей та ускладнень в процедуру аналізу, пов'язаних або з нееквідистантним кроком дискретизації [4], або з неявною формою чисельної оцінки спотворень [13]. Для нівелювання цих незручностей і ускладнень нами запропоновано метод створення дискретного ортогонального еквідистантного перетворення, в якому перша трансформанта (одно- і двовимірна) співпадає з тестовим сигналом.

Формування матриці одновимірного дискретного ортогонального нормального перетворення

Для визначеності і простоти ілюстрації оберемо формат перетворення $N = 4$ (що у подальшому дозволить узагальнити отриманий результат на будь-який формат $N = 2^n$, де n – ціле число). Нехай еталонний сигнал

представлено його дискретними відліками вектором $\bar{X} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$. Ідея полягає у створенні покрокових ортогональних перетворень, кожне з яких зменшує кількість ненульових елементів спектру трансформант вдвічі. Для сигналу \bar{X} довільної форми цього можна досягнути, створивши на першому кроці матрицю ортогонального дискретного перетворення у вигляді

$$\overline{\overline{W}}_1 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & 0 & 0 \\ -x_2 & x_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_3 & x_4 \\ 0 & 0 & -x_4 & x_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Ясно, що для матриці (1) умови ортогональності для рядків виконуються

$$\sum_{k=1}^N w_{ik} \cdot w_{jk} \equiv 0, i \neq j \quad (2)$$

Добуток матриці $\overline{\overline{W}}_1$ на стовпець відліків \bar{X} дасть спектр \bar{X}_1 першого ортогонального перетворення

$$\bar{X}_1 = [(x_1^2 + x_2^2), 0, (x_3^2 + x_4^2), 0]^T \quad (3)$$

який, як і очікувалося, містить вдвічі менше ненульових значень, ніж вихідний сигнал \bar{X} . Тут T – знак транспонування. Для забезпечення ортогональності одержаного перетворення пронормуємо одержану матрицю $\overline{\overline{W}}_1$, для чого знайдемо добуток у вигляді діагональної матриці $\overline{\overline{W}}_1 \cdot \overline{\overline{W}}_1^T = \text{Diag} \{ (x_1^2 + x_2^2), (x_1^2 + x_2^2), (x_3^2 + x_4^2), (x_3^2 + x_4^2) \}^T$. Кожен i -й рядок матриці $\overline{\overline{W}}_1$ поділимо на корінь квадратний із значення i -го елемента діагоналі. Одержимо

$$\overline{\overline{W}}_{1N} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} & \frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} & 0 & 0 \\ -\frac{x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} & \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x_3}{\sqrt{x_3^2 + x_4^2}} & \frac{x_4}{\sqrt{x_3^2 + x_4^2}} \\ 0 & 0 & -\frac{x_4}{\sqrt{x_3^2 + x_4^2}} & \frac{x_3}{\sqrt{x_3^2 + x_4^2}} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

внаслідок чого добуток $\overline{\overline{W}}_{1N} \overline{\overline{W}}_{1N}^T = \overline{\overline{E}}$, де $\overline{\overline{E}}$ – одинична матриця і $\overline{\overline{W}}_{1N}^T = \overline{\overline{W}}_{1N}^{-1}$. Елементи матриці $\overline{\overline{W}}_{1N}$ $\frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}$ та $\frac{x_{i+1}}{\sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}}$ можна

представити, як відповідно косинус і синус деякого кута φ_i .

Для подальшого зменшення кількості трансформант зробимо другий крок ортогонального перетворення (за тією ж схемою, що і раніше). Для цього знайдемо спектр трансформант \overline{X}_{1N} нормованого перетворення, який має вигляд $\overline{X}_{1N} = [\sqrt{x_1^2 + x_2^2}, 0, \sqrt{x_3^2 + x_4^2}, 0]^T$.

Матриця \overline{W}_2 другого кроку перетворення по аналогії з (1) має вигляд

$$\overline{W}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 & \sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 & \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

де нульові значення стовпця \overline{X}_{1N} множаться на 1 в головній діагоналі.

Матрицю \overline{W}_2 можна записати і в іншому вигляді

$$\overline{W}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 & \sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 & \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ чи } \overline{W}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 & \sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 \\ 0 & \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 & \sqrt{x_3^2 + x_4^2} \\ -\sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 & \sqrt{x_1^2 + x_2^2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{x_3^2 + x_4^2} & 0 & \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Як для матричного оператора (5), так і для матричного оператора (6) добуток на стовпець \overline{X}_{1N} дасть результат $\overline{X}_2 = [(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2) \ 0 \ 0 \ 0]^T$, тобто результуючий спектр двох кроків перетворення дасть єдину складову. Після обчислення добутку

$\overline{W}_2 \overline{W}_2^T = \text{Diag} \{ (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2), 0, (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2), 0 \}^T$ і, відповідно, нормування матриці \overline{W}_2 діленням її на $\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$ одержимо матрицю \overline{W}_{2N} . Добуток матриць $\overline{W}_{2N} \overline{W}_{1N} = \overline{W}_{\Sigma N}$ і дасть матричний оператор дискретного ортогонального нормального перетворення.

В разі більшого формату N вхідного сигналу $N = 2^n$, кількість наведених вище кроків формування матриць часткових перетворень дорівнюватиме n . Якщо як тестовий сигнал обрати константу $\overline{X} = [1 \ 1 \dots 1]^T$, то, в разі використання процедури поповнення матриці \overline{W}_i ненульовими елементами, згідно (5), одержимо матричний оператор дискретного ортогонального перетворення Хаара, а для процедури згідно з (6) – Адамара.

На рис.1 наведено деякі з трансформант нормального перетворення (формату $N=32$), одержаного для тестового сигналу у вигляді першої трансформанти косинусного перетворення.

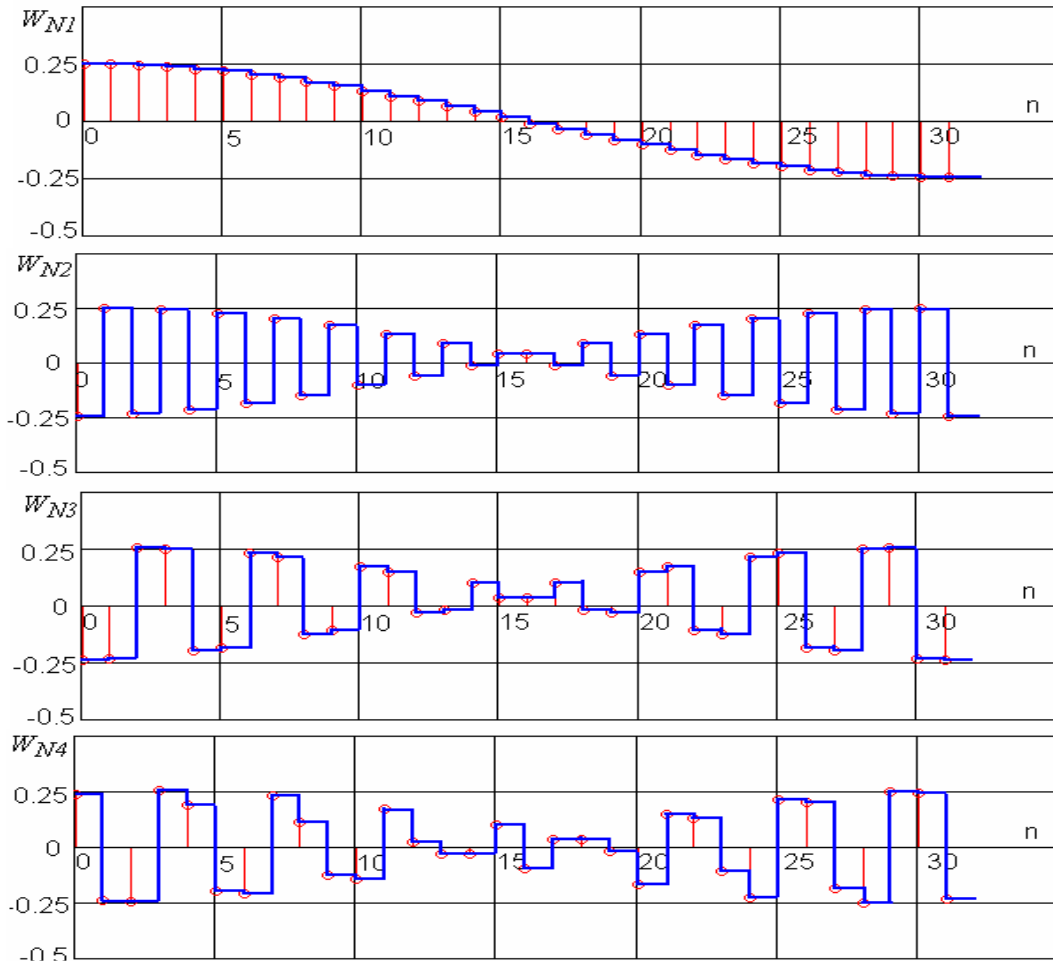


Рис.1. Трансформанти нормального перетворення при еталонному сигналі у вигляді першої трансформанти косинусного перетворення

Формування матричного оператора двовимірного нормального дискретного ортогонального перетворення

Запропонований для одновимірному сигналу (одного аргументу) підхід по створенню нормального перетворення можна поширити і на багатовимірний дискретний сигнал (двох і більше аргументів). Для наочної ілюстрації розглянемо алгоритм створення двовимірного ортогонального перетворення. Нехай надано двовимірний образ $\overline{S_0}$ (рис.2), який є функцією двох координат x та y . Розіб'ємо площину образу на рядки та стовпці. Формат образу для простоти оберемо $N_x = N_y = N = 8$. Будемо тепер вважати i -й рядок образу рис.2 одновимірним сигналом $\overline{S_0}(x_i, y)$, і для кожного сигналу побудуємо (згідно з вищенаведеним алгоритмом побудови нормального перетворення) відповідне дискретне нормальне перетворення. Для такого перетворення добуток кожного рядка тестового сигналу на відповідний нормальний матричний оператор дасть тільки одну ненульову трансформанту (з номером 1 відповідно до рис.2). Тобто спектр такого перетво-

рення буде містити стовпець ненульових трансформант, номер рядка елемента якого відповідає номеру нормального матричного оператора перетворення. При цьому, оскільки для усіх рядків нормалізація проводилася незалежно, амплітуди ненульових трансформант будуть різними.

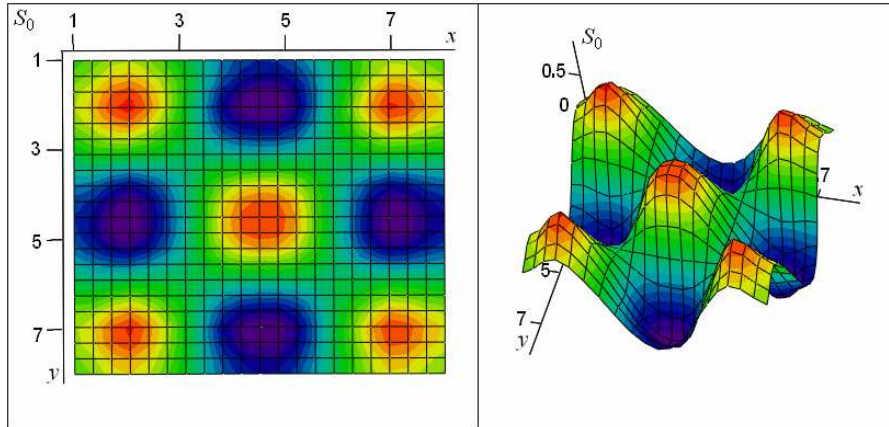


Рис. 2. Двовимірний образ, взятий за основу побудови двовимірного нормального перетворення.

Задачею двовимірного нормального ортогонального перетворення є одержання однієї трансформанти на площині двовимірного спектру, якщо досліджуваний сигнал співпадає з тестовим. Тому для отриманого (при нормалізації за рядками) спектру слід провести додатково таку ж само нормалізацію, але вже за стовпцями (рис.2). Таким чином, визначення двовимірного нормального перетворення можна записати як вираз у матричній формі, подібній до запису двовимірного перетворення Уолша-Адамара в [16]: $\overline{\overline{X}} = \overline{\overline{W_{\Sigma N1}}} \overline{\overline{S}} \overline{\overline{W_{\Sigma N2}}}$, де $\overline{\overline{X}}$ – спектр сигналу $\overline{\overline{S}}$ в області двовимірного нормального перетворення, яке передбачає нормалізацію по рядкам, що здійснюється матричним оператором $\overline{\overline{W_{\Sigma N1}}}$ та по стовпцям, що здійснюється оператором $\overline{\overline{W_{\Sigma N2}}}$. Одержаний тривимірний матричний оператор нормального перетворення при співпадінні досліджуваного сигналу з тестовим при пошуку результуючого спектру дасть на площині спектру лише одну ненульову трансформанту з номером (1, 1). Для образу рис.3 першу другу та шосту трансформанту ненормованої матриці $\overline{\overline{W_{\Sigma N1}}}$ наведено як приклад. Спектр $\overline{\overline{X_0}}$ сигналу $\overline{\overline{S_0}}$, який з точністю до постійного множника співпадає з тестовим, наведено на рис.4.

Для сигналу (рис.5), який “мало” відрізняється від тестового спектр нормального перетворення наведено на рис.6, а для сигналу рис.7, який “сильно” відрізняється від тестового, – на рис.8.

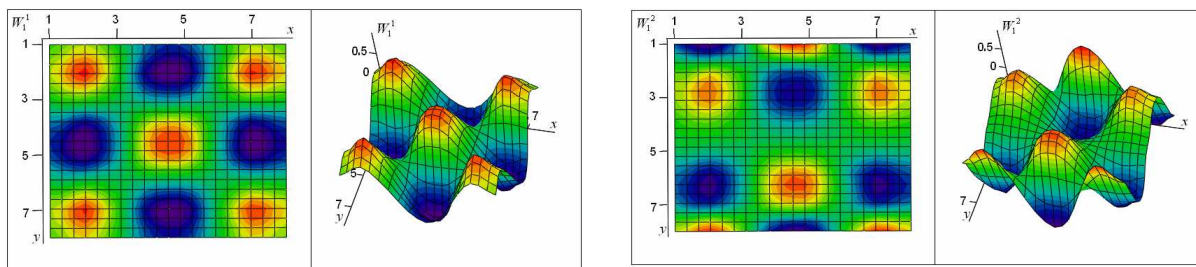


Рис.3. Перша, друга та шоста трансформанти матриці $\overline{W}_{\Sigma N1}$ двовимірного нормального перетворення

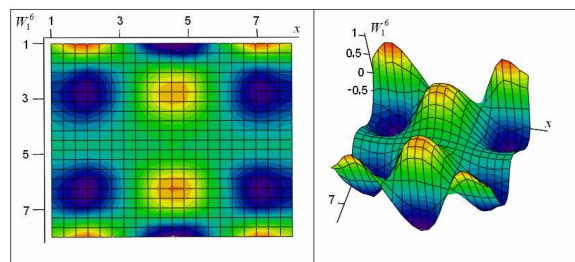


Рис. 4. Спектр сигналу \overline{S}_0 в області двовимірного нормального перетворення

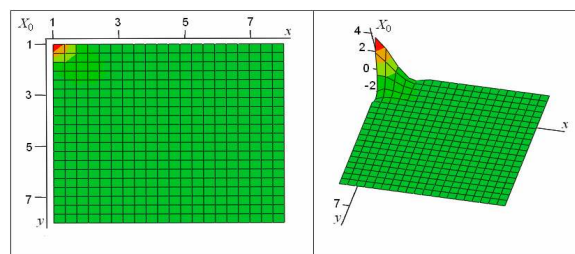


Рис. 5. Досліджуваний сигнал, що “мало” відрізняється від тестового сигналу

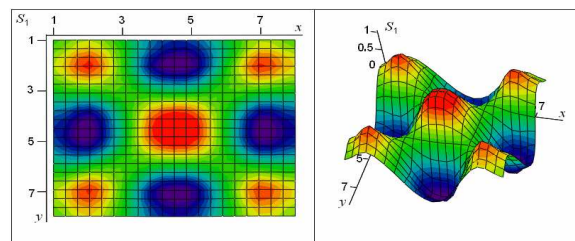


Рис. 6. Спектр сигналу рис.5 в області двовимірного нормального перетворення.

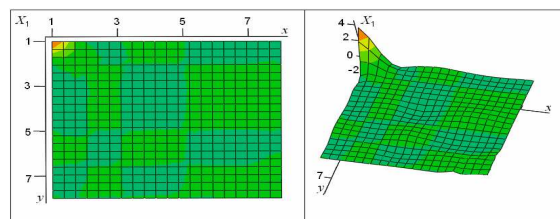
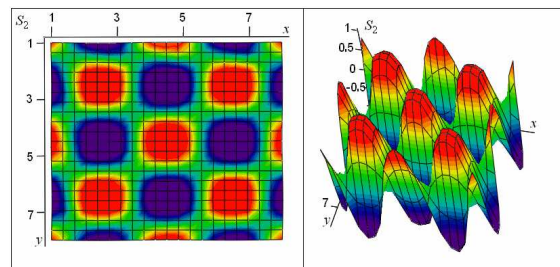


Рис. 7. Досліджуваний сигнал, що “сильно” відрізняється від тестового сигналу

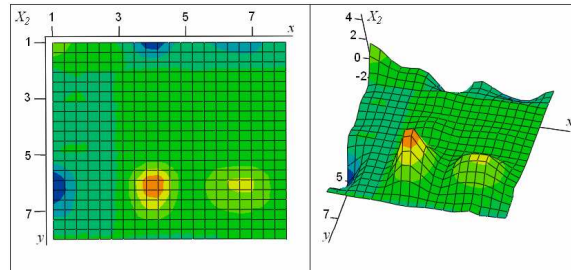


Кількісна оцінка (за коефіцієнтом

трансформант) $k_{mp} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_{i,j}^2}}{\sqrt{x_{1,1}^2}} \Big|_{i,j \neq 1}$.

для сигналу рис.5 (спектр рис.6) складає $k_{mp1} = 0.24$, а для сигналу рис.7 (спектр рис.8) $k_{mp2} = 3.68$. Цікаво, що, якщо тестовим сигналом є константа $S_0(x, y) = 1$, то запропонована процедура нормалізації призводить до двовимірного перетворення Хаара (за формулами типу (5)) або Адамара [16] (за формулами типу (6)).

Рис.8. Спектр сигналу рис.6в області двовимірного нормального перетворення



Запропонований метод побудови нормального дискретного ортогонального перетворення є простим і легко реалізується на ПЕОМ. В процесі формування матричних одно- та двовимірного нормальних ортогональних перетворень може накопичуватися операційна похибка, тому перспективною є розробка прямого методу генерування таких матричних операторів. Нормальне перетворення дозволяє чисельно (за коефіцієнтом трансформант) оцінювати міру подібності чи розбіжності тестового та досліджуваного сигналів, що може бути використано при класифікації та погодженій фільтрації образів. До незручностей, що вносить запропоноване нормальне перетворення слід віднести відсутність в отриманих трансформантах трансформанти з постійним значенням. Тому при додаванні (та відніманні) константи до тестового сигналу у загальному випадку формуються дещо різні трансформанти нормального перетворення.

Література

1. Абакумов В.Г., Рибін О.І., Сватош Й. Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг. – К.: Нора-прінт, 2001.– 516 с.
2. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Сов.радио, 1970. 728 с.
3. Ян И. Нелинейные согласованные фильтры для анализа различий // Радиотехника.– 1999.– №6. – с.51-58 (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Рыбин А.И. Нормализация дискретных ортогональных преобразований тестовым сигналом//Радиотехника. 2004. №7, с.39-46 (Изв. высш. учеб. заведений).
5. Рыбин А.И., Григоренко Е.Г. Алгоритм подстройки дискретного ортогонального преобразования под тестовый сигнал // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Приладобудування.– 2004.– №7.– с.39-46.
6. Рибін О.І., Шарпан О.Б. діагностичні можливості процедури нормалізації ортогональних функцій при аналізі пульсограм // Вісник ЖДТУ. Технічні науки.– 2004.– т.1.– №4.– с.144-149.
7. Рибін О.І.,Сакалош Т.В.,Шарпан О.Б. Аналіз пульсограм на базі процедури нормалізації ортогональних перетворень REX/ Наукові вісті НТУУ“КПІ”. 2005. №4.
8. Рыбин А.И., Шарпан О.Б., Григоренко Е.Г., Сакалош Т.В. Коэффициенты трансформант нормальных ортогональных преобразований и динамика пульсограм // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Приладобудування. 2005. Вип. 37, с.148-156.
9. Рибін О.І., Данилевська В.Г. Погоджена фільтрація на базі нормалізованих ортогональних перетворень // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування.– 2007.– Вип. 35.– с.15-20.
10. Данилевська В.Г.,Луцук О.В.,Рибін О.І.,Шарпан О.Б. Особливості і можливості

- діагностики за нормалізованим перетворенням//Електроніка и связь. 2006. №2.
11. Рибін О.І., Мельник А.Д. Погоджена фільтрація сигналів при зміні масштабу їх аргументів на базі нормалізованих вейвлет-функцій // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування.– 2007.– Вип. 34.– С.18-24.
 12. Мельник А.Д., Рибін О.І. Нормалізація тестового сигналу зі збереженням еквідистантного кроку дискретизації // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування.– 2007.– Вип. 34. С.24-29.
 13. Мельник А.Д., Рыбин А.И. Нормализация эталонного сигнала с постоянным шагом дискретизации//Радиоэлектроника. 2008. №1. С.71-75
 14. Рыбин А.И., Мельник А.Д. Согласованная нормализованная фильтрация сигналов // Радиоэлектроника.– 2008.– №2. – с.77-80 (Изв. высш. учеб. заведений).
 15. Мельник А.Д., Рыбин А.И. Согласованная вейвлет-фильтрация сигналов с изменённым масштабом//Радиоэлектроника. 2008. №3. С.76-80
 16. Ахмед Н., Рао К. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. М.: – Связь. – 1980. – с.130 – 133.

Ключові слова: ортогональні перетворення, обробка сигналів	
Рыбин А.И., Нижебецкая Ю.Х.	Ribin O.I, Nizhebetska Y.Kh.
Нормальное дискретное ортогональное преобразование	Normal discrete orthogonal transformation
Предложено методику и алгоритм формирования ортогональных преобразований, для которых даный одно- и двумерный сигнал является одной из трансформант.	A method and algorithm of forming of discrete ortogonal transformations are offered, for which one or two dimation signal is one of transforms of such transformation.

УДК 621.372 061

ДЕКОНВОЛЮЦІЯ ЗА КРИТЕРІЄМ ГОСТРОТИ ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИ ОБРОБЦІ ОБРАЗУ В НАТУРАЛЬНИХ КООРДИНАТАХ

Наталенко С.С.

Показано оновлення деконволюції за критерієм форми результуючої імпульсної характеристики. Оновлення заключається в зміні застосування функції штрафів. Алгоритм реалізований в області натуральних координат.

Реставрація образів має велике значення при розв'язанні задач технічної та медичної діагностики. Найбільш поширеним підходом до розв'язання такої задачі є відновлення саме образу, спотвореного (деградованого) за рахунок неточковості імпульсної характеристики (ІХ) системи відображення та наявності адитивного шуму. В статті розглядається підхід, що полягає у створенні корегуючого фільтра, який би забезпечив максимальне наближення результуючої ІХ до δ -функції з урахуванням апріорної інформації про шум

Метод деконволюції за критерієм форми результуючої ІХ [1,2] відноситься до сукупності методів лінійних оцінок. На відміну від умовної деконволюції і Вінерівської фільтрації за критерієм реставрації тут беруть не різницю між первинним та деградованим образом, а відхилення ІХ від $\delta(x)$ - функції Дірака. Суть реставрації в побудові корегуючого фільтра $\xi(x)$, який перетворить ІХ деградуєчої системи $g(x)$ в обрану $c(x)$, яку за обраними критеріями вважають наближенням δ - функції Дірака.

$$c(x) = g(x) * \xi(x) \rightarrow \delta(x) \quad (1)$$