

# Емпіричні моделі залежності електричних параметрів компонентів інтегральних мікросхем від зовнішнього тиску

Зилевич М. О., Кучернюк П. В.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

E-mail: [kuchernuk@kpi.ua](mailto:kuchernuk@kpi.ua)

Одним з факторів, що впливають на електричні характеристики і параметри інтегральних мікросхем, є зовнішній тиск, який найчастіше виникає в результаті процесів розшарування в корпусі мікросхеми. Під дією тиску ширина забороненої зони напівпровідника змінюється, що призводить до зміни електричних параметрів активних і пасивних компонентів інтегральних мікросхем (ІМС). Сучасні моделі залежності ширини забороненої зони від тиску дуже спрощені, не забезпечують точності моделювання в широкому діапазоні значень тиску, що не дозволяє розробити адекватні математичні моделі напівпровідникових компонентів для подальшого вивчення впливу тиску на електричні характеристики і параметри ІМС. Для побудови більш точної математичної моделі залежності ширини забороненої зони кремнію від зовнішнього тиску було експериментально досліджено вплив тиску на електричні параметри інтегрального резистора, діода та біполярного транзистора, які є компонентами спеціалізованої ІМС. Вибір пасивних і активних компонентів для експериментальних досліджень дозволив виключити вплив особливостей технологічних процесів виготовлення і отримати більш достовірні дані для подальшої побудови апроксимаційної моделі. Дослідження проводилися в діапазоні тисків від 0 до 25 ГПа. Виміри проводилися на спеціально сконструйованому вимірювальному стенді. Стенд дозволяє проводити високоточні вимірювання опору інтегральних резисторів, ВАХ-діодів і транзисторів під дією регульованого тиску, що прикладається до поверхні пасивного або активного компонента, реалізованого на кристалі ІМС. Похибка вимірювання цього стенду визначається похибкою мультиметра і становить  $\pm 0,001$  В за напругою і  $\pm 0,0001$  А за струму. Датчик зусилля вносить похибку в  $\pm 0,025$  Н. Отримано вирази для визначення значення ширини забороненої зони через експериментальні значення опору резистора і струму через діод при нульовому тиску і певній величині тиску, що дозволило побудувати емпіричну модель залежності ширини забороненої зони кремнію від тиску. Показано, що класична лінійна модель не відображає реального нелінійного характеру такої залежності. Запропоновано уточнюючий нелінійний коефіцієнт і проведена серія обчислювальних експериментів для вибору оптимального методу апроксимації експериментальних даних. В обчислювальному експерименті були досліджені такі методи апроксимації, як степеневий, логарифмічний, гіперболічний і експонентний. Всі розрахунки проводилися з використанням MATLAB R2016a. Для підвищення точності апроксимації в розрахунках використовувалося 25 експериментальних точок. Найменша відносна похибка апроксимації отримана для гіперболічної апроксимації. В рамках гіперболічного наближення побудована емпірична модель залежності ширини забороненої зони кремнію від зовнішнього тиску, похибка якої не перевищує 2% в діапазоні тисків від 0 до 25 ГПа. На основі запропонованої емпіричної моделі залежності ширини забороненої зони кремнію від тиску побудовані емпіричні моделі відповідних залежностей опору інтегрального резистора і струму через інтегральний діод. Запропоновано корегуючі коефіцієнти, які дозволили знизити відносну похибку моделі для опору до 11%, для струму до 25%. Отримана точність моделей дозволяє використовувати їх для подальших досліджень впливу тиску на електричні характеристики ІМС.

*Ключові слова:* деформація; тиск; заборонена зона; деламінація; модель; апроксимація; провідність; густина струму; напівпровідник

DOI: [10.20535/RADAR.2021.85.60-68](https://doi.org/10.20535/RADAR.2021.85.60-68)

## Вступ

Однією з актуальних задач проектування інтегральних мікросхем (ІМС) є дослідження впли-

ву зовнішніх факторів на вихідні характеристики для подальшого визначення основних факторів, що впливають на роботу мікросхеми. Серед основних факторів впливу найпоширенішим є механічний

тиск (зовнішній або внутрішній), що виникає внаслідок механічних пошкоджень, особливостей умов експлуатації або через деламінацію [1]. Сучасна теоретична база містить недостатньо повне описання фізики процесу деламінаційного впливу (переважає теоретична інформація) [2, 3], а також описано декілька способів визначити зміну електричних характеристик кремнію під дією тиску у вигляді математичних моделей [3–6]. Головною причиною зміни електричних параметрів мікросхеми під дією тиску виступає зміна ширини забороненої зони. Відомі на сьогодні математичні моделі даного впливу [4, 7, 8] не спроможні забезпечити достатній рівень точності для схмотехнічних моделювань, оскільки є надто спрощеними або мають забагато припущень, які унеможливають їх використання для схмотехнічного аналізу та оптимізації. Метою роботи є експериментальне дослідження впливу тиску на електричні параметри напівпровідникових компонентів та побудова емпіричних моделей такої залежності для подальшого застосування у програмах схмотехнічного проєктування ІМС.

## 1 Основна частина

На сьогодні існує достатня кількість наукових робіт, в яких досить вичерпно описано усі аспекти впливу механічного тиску на напівпровідникові матеріали [4, 6, 9]. Ряд робіт присвячені дослідженню впливу тиску на концентрацію носіїв у напівпровідниках [3, 7], дослідженню залежності електропровідності напівпровідників від дії тиску, а також дослідженню процесів генерації-рекомбінації [10]. Аналіз цих робіт дозволяє зробити висновок, що причиною зміни електричних характеристик є зміна ширини забороненої зони під впливом тиску та вплив тиску на механізми розсіювання, які визначають рухливість носіїв. Спрощена модель залежності ширини забороненої зони напівпровідника від тиску має такий вигляд [11]:

$$E_g(X) = E_{g0} - \alpha X, \quad (1)$$

де  $E_{g0}$  — ширина забороненої зони за нормальних умов, яка дорівнює 1,12 еВ;  $E_g(X)$  — ширина забороненої зони під впливом тиску;  $\alpha$  — баричний коефіцієнт;  $X$  — тиск, що діє на кремній. Баричний коефіцієнт для кремнію становить  $3,57 \times 10^{-11}$  еВ/Па.

Експериментальним шляхом було отримано модель (1). Коефіцієнт  $\alpha$  є середнім значенням між експериментальними та теоретичними даними. При цьому були зроблені припущення, що зміна ширини забороненої зони під дією тиску відбувається

прямо пропорційно. Константа, що визначає вплив деформації також обрана середнім значенням серед наведених у довідникових джерелах [3]. Зважаючи на усі спрощення та припущення, які використовувались при виведенні залежності (1), можна зробити висновок про її недостатню точність. Також відсутні математичні моделі залежності рухливості носіїв заряду від тиску, які можна було б використати в математичних моделях напівпровідникових компонентів з метою дослідження впливу високих значень тиску на електричні характеристики ІМС.

Враховуючи, що проведення експериментальних досліджень впливу тиску на ширину забороненої зони напівпровідників та рухливість носіїв з метою побудови більш точних математичних моделей потребує досить потужної експериментальної бази, в роботі було прийнято рішення досліджувати не фізику відповідних процесів у напівпровіднику, а безпосередній вплив тиску на базові електричні параметри компонентів біполярних ІМС (опір інтегральних резисторів, струм через діодну структуру, коефіцієнт підсилення за струмом біполярного транзистора). Вибір саме цих інтегральних компонентів обумовлений особливостями спеціалізованої ІМС, для подальшого схмотехнічного аналізу якої і планується використати моделі, що розробляються.

Питома електропровідність кремнію визначається наступним виразом [11]:

$$\sigma_i = e(p_p \mu_p + n_p \mu_n), \quad (2)$$

де  $\sigma_i$  — питома провідність;  $e$  — заряд електрона;  $p_p$  і  $n_p$  — концентрація основних і неосновних носіїв відповідно;  $\mu_p$  і  $\mu_n$  — рухливість основних і неосновних носіїв заряду відповідно.

Залежність концентрації основних і неосновних носіїв заряду в кремнії р-типу від ширини забороненої зони описуються наступними рівняннями [11, 12]:

$$p_p = N_a + \frac{n_{i0}^2}{N_a} \exp\left(-\frac{E_g(X)}{rT}\right), \quad (3)$$

$$n_p = \frac{n_{i0}^2}{N_a} \exp\left(-\frac{E_g(X)}{rT}\right), \quad (4)$$

де  $n_{i0}$  — власна концентрація носіїв заряду;  $N_a$  — концентрація акцепторної домішки;  $r$  — стала Больцмана;  $T$  — температура.

$$R = \frac{l}{\sigma_i S}, \quad (5)$$

де  $l$  — довжина резистора;  $S$  — площа поперечного перерізу резистора.

$$R = \frac{l}{e \left( \left( N_a + \frac{n_{i0}^2}{N_a} e^{-\frac{E_g(X)}{rT}} \right) \mu_p \right) + \left( \frac{n_{i0}^2}{N_a} e^{-\frac{E_g(X)}{rT}} \mu_n \right)}. \quad (6)$$

З урахуванням виразів (2-5) отримаємо математичну модель впливу тиску на опір кремнієвого резистора, реалізованого в р-області.

У температурному діапазоні, який відповідає області власної електропровідності легованого напівпровідника, виконується співвідношення  $p_p \approx n_p$  [11]. З урахуванням рівняння термодинамічної рівноваги

$$p \times n = n_{i0}^2 e^{-\frac{E_g(X)}{rT}}, \quad (7)$$

вирази (2) та (5) можна записати у вигляді [11]:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E_g(X)}{2rT}}, \quad (8)$$

$$R = R_0 e^{\frac{E_g(X)}{2rT}}. \quad (9)$$

Для подальших досліджень зробимо наступні припущення. Характер залежності електропровідності кремнію від ширини забороненої зони при кімнатних температурах відповідає власній електропровідності і визначається виразом (8). Рухливість носіїв заряду, яка визначається механізмами розсіювання на акустичних фонах, дефектах кристалічної решітки та атомах іонізованих домішок [11, 12], не залежить від зміни ширини забороненої зони та тиску. Коректність цих припущень перевіримо в ході подальших експериментальних досліджень.

Використовуючи вираз (9) можна визначити вплив при нульовому тиску  $R_0$  та певній величині тиску  $X - R_x$  на ширину забороненої зони:

$$E_g(X) = E_{g0} - 2rT \ln \frac{R_0}{R_x}. \quad (10)$$

Вплив тиску на вольт-амперну характеристику (ВАХ) діода проявляється у зміні вихідного струму при незмінній напрузі прямого зміщення. Густина струму р-п переходу залежить від концентрації основних та неосновних носіїв заряду і визначається за наступною формулою [12]:

$$J = e \left( \frac{D_p}{L_p} p_p + \frac{D_n}{L_n} n_p \right) \cdot \left( e^{\frac{eU_m}{rT}} - 1 \right), \quad (11)$$

де  $J$  — повна густина струму;  $D_n$  і  $D_p$  — коефіцієнти дифузії електронів і дірок відповідно;  $L_n$  і  $L_p$  — дифузійні довжини електронів у р-області і дірок у п-області відповідно;  $U_m$  — напруга прикладена до переходу.

Використавши співвідношення між дифузійними довжинами і часом життя носіїв, а також співвідношення між рухливістю носіїв заряду і коефіцієнтом дифузії, густина струму можна представити у наступному вигляді [12]:

$$J = \sqrt{erT} \cdot \left( p_p \sqrt{\frac{\mu_p}{\tau_p}} + n_p \sqrt{\frac{\mu_n}{\tau_n}} \right) \cdot \left( e^{\frac{eU_m}{rT}} - 1 \right), \quad (12)$$

де  $\tau_n$  і  $\tau_p$  — час життя електронів і дірок відповідно.

Вираз (12) демонструє дрейфову складову повної густини струму діода. Провівши деякі додаткові математичні дії та зробивши підстановку з попередніх формул, отримаємо математичну модель залежності струму через діод від зовнішнього тиску:

$$J = \sqrt{erT} \times \left( \left( \frac{n_{i0}^2}{N_d} e^{-\frac{E_g(X)}{rT}} \sqrt{\frac{\mu_p}{\tau_p}} \right) + \left( \frac{n_{i0}^2}{N_a} e^{-\frac{E_g(X)}{rT}} \sqrt{\frac{\mu_n}{\tau_n}} \right) \right) \times \left( e^{\frac{eU_m}{rT}} - 1 \right). \quad (13)$$

Використовуючи вираз (13), у припущенні ступінчатого характеру р-п переходу, коли однією зі складових струму (електронною або дірковою) можна знехтувати. Вплив тиску на ширину забороненої зони можливо визначити за допомогою аналізу відношень струму діода:

$$E_g(X) = E_{g0} + rT \ln \frac{I_0}{I_x}. \quad (14)$$

Коефіцієнт підсилення за струмом  $\beta$  є одним з найважливіших параметрів біполярного транзистора і визначається як відношення струму колектору до струму бази. Якщо для моделювання струму колектору можна використати вираз типу (13), то струм бази визначається рекомбінаційними процесами в базі і існують тільки емпіричні вирази для його моделювання. Це не дозволяє побудувати теоретичну модель та зробити висновки, які фактори будуть визначати залежність струму бази від тиску. Таку залежність можна встановити тільки експериментальним шляхом.

Для експериментальних досліджень впливу зовнішнього тиску на розглянуті вище електричні параметри компонентів біполярних ІМС було проведено цикл експериментів. Вимірювання проводилися за допомогою спеціально розробленого вимірювального стенду [13]. Стенд дає можливість проводити високоточні вимірювання опору інтегральних резисторів, ВАХ діодів та транзисторів під впливом регульованого тиску, який прикладається до поверхні пасивного чи активного компоненту, реалізованого у кристалі ІМС. Похибка вимірювання описаним пристроєм пояснюється похибкою мультиметра  $\pm 0,001$  В для напруги та  $\pm 0,0001$  А для струму. Додаткова похибка визначається датчиком вимірювання сили і складає  $\pm 0,025$  Н.

Проведено експеримент, за допомогою якого визначено вплив механічного тиску на коефіцієнт підсилення (за струмом), суть якого полягає у вимірюванні струму колектору та бази. Дослідження проводилось з інтегральним п-р-п транзистором, який було увімкнено за схемою зі спільним емітером. Під час проведення експерименту напруга на баз-емітерному переході становила 0,7 В, лабораторним блоком живлення визначався вихідний струм бази. При визначенні напруги колектор-емітер струм

не обмежувався, напруга складала 9 В. Результати вимірювань наведені в Таблиці 1.

З експериментальних даних видно, що коефіцієнт підсилення за струмом не змінюється під впливом тиску (незначні відхилення можна пояснити похибкою вимірювань). Це дозволяє зробити висновок, що, незважаючи на різні фізичні механізми (дрейфовий для струму колектору та рекомбінаційний для струму бази), характер залежності цих струмів від зовнішнього тиску є однаковим.

Для дослідження впливу тиску на опір інтегрального резистора, струм через інтегральний діод та ширину забороненої зони було проведено два цикли експериментів. В першому циклі вимірювався опір інтегрального резистора (номінал 125 кОм) при прикладанні зовнішнього механічного тиску. У другому циклі для діода проводилося вимірювання ВАХ. При цьому площа розрізу (поперечного) для такого діода становила  $2,75 \times 10^{-8} \text{ см}^2$ . Під час проведення експерименту напруга прямого зміщення підтримувалася незмінною і становила 0,3 В. На діод прикладався зовнішній механічний тиск і фіксувалося значення струму через діод. Для виключення впливу саморозігріву напівпровідника при протіканні струму через нього, останній було обмежено величиною 30 мА. При цьому температура кристалу знаходилась у діапазоні 20–24 градуси за Цельсієм.

Результати експериментів наведені в Таблиці 2. Цікавим є те, що при збільшенні тиску понад 25 ГПа для першого експерименту значення неможливо бу-

ло виміряти у зв'язку з обмеженим функціоналом мультиметра (значення менші ніж роздільна здатність). Для другого дослідження за дії того самого тиску значення перевищували введені обмеження (захист від впливу саморозігріву). Тому, для подальших розрахунків і побудови моделей використовуватимуться дані, отримані при тиску до 25 ГПа включно. На підставі отриманих експериментальних результатів з використанням виразів (10) і (14) було розраховано значення параметру  $E_g(X)$  при різних величинах тиску і проведено порівняння з моделлю (1) (Табл. 3, Рис. 1).

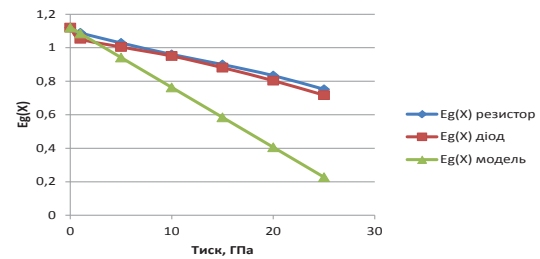


Рис. 1. Залежність значення  $E_g(X)$  від тиску

Відхилення між отриманими значеннями ширини забороненої зони для двох проведених експериментів не перевищує 5%, що може слугувати підтвердженням коректності зроблених вище припущень при отриманні виразів (10) та (14).

Табл. 1 Експериментальне значення коефіцієнта підсилення за струмом від тиску

Тиск, ГПа	0	1	5	10	15	20	25
$I_{к, А}$	$2,02 \times 10^{-6}$	$9,28 \times 10^{-6}$	$1,48 \times 10^{-5}$	$7,23 \times 10^{-4}$	$4,07 \times 10^{-3}$	$1,48 \times 10^{-2}$	$2,80 \times 10^{-1}$
$I_{б, А}$	$2,02 \times 10^{-8}$	$9,10 \times 10^{-8}$	$1,47 \times 10^{-7}$	$7,31 \times 10^{-6}$	$4,03 \times 10^{-5}$	$1,50 \times 10^{-4}$	$2,91 \times 10^{-3}$
$\beta$	100	102	101	99	101	99	99

Табл. 2 Залежність опору інтегрального резистора та вихідного струму інтегрального діода від тиску

Тиск, ГПа	0	1	5	10	15	20	25	30	35	40
Опір, Ом	125000	68758	21279	5625	1753	487,5	108	16,54	3,78	0,715
Струм, А	$3,60 \times 10^{-9}$	$4,90 \times 10^{-8}$	$3,10 \times 10^{-7}$	$2,50 \times 10^{-6}$	$3,80 \times 10^{-5}$	$7,70 \times 10^{-4}$	$2,0 \times 10^{-2}$	$>3,0 \times 10^{-2}$	$>3,0 \times 10^{-2}$	$>3,0 \times 10^{-2}$

Табл. 3 Порівняння експериментальних результатів з моделлю (1)

Тиск, ГПа	0	1	5	10	15	20	25
$E_g(X)$ , eV резистор	1,12	1,08	1,02	0,96	0,90	0,84	0,75
$E_g(X)$ , eV діод	1,12	1,05	1,00	0,95	0,88	0,80	0,71
$E_g(X)$ , eV модель (1)	1,12	1,08	0,94	0,76	0,58	0,40	0,22

Отримані експериментальні результати дозволяють зробити висновок, що існуюча лінійна модель залежності ширини забороненої зони від тиску (1) має прийнятну для подальшого застосування похибку моделювання лише при значеннях тиску до 5 ГПа. При збільшенні тиску модель (1) вже не відображає реальний характер залежності.

Оскільки характер залежності ширини забороненої зони від тиску є нелінійним, доцільно використовувати наступне рівняння:

$$E_g(X) = E_{g0} - \alpha\gamma(X)X,$$

де  $\gamma(X)$  — уточнюючий коефіцієнт, що визначається шляхом апроксимації нелінійної функції.

Розрахуємо запропонований нелінійний коефіцієнт  $\gamma(X)$  при різних величинах тиску, використовуючи отримані експериментальні результати, наведені у Табл. 3. Результати розрахунків відображені в Табл. 4.

Табл. 4 Експериментальне значення  $\gamma$  від тиску

Тиск, ГПа	0	1	5	10	15	20	25
$\gamma$ , резистор	0	0,86	0,55	0,44	0,42	0,41	0,40
$\gamma$ , діод	0	0,88	0,54	0,47	0,44	0,44	0,43

З Табл. 4 видно, що в обох експериментах значення  $\gamma$  співпадають з відхиленням, що не перевищує 8%. Це підтверджує коректність отриманих експериментальних даних та можливість їх застосування для побудови емпіричної моделі залежності ширини забороненої зони від тиску. Для подальших обчислень буде використано усереднені значення коефіцієнту  $\gamma(X)$  та  $E_g(X)$ .

Для побудови емпіричної моделі залежності ширини забороненої зони від тиску скористаємось математичним апаратом апроксимації. Розглянемо

типові методи апроксимації та проведемо обчислювальний експеримент для вибору найбільш точного методу.

Для обробки експериментальних результатів найчастіше використовують найпоширеніші методи апроксимації, серед яких лінійна, експоненціальна, квадратична, гіперболічна, кубічна, логарифмічна, степенева та показникова [14]. Враховуючи, що залежність  $\gamma(X)$  є нелінійною і, відповідно, використання лінійної апроксимації є недоцільним, а квадратична та кубічна апроксимації використовуються для опису величин, що поперемінно зростають і зменшуються (характер розподілу яких не є постійно зростаючим чи спадаючим) [14], в обчислювальних експериментах ці методи використовувати не будемо.

Степенева і показникова апроксимації описуються наступними рівняннями [14]:

$$y = ax^b, \quad (15)$$

$$y = ab^x. \quad (16)$$

Табл. 5 Обчислювальні результати різних методів апроксимації

Експеримент		Степенева		Показникова		Логарифмічна		Гіперболічна		Експоненціальна	
Тиск, ГПа	$\gamma(X)$	$\gamma(X)$	Похиб., %	$\gamma(X)$	Похиб., %	$\gamma(X)$	Похиб., %	$\gamma(X)$	Похиб., %	$\gamma(X)$	Похиб., %
1	0,8772	0,8397	4,27	0,6347	27,64	0,8159	6,99	0,927	4,88	0,6347	27,64
2	0,7894	0,7130	9,68	0,6207	21,37	0,7206	8,72	0,7452	6,26	0,6207	21,37
3	0,7016	0,6479	7,66	0,6070	13,49	0,6648	5,25	0,6747	4,51	0,6070	13,49
4	0,6138	0,6054	1,38	0,5936	3,30	0,6252	1,84	0,5951	3,89	0,5936	3,30
5	0,5261	0,5743	9,16	0,5805	10,34	0,5945	13,00	0,5231	0,57	0,5805	10,34
6	0,5131	0,5501	7,19	0,5677	10,62	0,5694	10,96	0,5045	1,69	0,5677	10,62
7	0,5002	0,5304	6,02	0,5552	10,98	0,5482	9,58	0,4913	1,79	0,5552	10,98
8	0,4873	0,5140	5,47	0,5429	11,40	0,5298	8,71	0,4813	1,24	0,5429	11,40
9	0,4744	0,4999	5,37	0,5309	11,91	0,5136	8,26	0,4736	0,17	0,5309	11,91
10	0,4615	0,4876	5,66	0,5192	12,50	0,4991	8,15	0,4674	1,28	0,5192	12,50
11	0,4549	0,4768	4,81	0,5078	11,62	0,4860	6,83	0,4623	1,62	0,5078	11,62
12	0,4483	0,4671	4,18	0,4965	10,73	0,4740	5,71	0,4581	2,17	0,4965	10,73
13	0,4418	0,4583	3,73	0,4856	9,91	0,4630	4,79	0,4545	2,87	0,4856	9,91
14	0,4352	0,4504	3,48	0,4749	9,11	0,4528	4,03	0,4514	3,71	0,4749	9,11
15	0,4287	0,4431	3,36	0,4644	8,33	0,4433	3,41	0,4488	4,69	0,4644	8,33
16	0,4273	0,4364	2,11	0,4541	6,25	0,4345	1,67	0,4465	4,47	0,4541	6,25
17	0,4260	0,4302	0,97	0,4441	4,23	0,4261	0,01	0,4444	4,30	0,4441	4,23
18	0,4247	0,4244	0,08	0,4343	2,25	0,4183	1,52	0,4426	4,20	0,4343	2,25
19	0,4234	0,4191	1,02	0,4247	0,30	0,4108	2,98	0,4410	4,15	0,4247	0,30
20	0,4271	0,4140	1,92	0,4154	1,59	0,4038	4,34	0,4395	4,12	0,4154	1,59
21	0,4266	0,4093	3,48	0,4062	4,21	0,3970	6,38	0,4382	3,33	0,4062	4,21
22	0,4252	0,4048	4,98	0,3972	6,77	0,3906	8,32	0,437	2,58	0,3972	6,77
23	0,4248	0,4006	6,40	0,3885	9,23	0,3845	10,16	0,4359	1,85	0,3885	9,23
24	0,4240	0,3966	7,76	0,3799	11,64	0,3787	11,92	0,4349	1,15	0,3799	11,64
25	0,4231	0,3928	9,06	0,3715	13,99	0,3731	13,62	0,4339	0,46	0,3715	13,99
Середньоарифм. похибка, %		4,76		9,74		6,68		2,87		9,74	

Визначення коефіцієнтів проводиться шляхом приведення функції до лінійного виду з використанням логарифмування, а після цього за допомогою методів найменших квадратів визначаються значення.

Логарифмічна та гіперболічна апроксимації описуються наступними рівняннями відповідно [14]:

$$y = a \ln x + b, \quad (17)$$

$$y = a + b/x. \quad (18)$$

Для таких методів коефіцієнти визначаються приведенням функції до лінійного виду і використовуючи метод найменших квадратів визначаються шукані значення.

Апроксимація експоненціальним методом описується рівнянням [14]:

$$y = a e^{bx}. \quad (19)$$

Визначення константних значень аналогічно до попередніх методів.

Для вибору методу апроксимації експериментальних значень коефіцієнту  $\gamma(X)$ , який забезпечить найменшу похибку апроксимації, було проведено цикл обчислювальних експериментів. Розрахунки проводились з використанням математичного пакету MATLAB R2016a. Для підвищення точності апроксимації у розрахунках використовувались 25 точок експериментальних даних.

Результати обчислювальних експериментів для розглянутих вище методів апроксимації наведені у табл. 5.

Аналізуючи отримані результати визначено, що для такої задачі найбільшу точність забезпечує гіперболічний метод апроксимації. Тож в подальших розрахунках використано саме такий метод.

Проаналізувавши отримані дані отримано наступну емпіричну модель, яка визначає зміни ширини забороненої зони під дією зовнішнього тиску:

$$E_g(X) = E_{g0} - \alpha \gamma(X) X, \quad (20)$$

$$\gamma(X) = 0,4116 + \frac{5,57 \times 10^8}{X}.$$

У табл. 8 наведено порівняння похибок лінійної моделі (1) та запропонованої емпіричної моделі. Розрахована відносна похибка для описаної вище моделі не більше 2% (в діапазоні тиску від 0 до 25 ГПа), це дозволяє застосовувати її для побудови моделей впливу тиску на параметри активних та пасивних компонентів ІМС. Використання апроксимаційного підходу для визначення нелінійного коефіцієнту  $\gamma(X)$  дозволяє також компенсувати похибку, пов'язану з розрахунком значення баричного коефіцієнту  $\alpha$ .

З виразів (10) та (14) можна отримати наступні залежності опору інтегрального резистору та струму через діод від зовнішнього тиску:

$$R(X) = R(0) \cdot \frac{e^{E_g(X) - E_{g0}}}{2rT}, \quad (21)$$

$$I(X) = I(0) \cdot \frac{e^{E_{g0} - E_g(X)}}{rT}. \quad (22)$$

Табл. 6 Результати моделювання з використанням моделей (20)-(22)

Тиск, ГПа	0	1	5	10	15	20	25
Опір, Ом	125000	68758	21279	5625	1753	487,5	108
Модель (21), Ом	85278	64285	20760	5054	1230	299	73
Похибка, %	31,78	6,50	2,44	10,16	29,82	38,57	32,49
Струм, А	$3,60 \times 10^{-9}$	$4,90 \times 10^{-8}$	$3,10 \times 10^{-7}$	$2,50 \times 10^{-6}$	$3,80 \times 10^{-5}$	$7,70 \times 10^{-4}$	$2,0 \times 10^{-2}$
Модель (22), А	$7,73 \times 10^{-9}$	$1,36 \times 10^{-8}$	$1,31 \times 10^{-8}$	$2,20 \times 10^{-8}$	$3,72 \times 10^{-8}$	$7,70 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^{-2}$
Похибка, %	114,86	72,22	57,90	11,90	2,20	18,55	47,09

Табл. 7 Результати моделювання з використанням моделей (23)-(24)

Тиск, ГПа	0	1	5	10	15	20	25
Опір, Ом	125000	68758	21279	5625	1753	487,5	108
Модель (23), Ом	124602,4	70091,2	23346,9	6233,9	1664,5	444,4	118
Похибка, %	0,320	1,940	9,720	10,820	5,050	8,830	9,880
Струм, А	$3,6 \times 10^{-9}$	$4,9 \times 10^{-8}$	$3,1 \times 10^{-7}$	$2,5 \times 10^{-6}$	$3,8 \times 10^{-5}$	$7,7 \times 10^{-4}$	0,020
Модель (24), А	$3,6 \times 10^{-9}$	$4,9 \times 10^{-8}$	$2,9 \times 10^{-7}$	$2,6 \times 10^{-6}$	$4,7 \times 10^{-5}$	$8,5 \times 10^{-4}$	0,015
Похибка, %	1,460	1,890	5,250	3,850	23,960	10,980	22,480

У табл. 6 наведено порівняння результатів моделювання з використанням моделей (20-22) та експерименту. Відносна похибка для опору доходять до 40%, а для струму – до 100%.

Для збільшення точності емпіричних моделей опору та струму представимо вирази (21), (22) у вигляді

$$R(X) = R(0) \cdot \frac{e^{AE_g(X) - E_{g0}}}{mrT}, \quad (23)$$

$$I(X) = I(0) \cdot \frac{e^{E_{g0} - BE_g(X)}}{nrT}, \quad (24)$$

де  $m, n$  – коригуючі коефіцієнти. Будемо вважати, що ці коефіцієнти не залежать від тиску. Числові значення цих коефіцієнтів, отримані шляхом оптимізаційної процедури з використанням методу найменших квадратів у MATLAB R2016a, наведені у табл. 9.

Значне відхилення коефіцієнтів  $m$  і  $n$  від теоретичних значень (2 для опору та 1 для струму) у діапазоні тиску до 1 ГПа, скоріш за все, пов'язане з впливом зміни рухливості носіїв заряду під дією тиску, що не враховувалось при побудові моделей (20-22). Це питання потребує додаткових досліджень.

Табл. 8 Результати порівняння моделей

Тиск, ГПа	Експеримент	Модель (1)		Емпірична модель	
	Eg(x) еВ	Eg(x) еВ	Відн. пох., %	Eg(x) еВ	Відн. пох., %
1	1,07	1,08	0,85	1,09	1,36
2	1,06	1,05	0,95	1,07	1,01
3	1,04	1,01	3,20	1,06	1,20
4	1,02	0,98	4,50	1,04	1,40
5	1,01	0,94	7,53	1,03	0,90
6	1,00	0,91	9,30	1,01	0,76
7	0,99	0,87	12,30	1,00	0,52
8	0,97	0,83	15,30	0,98	0,28
9	0,96	0,80	17,30	0,97	0,04
10	0,95	0,76	20,50	0,95	0,21
11	0,94	0,73	22,50	0,94	0,40
12	0,92	0,69	25,70	0,92	0,60
13	0,91	0,66	27,80	0,91	0,80
14	0,90	0,62	31,30	0,89	0,90
15	0,89	0,58	34,86	0,88	1,20
16	0,87	0,55	37,22	0,87	1,26
17	0,86	0,51	40,80	0,85	1,32
18	0,84	0,48	43,30	0,84	1,38
19	0,83	0,44	47,10	0,82	1,45
20	0,81	0,41	49,30	0,81	1,51
21	0,80	0,37	53,80	0,79	1,25
22	0,78	0,33	57,90	0,78	1,04
23	0,76	0,30	60,90	0,76	0,78
24	0,75	0,26	65,40	0,75	0,52
25	0,73	0,23	68,70	0,73	0,24
Середньо-арифм. похибка, %		30		0,9	

Табл. 9 Числові значення коригуючих коефіцієнтів

Діапазон тиску	Від 0 до 1 ГПа	Від 1 до 5 ГПа	Більше 5 ГПа
A	1,018	1,000	1,000
m	1,000	2,140	2,140
B	1,018	0,975	1,000
n	0,220	1,040	0,975

У табл. 7 наведено порівняння результатів моделювання залежності опору та струму від зовнішнього тиску з використанням моделей (23), (24) з експериментальними даними. Як видно з табл. 7, відносна похибка моделі для опору не перевищує 11%, а для струму – 25%, що можна вважати прийнятним для подальшого використання отриманих у цій роботі математичних моделей при схемотехнічному моделюванні та аналізі для розробки ІМС із заздалегідь визначними електричними характеристиками та параметрами, що не змінюватимуться при роботі мікросхеми у середовищах зі значним впливом механічного тиску.

## Висновки

У роботі експериментально досліджено вплив зовнішнього тиску на електричні параметри інтегрального резистору, діоду та транзистора. Вибір саме цих інтегральних компонентів обумовлений особливостями спеціалізованої ІМС, для подальшого схемотехнічного аналізу якої і планується використати побудовані в роботі моделі. Показано, що тиск не впливає на коефіцієнт підсилення за струмом біполярного транзистора. Це вказує на те, що, незважаючи на різні механізми (дрейфовий для струму колектору та рекомбінаційний для струму бази), характер залежності цих струмів від зовнішнього тиску є однаковим.

Експериментально досліджено і показано що відома лінійна залежність ширини забороненої зони від тиску є занадто спрощеною і відображає реальний характер цієї залежності тільки при значеннях тиску до 5 ГПа. Введення нелінійного коефіцієнту (який отримано за допомогою апроксимації експериментальних даних) дозволило підвищити точність моделі при розрахунках з високими значеннями тиску. Отримано числові значення коефіцієнтів апроксимації та побудовано оновлену експериментальну модель залежності ширини забороненої зони кремнію від тиску. Розрахована відносна похибка для нової моделі не перевищує 2% для тиску від 0 до 25 ГПа.

З використанням запропонованої емпіричної моделі залежності ширини забороненої зони кремнію від тиску побудовано емпіричні моделі відповідних залежностей опору інтегрального резистору та струму через інтегральний діод. Запропонова-

но коригуючі коефіцієнти, які дозволили знизити відносну похибку моделі для опору до 11%, для струму — до 25%. Отримана точність моделей дозволяє використовувати їх у подальших дослідженнях пов'язаних із впливом тиску на електричні характеристики мікросхем при використанні схематичних методів аналізу та оптимізації.

Подальших досліджень потребує вивчення залежності рухливості носіїв заряду від зовнішнього тиску, що дозволить побудувати відповідні емпіричні моделі та, можливо, скорегувати запропоновану емпіричну модель залежності ширини забороненої зони кремнію від тиску.

## References

- [1] M. R. Begley, J. W. Hutchinson (2017) *The Mechanics and Reliability of Films, Multilayers and Coatings*. England: Cambridge University Press, 288 p.
- [2] Yasuhisa Omura ed. (2013) *Physics of Semiconductor Devices for Analysis*, in SOI Lubistors: Lateral, Unidirectional, Bipolar-type Insulated-gate Transistors, pp.271-287. DOI: 10.1002/9781118487914.ch25
- [3] Boer K. W. and Pohl U. (2018) *Semiconductor Physics*. Springer, 1299 p.
- [4] Ridley B. K. (2013) *Quantum Processes in Semiconductors*. Oxford: Oxford University Press. DOI:10.1093/acprof:oso/9780199677214.001.0001
- [5] Barlian A., Park W.-T., Mallon J., Rastegar A. and Pruitt B. (2009) Review: Semiconductor Piezoresistance for Microsystems, *Proceedings of the IEEE*, Vol 97, pp. 513-552. DOI: 10.1109/JPROC.2009.2013612
- [6] Johnston A. H. (2010) *Reliability and Radiation Effects in Compound Semiconductors*. Singapore: World Scientific, 363 p.
- [7] Creemer J. F. (2002) *The effect of mechanical stress on bipolar transistor characteristics*, Ph.D. dissertation, Delft Univ., 260 p.
- [8] Creemer J.F. and French P.J. (2002) A new model of the effect of mechanical stress on the saturation current of bipolar transistors, *Sensors and Actuators A Physical*, Vol 97-98, pp. 289-295. DOI:10.1016/S0924-4247(01)00854-8
- [9] Kochemyrovskiy V. A. and Sokolov Y. A. (2013) *Defekty krystalicheskoi struktury poluprovodnikovykh materiyalov* [Defects in the crystal structure of semiconductor materials]. Sankt-Peterburh, Russia: SPGU Publ., 36 p.
- [10] Mittal K. L., and Ahsan T.(2014) *Adhesion in Microelectronics*. Hoboken, Scrivener Publishing/Wiley, 368 p.
- [11] Shalimova K.V. (2010) *Fizika poluprovodnikov* [Semiconductor physics]. Sankt-Peterburh, Lan Publ., 400 p.
- [12] Sze S. M., Kwok K. Ng, and Yiming Li (2007) *Physics of Semiconductor Devices*. John Wiley and Sons, 791 p.
- [13] Zylevich, M. O. (2019) Measuring stand for investigation of the influence of inhomogeneous deformation on the bipolar mass components. *Electronic and Acoustic Engineering*, 2(1), 21–25. DOI: 10.20535/2617-0965.2019.2.1.162156
- [14] Ezerskiy V. V. (2011) *Metody approksimatsii funktsii* [Methods for approximating functions]. Omsk, SibGNUK Publ., 52p.

## Эмпирические модели зависимости электрических параметров компонентов интегральных микросхем от внешнего давления

Зилевич М. О., Кучернюк П. В.

Одним из факторов, влияющих на электрические характеристики и параметры интегральных микросхем, является внешнее давление, которое чаще всего возникает в результате процессов расслоения в корпусе микросхемы. Под действием давления ширина запрещенной зоны полупроводника изменяется, что приводит к изменению электрических параметров активных и пассивных компонентов интегральных микросхем (ИМС). Современные модели зависимости ширины запрещенной зоны от давления очень упрощены, не обеспечивают точности моделирования в широком диапазоне значений давления, что не позволяет разработать адекватные математические модели полупроводниковых компонентов для дальнейшего изучения влияния давления на электрические характеристики и параметры интегральных схем. Для построения более точной математической модели зависимости ширины запрещенной зоны кремния от внешнего давления было экспериментально исследовано влияние давления на электрические параметры интегрального резистора, диода и биполярного транзистора, которые являются компонентами специализированной ИМС. Выбор пассивных и активных компонентов для экспериментальных исследований позволил исключить влияние особенностей технологических процессов изготовления и получить более достоверные данные для дальнейшего построения аппроксимационной модели. Исследования проводились в диапазоне давлений от 0 до 25 ГПа. Измерения производились на специально сконструированном измерительном стенде. Стенд позволяет проводить высокоточные измерения сопротивления интегральных резисторов, ВАХ-диодов и транзисторов под действием регулируемого давления, прикладываемого к поверхности пассивного или активного компонента, реализованного на кристалле ИС. Погрешность измерения этого стенда определяется погрешностью мультиметра и составляет  $\pm 0,001$  В по напряжению и  $\pm 0,0001$  А по току. Датчик усилия вносит погрешность в  $\pm 0,025$  Н. Получены выражения для определения значения ширины запрещенной зоны через экспериментальные значения сопротивления резистора и тока через диод при нулевом давлении и определенной величине давления, что позволило построить эмпирическую модель зависимости ширины запрещенной зоны кремния от давления. Показано, что классическая линейная модель не отражает реального нелинейного характера такой зависимости. Предложен уточняющий нелинейный коэффициент и проведена серия вычислительных экспериментов для выбора наиболее оптимального метода аппроксимации экспериментальных данных. В вычислительном эксперименте были исследованы такие методы аппроксимации, как степенной, логарифмический, гиперболический и экспоненциальный. Все расчеты про-



водились с использованием MATLAB R2016a. Для повышения точности аппроксимации в расчетах использовалось 25 экспериментальных точек. Наименьшая относительная погрешность аппроксимации получена для гиперболического приближения. В рамках гиперболического приближения построена эмпирическая модель зависимости ширины запрещенной зоны кремния от внешнего давления, погрешность которой не превышает 2% в диапазоне давлений от 0 до 25 ГПа. На основе предложенной эмпирической модели зависимости ширины запрещенной зоны кремния от давления построены эмпирические модели соответствующих зависимостей сопротивления интегрального резистора и тока через интегральный диод. Предложены поправочные коэффициенты, которые позволили снизить относительную погрешность модели по сопротивлению до 11%, по току до 25%. Полученная точность моделей позволяет использовать их для дальнейших исследований влияния давления на электрические характеристики интегральных схем с использованием схемотехнического анализа и оптимизации.

*Ключевые слова:* деформация; давление; запрещенная зона; деламинация; модель; аппроксимация; проводимость; плотность тока; полупроводник

## An Empirical Model of the Silicon Bandgap Dependence on the External Pressure

*Zylevic M. O., Kucherniuk P. V.*

One of the factors that affect the electrical characteristics and parameters of integrated circuits is the external pressure, which most often results from delamination processes in the thickness of the chip body. Under the influence of pressure, the bandgap of the semiconductor changes, which leads to changes in the electrical parameters of the active and passive components of the IC. Current models of bandgap dependence on pressure are very simplified, do not provide modeling accuracy in a wide range of pressure values, which does not allow to development of adequate mathematical models of semiconductor components for further study of the effect of pressure on the electrical characteristics and parameters of integrated circuits. To build a more accurate mathematical model of the dependence of the band gap of silicon on external pressure, the effect of pressure on the electrical parameters of the integrated resistor, diode and bipolar transistor, which are components of specialized ICs, was

experimentally investigated. The choice of passive and active components for experimental research made it possible to eliminate the influence of the features of technological manufacturing processes and to obtain more reliable data for further construction of the approximation model. The studies were performed in the pressure range from 0 to 25 GPa. Measurements were made using a specially designed measuring stand. The stand makes it possible to perform high-precision measurements of the resistance of integral resistors, VAC diodes, and transistors under the influence of controlled pressure applied to the surface of the passive or active component implemented in the IC crystal. The measurement error of this stand is determined by the error of the multimeter and is  $\pm 0.001$  V for voltage and  $\pm 0.0001$  A for current. An error of  $\pm 0,025$  N is introduced by the force sensor. The expressions were obtained to determine the bandwidth value due to the experimental values of the resistor and current resistance through the diode at zero pressure and a certain amount of pressure, which allowed us to construct the bandgap of silicon on the pressure. It is shown that the classical linear model does not reflect the real nonlinear nature of such a dependence. A clarifying nonlinear coefficient is proposed and a series of computational experiments are conducted to select the most optimal method of approximation of the experimental data. In the computational experiment, such methods of approximation as power, logarithmic, hyperbolic, and exponential were investigated. All calculations were performed using MATLAB R2016a. To increase the approximation accuracy, 25 experimental data points were used in the calculations. The smallest relative error of approximation was obtained for hyperbolic approximation. Using the hyperbolic approximation, an empirical model of the dependence of the bandgap of silicon on the external pressure is constructed, the error of which does not exceed 2% in the pressure range from 0 to 25 GPa. Using the proposed empirical model of the dependence of the width of the silicon bandgap on the pressure, empirical models of the corresponding dependences of the resistance of the integrated resistor and the current through the integrated diode are constructed. Adjustment coefficients are proposed which allowed reducing the relative error of the model for resistance up to 11%, for current up to 25%. The obtained accuracy of the models allows us to use them for further studies of the influence of pressure on the electrical characteristics of integrated circuits using circuit analysis and optimization.

*Key words:* deformation; pressure; bandgap; delamination; model; approximation; conductance; current density; semiconductor