

Резонанс Фано в довгій лінії

Нелін Є. А., Непочатих Ю. В.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського",
м. Київ, Україна

E-mail: nepochatikh@kivra.kpi.ua

В статті теоретично обґрунтовано можливість формування асиметричної резонансної характеристики Фано в довгій лінії (ДЛ) і підтверджено підвищення добротності та зменшення розмірів ДЛ з резонансом Фано, як порівняти з класичним півхвильовим резонатором. Резонанс Фано зумовлений двохвильовою інтерференцією і виникає в структурах різної хвильової природи. Унікальність цього резонансу зумовлена поєднанням у ньому повного проходження та повного відбиття з різким переходом між ними. Для резонансу Фано характерна висока добротність. Для електромагнітних хвиль оптичного діапазону резонанс Фано розглянуто в багатьох публікаціях. Резонансу Фано в радіодіапазоні присвячено лише декілька робіт. В статті виконано порівняння асиметричної резонансної характеристики Фано та симетричної універсальної резонансної кривої. Симетричну резонансну криву визначає один параметр – добротність, а характеристику Фано – два: добротність і параметр асиметрії. Показано, що характеристику Фано можна описати виразом, форма якого така ж, як і для симетричної універсальної резонансної кривої. Встановлено умови, при яких у смугі пропускання ці характеристики близькі. Проаналізовано імпедансні умови повного відбиття, необхідного для формування нуля характеристики Фано. Теоретично обґрунтовано можливість резонансу Фано в довгих лініях (ДЛ) зі шлейфами. Розглянуто структури на основі розімкнутого або короткозамкнутого шлейфа та відрізка ДЛ, а також на основі двох розімкнутих або розімкнутого й короткозамкнутого шлейфів. Виконано математичний аналіз частотних характеристик структур. Наведено параметри ДЛ та розраховані частотні характеристики коефіцієнта проходження ДЛ. Виконано порівняння отриманих частотних характеристик з аналітичною характеристикою Фано, а також з характеристикою класичного півхвильового резонатора. Структури на основі ДЛ з характеристикою Фано дозволяють помітно підвищити добротність, подавити відгуки на найближчих гармоніках та зменшити розміри, як порівняти з півхвильовим резонатором. Продемонстровано можливість реалізації надвзв'язковосмугових частотних характеристик структурою на основі розімкнутого й короткозамкнутого шлейфів.

Ключові слова: резонансна характеристика; резонанс Фано; довга лінія

DOI: [10.20535/RADAP.2021.84.88-94](https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.84.88-94)

Вступ

Хвильові явища фундаментальні в нашому світі. Одне з ключових хвильових явищ — резонанс, за якого різко зростає амплітуда вимушених коливань. Резонанс, відкритий Галілео Галілеєм у 1602 р., лежить в основі різних природних явищ і його надзвичайно широко використовують. Резонансна частотна характеристика осцилятора — коливальної структури з однією резонансною частотою — з хорошим наближенням симетрична. У 1961 р. Уго Фано отримав формулу для асиметричного резонансу, названого згодом резонансом Фано [1].

Резонанс Фано зумовлений двохвильовою інтерференцією і виникає в структурах різної хвильової природи. Такий резонанс характерний для наноструктур і метаматеріалів [2–7]. Унікальність резонансу Фано зумовлена поєднанням у ньому повного проходження та повного відбиття з різким пере-

ходом між ними, що пояснює значний інтерес до нього [4].

Базова радіотехнічна функція, необхідна в радіоелектронних системах, — частотна вибірковість. Нові, більш жорсткі вимоги до систем вимагають підвищення вибірковості. В традиційних частотно-вибіркових пристроях використовують резонанс з симетричною характеристикою. Для резонансу Фано характерна висока добротність [3]. Отже, можна очікувати, що використання резонансу Фано дозволить підвищити частотну вибірковість радіотехнічних пристроїв.

Для електромагнітних хвиль оптичного діапазону резонанс Фано розглянуто в багатьох публікаціях. Резонансу Фано в радіодіапазоні присвячено лише декілька робіт. У статті [8] проаналізовано резонанс Фано в зв'язаних коливальних контурах, аналогічних зв'язаним механічним резонаторам. У роботі [9] цей резонанс реалізований двома зв'язаними коаксіальними резонаторами. У статті [10] розгля-

нуто моделювання резонансу Фано радіотехнічними колами з зосередженими параметрами.

Мета цієї статті — теоретичне обґрунтування можливості формування резонансної характеристики Фано в довгій лінії (ДЛ) і підтвердження підвищення добротності та зменшення розмірів ДЛ з резонансом Фано, як порівняти з класичним півхвильовим резонатором.

1 Симетрична резонансна характеристика й характеристика Фано

У багатьох випадках резонансну частотну залежність нормованої амплітуди коливань апроксимують симетричною універсальною резонансною кривою

$$I = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}, \quad (1)$$

де $\xi = 2Q\delta$, Q — добротність, $\delta = (f - f_0)/f_0$, f — частота, f_0 — резонансна частота. У радіотехніці залежність (1) апроксимує резонансні характеристики коливальних контурів та відрізка ДЛ і має назву граничної резонансної характеристики.

Резонанс Фано був відкритий для квантово-механічних хвиль. Характеристика Фано (для інтенсивності) має вигляд [1, 5]

$$\sigma = \frac{(q + \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon^2}, \quad (2)$$

де q — параметр асиметрії, $\varepsilon = 2(E - E_0)/\Gamma$, E — енергія електрона, Γ — ширина рівня енергії з резонансним значенням E_0 . За $\varepsilon = q^{-1}$ характеристика Фано має максимум, що дорівнює $1 + q^2$, а за $\varepsilon = -q$ — мінімум, що дорівнює нулю.

Згідно з формулою Планка $E = h\nu$, де h — стала Планка; ν — частота, отримуємо: $\varepsilon = 2Q\delta$. Тут $\delta = (\nu - \nu_0)/\nu_0$, $\nu_0 = E_0/h$, $Q = E_0/\Gamma$. Величина Q аналогічна добротності. Отже, для формул (2) і (1) $\varepsilon = \xi$.

Нормовану до максимуму амплітудну характеристику Фано визначає вираз

$$I_{\Phi} = \frac{|q + \xi|}{\sqrt{(1 + q^2)(1 + \xi^2)}}. \quad (3)$$

Якщо $|q| = \infty$, (3) збігається з (1).

2 Особливості характеристики Фано

Симетричну резонансну криву (1) визначає один параметр Q , а характеристику Фано (3) — два: Q і q . На рис. 1 наведено характеристики Фано згідно з (3) за $q = 2, 3$ і 5 (криві 1, 2 і 3 відповідно). Якщо $q < 0$,

залежності дзеркальні. Характеристика Фано забезпечує максимально можливе співвідношення між максимальним рівнем сигналу в смузі пропускання й мінімальним — у смузі подавлення. Зі збільшенням $|q|$ рівень сигналу поза смугою пропускання знижується.

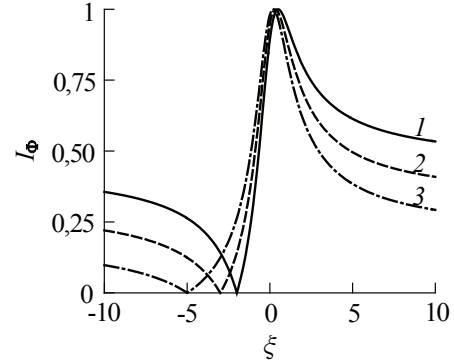


Рис. 1. Характеристики Фано

Порівняємо характеристики (1) і (3), а також їхні графічні залежності. Для зручності порівняння сумістимо максимуми характеристик (1) і (3) зміщенням залежності (3) ліворуч на величину q^{-1} і представимо отриманий вираз у формі виразу (1). Зміщена залежність (3) має вигляд

$$I_{\Phi} = \frac{|q + q^{-1} + \xi|}{\sqrt{(1 + q^2)[1 + (\xi + q^{-1})^2]}}, \quad (4)$$

і максимальне одиничне значення вираз (4), як і (1), має за $\xi = 0$.

У результаті перетворень виразу (4) отримаємо

$$I_{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\alpha\xi)^2}}, \quad (5)$$

де $\alpha = [1 + q^{-1}(q^{-1} + \xi)]^{-1}$. Вираз (5) відрізняється від (1) множителем α . Для симетричної характеристики: $|q| = \infty$, $\alpha = 1$ і (5) збігається з (1). Крім максимуму, частотні характеристики (1) і (5) збігаються на частотах, що визначає умова $\alpha = \pm 1$, з якої випливає: $\xi = -q^{-1}$ і $\xi = -(2q + q^{-1})$.

За $|q| \gg 1$ у смузі пропускання частотної характеристики (5), де максимум модуля $|\xi| \approx 1$, маємо $\alpha \approx 1$ і

$$I_{\Phi} \approx \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}. \quad (6)$$

Вираз (6) наближено збігається з (1).

На рис. 2 наведено характеристики (1) (крива 1) і (5) (криві 2 і 3 для $q = 5$ і $q = -5$ відповідно). Як і можна було очікувати з урахуванням (6), у смузі пропускання характеристики близькі. За резонансу Фано підвищується вибірковість з боку нижніх або верхніх частот (за $q > 0$ або $q < 0$ відповідно) з режекцією до нуля на одній з частот.

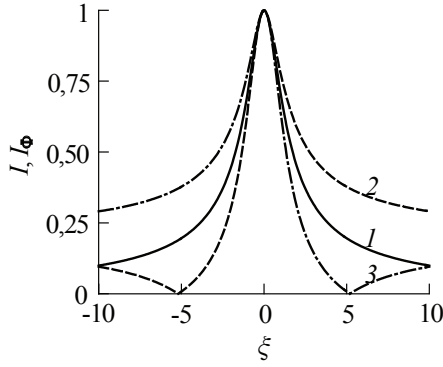


Рис. 2. Універсальна резонансна крива (1) та характеристики Фано (2 та 3)

Максимум і мінімум характеристики Фано відповідають повному проходженню й повному відбиттю хвилі. Відповідно до закону збереження енергії без урахування втрат коефіцієнт проходження T (за модулем) і коефіцієнт відбиття R пов'язує співвідношення

$$T = \sqrt{1 - |R|^2}. \quad (7)$$

У точках максимуму й мінімуму з виразу (7) маємо відповідно

$$T = 1, \quad |R| = 0, \quad (8)$$

$$T = 0, \quad |R| = 1. \quad (9)$$

Співвідношення (8) і (9) відповідають максимально можливому діапазону рівнів оброблюваних або функціональних сигналів, що дуже важливо для практичних застосувань.

Співвідношення (8) реалізуються в різних хвильових структурах за резонансного проходження хвилі. Задля досягнення співвідношень повного відбиття (9) необхідні спеціальні рішення. У таких хвильових структурах, як відбивачі, фільтри на основі відрізків ДЛ, обмежені періодичні структури до співвідношень (9) можна лише наблизитися, а для точного їхнього виконання необхідні модельні, фізично недосяжні умови (наприклад, — необмеженість періодичної структури).

3 Повне відбиття в довгій лінії зі шлейфом

Умови досягнення співвідношень (9) ілюструє рис. 3а. Джерела I і II (первинні або вторинні) випромінюють хвилі 1 і 2 однакової амплітуди і фази, λ — довжина хвилі, штрих відповідає частоті нуля частотної характеристики коефіцієнта проходження. При інтерференції цих хвиль внаслідок набігу фази хвилі 1 відносно хвилі 2 на частоті f' амплітуда сумарної (що пройшла) хвилі дорівнює нулю, відповідно коефіцієнт проходження дорівнює нулю.

Розглянемо вимоги до вхідного адмітансу структури $g_{\text{вх}}$, що відповідають (9). Для спрощення

перетворень імпеданси й адмітанси пронормовано відповідно до імпедансу й адмітансу хвильового середовища (зокрема, — ДЛ). Коефіцієнт відбиття за напругою дорівнює

$$R = \frac{1 - g_{\text{вх}}}{1 + g_{\text{вх}}}. \quad (10)$$

Для отримання співвідношень (9) необхідні граничні значення $g_{\text{вх}}$: $g_{\text{вх}} = 0$, $g_{\text{вх}} = \infty$, $\text{Re } g_{\text{вх}} = 0$, $|\text{Im } g_{\text{вх}}| = \infty$, де Re і Im — дійсна та уявна частини. Варіант $g_{\text{вх}} = \infty$ відповідає полюсу затухання ланки з послідовним контуром, під'єднаним паралельно навантазі [11]. Це використано в [10]. Варіант $|\text{Im } g_{\text{вх}}| = \infty$ досяжний в ДЛ з розімкнутим або короткозамкнутим шлейфом (рис. 3б, штриховою лінією показано закортку короткозамкнутого шлейфа, 1 і z_1 — хвильові імпеданси ДЛ і шлейфа), а також зі шлейфом з реактивною навантагою (в статті не розглянуто).

Вхідний адмітанс відрізка ДЛ (надалі — відрізок) без втрат для нормованих імпедансів і адмітансів дорівнює [12]

$$g = \frac{1 + iz_{\text{н}}z^{-1}t}{z_{\text{н}} + izt}, \quad (11)$$

де $i = \sqrt{-1}$; $z_{\text{н}}$ — імпеданс навантаги; z — хвильовий імпеданс відрізка; $t = \text{tg } \beta l$, β — хвильове число, $\beta = 2\pi/\lambda$, l — довжина відрізка. З виразу (11) для вхідного адмітансу розімкнутого ($z_{\text{н}} = \infty$) й короткозамкнутого ($z_{\text{н}} = 0$) шлейфів маємо відповідно

$$g_{\text{ш}} = iz_1^{-1}t_1, \quad g_{\text{ш}} = -iz_1^{-1}t_1^{-1}, \quad (12)$$

де індексом «1» позначено параметри шлейфа.

Вхідний адмітанс ДЛ зі шлейфом в точках під'єднання шлейфа дорівнює $g_{\text{вх}} = 1 + g_{\text{ш}}$. На частотах, які визначають умови $l = \lambda(2n - 1)/4$, $n = 1, 2, \dots$ для розімкнутого шлейфа і $l = \lambda n/2$ для короткозамкнутого, маємо: $|\text{Im } g_{\text{вх}}| = |g_{\text{ш}}| = \infty$, так що виконуються співвідношення (9). За такої умови в позначеннях на рис. 3а хвиля 1 — падаюча, а хвиля 2 — відбита від кінця розімкнутого шлейфа у разі $n = 1$; хвилі 1 і 2 синфазні. Для короткозамкнутого шлейфа ці хвилі протифазні, оскільки при відбитті фаза хвилі змінюється на протилежну, і для $n = 1$ відстань між джерелами I і II дорівнює λ' .

У разі, якщо $g_{\text{вх}}$ визначає вираз $g_{\text{вх}} = 1 + i\eta$, де η — дійсна функція частоти, згідно з (7) і (10) отримаємо

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + (\eta/2)^2}}. \quad (13)$$

Форма виразу (13) збігається з формою виразів (1) і (5).

Покажемо, що ДЛ зі шлейфами дозволяють сформулювати характеристику Фано.

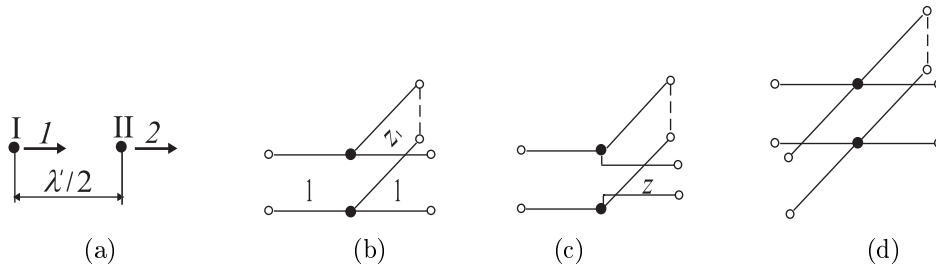


Рис. 3. Джерела хвиль I і II (а); ДЛ зі шлейфом (б); ДЛ на основі шлейфа та відрізка (с); ДЛ на основі двох шлейфів (д)

4 Резонанс Фано в довгій лінії на основі шлейфа і відрізка

На рис. 3с наведені ДЛ на основі розімкнутого шлейфа і відрізка (ДЛ1) або короткозамкнутого шлейфа і відрізка (ДЛ2).

Для відрізка повинні виконуватися умови

$$z \ll 1 \text{ і } l \ll \lambda_0, \quad (14)$$

де λ_0 – довжина хвилі на частоті f_0 .

Вхідний адмітанс ДЛ1 і ДЛ2 дорівнює

$$g_{\text{вх}} = g_{\text{в}} + g_{\text{ш}}, \quad (15)$$

де $g_{\text{в}}$ – вхідний адмітанс відрізка.

Оскільки для відрізка $z_{\text{н}} = 1$, з виразу (11) маємо

$$g_{\text{в}} = \frac{1 + iz^{-1}t}{1 + izt}. \quad (16)$$

З урахуванням умов (14)

$$g_{\text{в}} \approx 1 + iz^{-1}t. \quad (17)$$

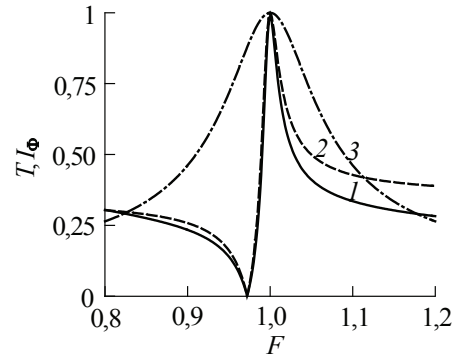
Підставивши у (15) вирази (17) і (12), для ДЛ1 і ДЛ2 отримаємо відповідно

$$\eta \approx z^{-1}t + z_1^{-1}t_1, \quad \eta \approx z^{-1}t - z_1^{-1}t_1^{-1}.$$

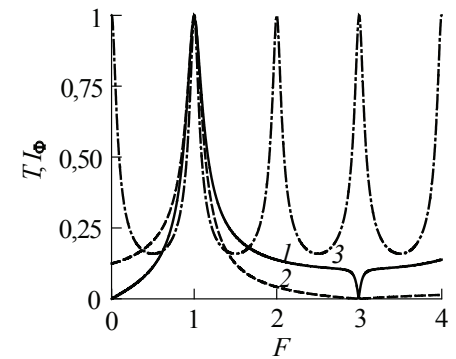
Отже, коефіцієнт проходження ДЛ1 і ДЛ2 наближено визначає вираз (13).

На рис. 4а наведені частотна залежність коефіцієнта проходження ДЛ1 згідно з (12), (15) і (16) (крива 1) і характеристика Фано згідно з (5) (крива 2), $F = f/f_0$. Параметри ДЛ1 і характеристики Фано: $z = 0,08$, $z_1 = 3$, $l = \lambda'/12$, $l_1 = \lambda'/4$, $F' = 0,9721$, $Q = 55$, $q = 2,7$. Як бачимо, характеристика ДЛ1 відповідає характеристиці Фано.

Для порівняння на рис. 4а показано резонансну характеристику півхвильового відрізка ДЛ (ДЛП) з хвильовим імпедансом z (крива 3); добротність ДЛП – 10. Проти ДЛП добротність ДЛ1 у 5,5 раза більша, а довжина ДЛ1, що визначається сумою довжин її елементів і дорівнює $0,34\lambda_0$, в 1,5 раза менша. На відміну від характеристики ДЛП в характеристиці ДЛ1 відсутні відгуки на частотах другої, третьої й четвертої гармонік.



(а)



(б)

Рис. 4. Характеристики ДЛ1 (а, 1), ДЛ2 (б, 1), Фано (2) та ДЛП (3)

На рис. 4б наведено характеристики ДЛ2 (крива 1), Фано (крива 2) і ДЛП (крива 3), $z = z_1 = 0,08$, $l = \lambda'/4$, $l_1 = \lambda'/2$, $F' = 2,9940$, $Q = 6$, $q = -24$, добротність ДЛП – 10. Характеристика ДЛ2 у першому наближенні відповідає характеристиці Фано. Проти ДЛП довжина ДЛ2 вдвічі менша, в характеристиці ДЛ2 відсутні відгуки на нульовій частоті та на частотах другої, третьої й четвертої гармонік.

5 Резонанс Фано в довгій лінії на основі двох шлейфів

На рис. 3д наведено ДЛ на основі двох розімкнутих, а також на основі розімкнутого й короткозамкнутого шлейфів (ДЛ3 і ДЛ4 відповідно). Для цих

ДЛ маємо відповідно

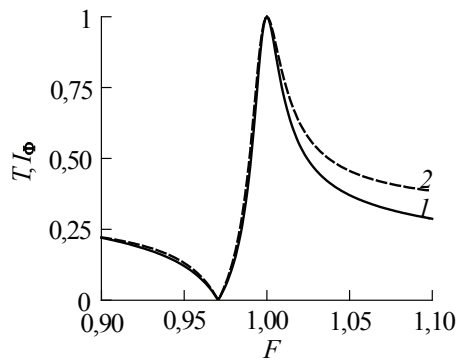
$$\eta = z_1^{-1}t_1 + z_2^{-1}t_2, \quad (18)$$

$$\eta = z_1^{-1}t_1 - z_2^{-1}t_2^{-1}, \quad (19)$$

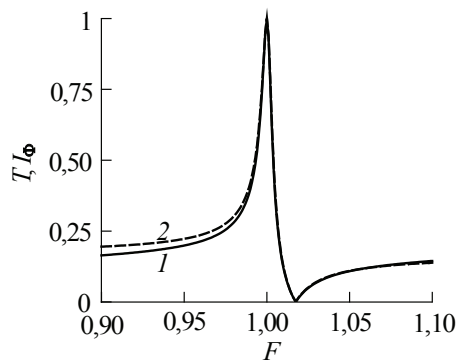
де індексами позначено номери шлейфів. Коефіцієнт проходження ДЛ3 і ДЛ4 визначає вираз (13).

На рис. 5а представлені характеристики ДЛ3 згідно з (13) і (18) (крива 1) і Фано (крива 2). Параметри ДЛ3 і характеристики Фано: $z_1 = 0,15$, $z_2 = 3$, $l_1 = \lambda'/8$, $l_2 = \lambda'/4$, $F' = 0,9705$, $Q = 58$, $q = 3,1$. Добротність ДЛ3 у 11,6 раза більша, а довжина в 1,3 раза менша проти ДЛП. В характеристиці ДЛ3 відсутній відгук на частоті другої гармоніки.

На рис. 5б наведено характеристики ДЛ4 згідно з (13) і (19) (крива 1) і Фано (крива 2) з параметрами: $z_1 = 3$, $z_2 = 0,2$, $l_1 = \lambda'/4$, $l_2 = \lambda'/16$, $F' = 1,0175$, $Q = 174$, $q = -5,9$. Проти ДЛП добротність ДЛ4 у 47,4 раза більша, а довжина в 1,6 раза менша. Якщо $z_2 = 0,08$, добротність ДЛ4 дорівнює 1091. В характеристиці ДЛ4 відсутні відгуки на нульовій частоті й частоті другої гармоніки.



(a)



(b)

Рис. 5. Характеристики ДЛ3 (а, 1), ДЛ4 (б, 1) та Фано (2)

6 Обговорення отриманих результатів

Отримані результати мають теоретичну і практичну складові. Теоретична полягає у встановленій

можливості формування характеристики Фано в ДЛ зі шлейфами, а практична – в можливості підвищення добротності та зменшення розмірів резонансних структур на основі ДЛ з характеристикою Фано проти ДЛП. Значний інтерес становить можливість реалізації надвз'язкосмугових частотних характеристик з добротністю $Q > 10^2 \div 10^3$. Необхідно врахувати, що практично досяжна добротність обмежена втратами в лінії передачі та шлейфах.

Значення хвильових імпедансів елементів розглянутих структур можуть виходити за межі діапазону хвильових імпедансів лінії передачі. Так, хвильові імпеданси традиційних двовимірних секцій мікросмужкової лінії обмежені діапазоном приблизно 20...100 Ом (у відносних величинах: 0,4...2). Значне розширення цього діапазону, приблизно до 4...400 Ом (у відносних величинах: 0,08...8), забезпечують тривимірні мікросмужкові секції (неоднорідності) [13,14]. Використання таких елементів значно розширює можливості в реалізації мікросмужкових структур з характеристикою Фано.

Висновки

Асиметричну резонансну характеристику Фано можна описати виразом, форма якого така ж, як і для симетричної універсальної резонансної кривої. Довгі лінії на основі розімкнутого або короткозамкнутого шлейфа та низькоімпедансного короткого відрізка ДЛ, а також на основі двох розімкнутих або розімкнутого й короткозамкнутого шлейфів дозволяють сформувати резонансну характеристику Фано. Проти ДЛП добротність ДЛ1, ДЛ3 і ДЛ4 більша в 5,5, 11,6 і 47,4 раза, а розміри менші в 1,5, 1,3 і 1,6 раза відповідно; відсутні відгуки на частотах найближчих гармоник.

References

- [1] Fano U. (1961). Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts. *Physical Review Journals Archive*, Vol. 124, Iss. 6, pp. 1866–1878. DOI: 10.1103/PhysRev.124.1866.
- [2] Kamenetskii E., Sadreev A. and Miroshnichenko A., eds. (2018). Fano Resonances in Optics and Microwaves: Physics and Applications. *Springer International Publishing*, Springer Series in Optical Sciences, Vol. 219, 582 p. DOI: 10.1007/978-3-319-99731-5.
- [3] Lim W. X. and Singh R. (2018). Universal behaviour of high-Q Fano resonances in metamaterials: terahertz to near-infrared regime. *Nano Convergence*, Vol. 5, Article number 5. DOI: 10.1186/s40580-018-0137-2.
- [4] Limonov M. F., Rybin M. V., Poddubny A. N. and Kivshar Yu. S. (2017). Fano resonances in photonics. *Nature Photonics*, Vol. 11, pp. 543–554. DOI: 10.1038/nphoton.2017.142.
- [5] Miroshnichenko A. E., Flach S. and Kivshar Y. S. (2010). Fano resonances in nanoscale structures. *Reviews of Modern Physics*, Vol. 82, Iss. 3, pp. 2257–2298. DOI: 10.1103/RevModPhys.82.2257.

- [6] Rahmani M., Luk'yanchuk B. and Hong M. (2013). Fano resonance in novel plasmonic nanostructures. *Laser & Photonics Reviews*, Vol. 7, Iss. 3, pp. 329–349. DOI: 10.1002/lpor.201200021.
- [7] Cao G., Dong S., Zhou L.-M., Zhang Q., Deng Y., Wang C., Zhang H., Chen Y., Qiu C.-W. and Liu X. (2020). Fano Resonance in Artificial Photonic Molecules. *Advanced Optical Materials*, Vol. 8, Iss. 10, 1902153. DOI: 10.1002/adom.201902153.
- [8] Satpathy S., Roy A. and Mohapatra A. (2012). Fano interference in classical oscillators. *European Journal of Physics*, Vol. 33, Number 4, pp. 863–871. DOI: 10.1088/0143-0807/33/4/863.
- [9] Szalay Z. and Nagy L. (2016). Complex Permittivity Measurement by Fano-resonance. *Procedia Engineering*, Vol. 168, pp. 1346–1349. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.11.370.
- [10] Lv B., Li R., Fu J., Wu Q., Zhang K., Chen W., Wang Z. and Ma R. (2016). Analysis and modeling of Fano resonances using equivalent circuit elements. *Scientific Reports*, Vol. 6, 31884. DOI: 10.1038/step31884.
- [11] Zaal R. (1983). *Spravochnik po rasetu filtrov*. [Handbook of filter design]. Moskva, *Radio y sviaz Publ.*, 752 p. [In Russian].
- [12] Guru B. S. and Hizroğlu H. R. (2009). *Electromagnetic Field Theory Fundamentals*, 2nd ed., NY: *Cambridge University Press*, 700 p.
- [13] Nazarko A. I., Nelin E. A., Popsui V. I. and Timofeeva Yu. F. (2010). High-selectivity electromagnetic crystal. *Technical Physics*, Vol. 55, pp. 569–570. DOI: 10.1134/S1063784210040237.
- [14] Nelin E. A. and Nazarko A. I. (2013). Effective electromagnetocrystalline inhomogeneities. *Technical Physics*, Vol. 58, pp. 612–614. DOI: 10.1134/S1063784213040166.

Резонанс Фано в длинной линии

Нелин Є. А., Непочатых Ю. В.

Выполнено сравнение асимметричной резонансной характеристики Фано и симметричной универсальной резонансной кривой. Проанализированы импедансные условия полного отражения, необходимого для формирования нуля характеристики Фано. Теоретически обоснована возможность резонанса Фано в длинных линиях (ДЛ) со шлейфами. Рассмотрены структуры на основе разомкнутого или короткозамкнутого шлейфа и отрезка ДЛ, а также на основе двух разомкнутых или разомкнутого и короткозамкнутого шлейфов. Выполнен математический анализ характеристик структур. Приведены параметры ДЛ и рассчитанные частотные характеристики коэффициента прохождения ДЛ. Выполнено сравнение полученных частотных характеристик с аналитической характеристикой Фано, а также с характеристикой классического полуволнового резонатора. По сравнению с полуволновым резонатором ДЛ с характеристикой Фано позволяют заметно повысить добротность, подавить отклики на частотах ближайших гармоник и уменьшить размеры. Показана возможность реализации сверхузкополосных частотных

характеристик структурой на основе разомкнутого и короткозамкнутого шлейфов.

Ключевые слова: резонансная характеристика; резонанс Фано; длинная линия

Fano Resonance in Transmission Line

Nelin E. A., Nepochatykh Yu. V.

Introduction. Wave phenomena are fundamental in our world. One of the key wave phenomena is resonance, in which the amplitude of the forced oscillations increases sharply. The resonance characteristic of an oscillator — an oscillatory structure with one resonant frequency — is symmetrical with a good approximation. In 1961, Ugo Fano obtained a formula for the asymmetric resonance, later called the Fano resonance. The Fano resonance is due to two-wave interference and is observed in structures of various wave nature. The uniqueness of the Fano resonance is due to the combination of full transmission and full reflection in it with a sharp transition between them, which explains the significant interest in it. For electromagnetic waves of the optical range, Fano resonance is considered in many articles and only a few papers are devoted to the Fano resonance in the radio range. The purpose of this article is to theoretically substantiate the possibility of Fano resonance characteristic forming in a transmission line (TL), as well as to compare a Fano resonance TL with a classical half-wave resonator.

1 Symmetric resonance and Fano characteristics. In many cases, at resonance, the frequency dependence of the normalized oscillation amplitude is approximated by a symmetric universal resonance curve. Initially, the Fano resonance was discovered for quantum-mechanical waves. According to the Planck formula as a result of the transformations, the relationship between universal resonance curve and Fano characteristic arguments is shown.

2 Features of the Fano characteristic. Symmetric resonance curve is determined by single parameter — the quality factor, and Fano characteristic — by two: the quality and the asymmetry factors. Comparison of Fano asymmetric resonance curve and symmetric universal resonance curve has been performed. For convenience of comparison of symmetric resonance curve and Fano characteristic we superpose their maxima shifting Fano characteristic to the left by a value of asymmetry factor to the minus one power and present the resulting expression in the form of symmetric resonance curve expression. If the modulus of the asymmetry factor is much greater than one, symmetric resonance curve and Fano characteristic in the passband are close. Fano characteristic maximum and minimum correspond to the full transmission and full reflection of the wave. To achieve the full reflection special solutions are needed. In such wave structures as reflectors, filters based on TL sections, limited periodic structures relations of the full reflection can only be approached, and their exact fulfillment requires physically unattainable conditions, for example, unlimited periodic structure.

3 Full reflection in the transmission line with a stub. The impedance conditions of the full reflection required for the formation the zero of Fano characteristic are analyzed. One of the solutions is achievable in a TL with

open-circuited or short-circuited stub. Physical features of full reflection in a TL with open-circuited or short-circuited stub are considered.

4 Fano resonance in the transmission lines based on stub and section. Transmission lines based on open-circuited or short-circuited stub and TL section are considered. Based on TL model mathematical analysis of transmission coefficient frequency characteristics of these structures is performed. It is shown that the Fano characteristic is formed in such structures. Transmission line parameters and calculated frequency characteristics are given. Comparison of obtained characteristics with Fano resonance curve as well as with classical half-wave TL resonator characteristic is made. Compared to half-wave resonator, TLs with Fano's characteristic permit sufficiently increase quality factor, suppress responses on near harmonics and to decrease structure size.

5 Fano resonance in the transmission lines based on two stubs. Transmission lines based on two open-circuited or open-circuited and short-circuited stubs are considered. Transmission line parameters and calculated frequency characteristics are given. It is shown, as in the previous case, that the Fano characteristic is formed in such structures and their selectivity is higher compared to half-

wave resonator. Possibility of ultra-narrowband frequency characteristic realization by means of the structure based on open-circuited and short-circuited stubs is demonstrated.

Results discussion. The theoretical component of the obtained results is the established possibility of forming the Fano characteristic in TL with stubs, and the practical one is the possibility of increasing the quality factor and reducing the size of resonant structures based on TL with Fano characteristic against half-wave resonator. Of considerable interest is the possibility of implementing ultra-narrowband frequency characteristics with quality factor $Q > 10^2 \div 10^3$.

Conclusion. The Fano asymmetric resonance characteristic can be described by an expression, which shape is the same as for the symmetric universal resonance curve. Fano characteristic can be formed by TLs based on open-circuited or short-circuited stub with low-impedance TL section as well as by TLs based on two open-circuited stubs or one open-circuited and one short-circuited stubs. Compared to half-wave resonator in the first and the last two TLs quality factor is greater in 5.5, 11.6 and 47.4 times, dimensions are less in 1.5, 1.3 and 1.6 times respectively; there are no responses at the nearest harmonics.

Key words: resonance characteristic; Fano resonance; transmission line