

# Экстремальный сверточно-матричный метод анализа результатов измерений

Асадов Х. Г., Алиева А. Дж.

Национальное Аэрокосмическое Агентство, г. Баку, Азербайджанская Республика

E-mail: [hasadzade2001@yahoo.com](mailto:hasadzade2001@yahoo.com), [amidec.b@gmail.com](mailto:amidec.b@gmail.com)

Матричные методы измерения давно проникли в теорию и практику контроля и диагностики различных многомерных аппаратов и установок, а также в методологию их функционирования. Такое проникновение в первую очередь связано с многомерной структурой самого объекта исследования. Предлагается новый матричный метод обработки результатов измерения, предусматривающий последовательное осуществление таких операций, как (а) формирование экстремальной скалярной свертки, составляемой из двух противофазных (парафазных) частных критериев, перемноженных на весовые коэффициенты. При этом парафазные частные критерии, будучи функциями измеряемого оптического показателя среды, должны иметь противофазную динамику изменения; (б) вывод аналитической формулы для вычисления значения измеряемой величины в зависимости от других показателей системы в момент появления экстремума свертки; (в) проведение аналитических измерительных операций по обнаружению экстремума значения вычисляемой свертки частных критериев при заданных весовых коэффициентах; (г) регулировку весовых коэффициентов для обеспечения максимально достоверной регистрации экстремума значения свертки; (д) составление матрицы значений измеренных величин исследуемого показателя в зависимости от весовых коэффициентов частных критериев. Приведены результаты модельных исследований по апробации предлагаемого метода обработки результатов измерения.

*Ключевые слова:* матричный метод; измерения; свертка; экстремум; поглощение; рассеяние

DOI: [10.20535/RADAP.2021.87.56-60](https://doi.org/10.20535/RADAP.2021.87.56-60)

## Введение

Как отмечается в [1] матричные методы анализа основаны на линейной и векторно-матричной алгебре и применяются для изучения сложных и многомерных структур. Будучи универсальным математическим аппаратом для сложных структурированных многомерных вычислений, матричные методы анализа давно проникли в теорию и практику разработки и проектирования различных многомерных аппаратов и установок, а также в методологию их функционирования. Применительно к измерительной технике такое проникновение в первую очередь связано с многомерной структурой самого объекта исследования, имеющего природное или антропогенное происхождения. Можно привести множество примеров, где матричные технологии внедрены в информационных системах, комплексах и составляют основу соответствующих методик [2–5] их исследования.

Так, например, в работе [2] сообщается о новом методе формирования матрицы измерений, где требуемая частота выборок намного меньше, чем частота Найквиста-Котельникова. Этот метод требует меньший объем памяти, позволяет полностью

восстановить двухмерную структуру изображения и основан на хаотической последовательности Чебышева. Согласно работе [3], метод матрицы целей [6], примененный в производственном предприятии для увеличения эффективности производства, позволил определить основные факторы, влияющие на производительность труда. Этими факторами являются: материалы, рабочая сила, станки и оборудование, используемые методы и окружающая среда. Как отмечается в работе [4], матрица трансмиссии (ТМ) характеризует линейную связь между сигналами на входе и выходе фазирующих полей. Измерение ТМ позволяет получить достаточно полезную информацию для многих приложений, однако требует много времени для случайно выбранной среды. Предложен новый метод матричных измерений, в которых вычислительная сложность намного ниже, чем при использовании фазосдвигающей голографии.

Согласно работе [5], в высокоскоростных оптоволоконных системах передачи информации учет поляризационных эффектов имеет важное значение. Показано, что проведение матричных измерений и соответствующего анализа позволяет получить пол-

ный набор данных об основных поляризационных параметрах оптоволоконной системы передачи.

Следует отметить, что матричные методы относительно широко используются при исследовании оптоэлектронных измерительных систем. Так, например, в работе [6], сообщается о применении метода матричных измерений для определения геометрических характеристик различных двухмерных объектов поля зрения с использованием различных методов сканирования. В работе [7] сообщается о применении метода матричных измерений для исследования квантового состояния систем. При этом измерения должны быть, осуществлены так, чтобы измеритель не оказывал влияние на состояние системы. В работе [8] сообщается об использовании матричных измерений для исследования свойств рассеивающих свет сред. При этом определяется матрица трансмиссии среды, которая полностью определяет прохождение света через линейную среду от модулятора до детектора. Отмечается, что матричные методы полезны применительно не только к рассеивающим системам, но и другим комплексным системам прохождения света. В работе [9] сообщается о применении матричных измерений для исследования сред, способных трансформировать Гауссовы лазерные лучи в излучение с любым заданным законом распределения. В работе [10] сообщается о разработке простого матричного метода для исследования процесса калибровки измерительных оптоэлектронных систем, содержащих оптические приемники и смоделированные источники излучений.

Вышеизложенный краткий обзор состояния применения матричных методов измерения и анализа результатов измерений показывает широкие возможности этих методов и перспективу их дальнейшего применения в оптоэлектронных информационно-измерительных системах.

## 1 Предлагаемый метод обработки результатов измерений

Далее в настоящей статье излагается предлагаемый экстремально-сверточно-матричный метод обработки результатов измерений изменяемых оптических показателей различных материалов и веществ. Целью настоящего исследования является разработка научно-методических основ способа определения концентрации исследуемого вещества спектральным методом, позволяющего повысить точность измерений по сравнению с известным способом основанным на использовании уравнения Бугера-Ламберта-Бэра. Как и следует из названия предлагаемого метода, реализация этого метода предусматривает последовательное осуществление следующих операций:

1. Формирование экстремальной скалярной свертки, составляемой из двух противофазных (парафазных) частных критериев, перемноженных на весовые коэффициенты. При этом парафазные частные критерии, будучи функциями измеряемого оптического показателя среды, должны иметь противофазный градиент изменения, т.е. увеличение измеряемого показателя должно привести к увеличению одного из критериев и уменьшению другого. Отметим, что свойство экстремума такой скалярной свертки часто используется в практике многокритериальной оптимизации [11–14].

2. Вывод аналитической формулы для вычисления значения измеряемой величины в зависимости от других показателей системы в момент появления экстремума свертки.

3. Проведение аналитических измерительных операций по обнаружению экстремума значения вычисляемой свертки частных критериев при заданных весовых коэффициентах.

4. Возможность регулировки весовых коэффициентов для обеспечения максимально достоверной регистрации экстремума значения свертки.

5. Составление матрицы значений измеренных величин исследуемого показателя в зависимости от весовых коэффициентов частных критериев.

Подробно рассмотрим вопросы реализации вышеизложенных операций и процедур.

### 1.1 Формирование экстремальной скалярной свертки

Отметим, что формирование экстремальной скалярной свертки осуществляется с применением известного закона Бугера-Ламберта-Бэра. Хорошо известно [15], что закон Бугера-Ламберта-Бэра определяет степень ослабления оптического сигнала при прохождении светового потока через исследуемую среду. Математическое выражение этого закона имеет вид:

$$I_{\text{вых}} = I_0 e^{-(\alpha_a + \alpha_b) \cdot xc}, \tag{1}$$

$I_{\text{вых}}$  – световой поток на выходе исследуемой среды;  $I_0$  – световой поток на входе исследуемой среды;  $x$  – расстояние прохода оптического потока через исследуемую среду;  $c$  – концентрация исследуемой среды;  $\alpha_a$  – коэффициент абсорбции;  $\alpha_b$  – коэффициент рассеяния.

Модельная формула (1) позволяет представить процесс прохождения светового луча через исследуемую среду в виде двух эквивалентных блок-схем:

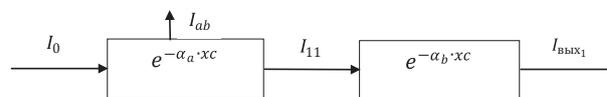


Рис. 1. Первое эквивалентное представление модели (1):  $I_{ab}$  - часть  $I_0$ , поглощённая исследуемой средой

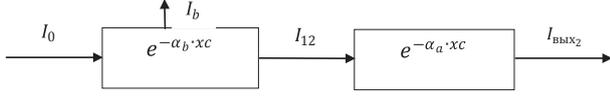


Рис. 2. Второе эквивалентное представление модели (1):  $I_b$  – часть  $I_0$ , рассеянная исследуемой средой

Рассмотрим вопрос об аппаратурном определении показателей  $I_{ab}$  и  $I_b$ . Имеем

$$I_b = I_0 - I_{12} = I_0 - I_0 e^{-\alpha_b xc}, \quad (2)$$

$$I_{ab} = I_0 - I_{11} = I_0 - I_0 e^{-\alpha_a xc}. \quad (3)$$

В то же время

$$I_{ab} = I_0 - [I_0 e^{-(\alpha_b + \alpha_a)xc}] - I_b. \quad (4)$$

Следовательно, для аппаратурного измерения  $I_b$  можно воспользоваться формулой (2) в том смысле, что для определения  $I_b$  достаточно использовать измеритель рассеянного оптического излучения.

Однако, для аппаратурного определения  $I_{ab}$  следует измерить  $I_b$ , сигнал на выходе и вычесть сумму этих сигналов от  $I_{ab}$ .

Таким образом, экстремальная скалярная свертка  $F_1$  применительно к блок-схеме представленной на Рис. 1 имеет вид

$$F_1 = \beta_1 [I_0 - I_0 e^{-\alpha_a xc}] + \beta_2 I_0 e^{-(\alpha_b + \alpha_a)xc}, \quad (5)$$

где  $\beta_1, \beta_2$  – весовые коэффициенты. При  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  получим

$$F_1 = \beta I_0 - \beta I_0 e^{-\alpha_a xc} + \beta I_0 e^{-(\alpha_b + \alpha_a)xc}. \quad (6)$$

Так как в (6) неизвестным и искомым показателем является  $c$ , то приняв  $e^{-xc} = z$ , выражение (6) перепишем как

$$F_1 = \beta I_0 - \beta I_0 z^{\alpha_a} + \beta I_0 z^{\alpha_b + \alpha_a}. \quad (7)$$

Далее, для упрощения (7), приняв  $\alpha_b = \alpha_a = \alpha$ ;  $z^\alpha = \gamma$ , запишем

$$\frac{F_1}{I_0 \beta} = 1 - \gamma + \gamma^2. \quad (8)$$

Исследуем (8) на экстремум. Имеем

$$\frac{d\left(\frac{F_1}{I_0 \beta}\right)}{d\gamma} = -1 + 2\gamma. \quad (9)$$

Следовательно, при  $\gamma = 0,5$  выражение (8) достигает экстремума. При этом отметим, что

$$\gamma = z^\alpha = e^{-xc\alpha} = 0,5. \quad (10)$$

Экстремальная скалярная свертка  $F_2$  применительно к блок-схеме, представленной на Рис. 2 имеет вид

$$F_2 = \beta_1 [I_0 - I_0 e^{-\alpha_b xc}] + \beta_2 [I_0 e^{-(\alpha_b + \alpha_a)xc}], \quad (11)$$

где  $\beta_1, \beta_2$  – весовые коэффициенты.

Также, приняв следующие упрощающие допущения

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta;$$

$$\alpha_a = \alpha_b = \alpha,$$

напишем

$$\frac{F_2}{\beta I_0} = 1 - \gamma + \gamma^2. \quad (12)$$

Так как уравнения (8) и (12) идентичны, то решение (10) также верно для (12). Решения (10) относительно  $c$  дает

$$-xc\alpha = \ln 0,5 \quad \text{или} \quad c = \frac{\ln 2}{x\alpha}. \quad (13)$$

Таким образом, с учетом принятых упрощающих допущений, выражение (13) можно считать требуемым аналитическим выражением, позволяющим определить величину измеряемого показателя при достижении  $F_2$  экстремального значения.

Рассмотрим вопрос об измерении показателей  $I_b$  и  $I_{ab}$ .

Следует отметить, что измерение таких излучений как  $I_b$  и  $I_{ab}$  не составляет особого труда:  $I_b$  может быть измерен спектрометрическим устройством рассеянного излучения, а  $I_{ab}$  может быть измерен согласно выражению (4). Блок-схема такого измерителя показана на Рис. 3.

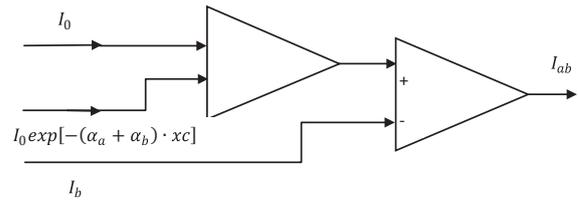


Рис. 3. Функциональная схема устройства для формирования сигнала  $I_{ab}$

Что касается автоматической регистрации экстремумов  $F_1$  или  $F_2$ , то для этого достаточно проводить измерения по триадам  $\{c_i - \Delta c; c_i; c_i + \Delta c\}$ ,  $i = 1, n$  и обнаруживать экстремум по признаку  $c_i - \Delta c < c_i$  и  $c_i + \Delta c < c_i$  (если экстремум является максимумом), или  $c_i - \Delta c > c_i$  и  $c_i + \Delta c > c_i$  (если экстремум является минимумом), где  $\Delta c$  – достоверно регистрируемое приращение  $C$ .

Нетрудно показать, что изменение значений весовых коэффициентов в предлагаемом методе приводит к смещению позиции экстремумов. Чтобы показать это проведем модельное исследование.

## 2 Модельное исследование

Для проведения модельного исследования воспользуемся выражением (11). Приведем это выражение к следующему виду

$$\gamma = \frac{F_2}{I_0} = \beta_1(1-k) + (1-\beta_1)k^2, \quad (14)$$

где  $k = e^{\alpha_b x c}$ .

Вычисленные значения  $\gamma$  для разных значений  $\beta_1$  и  $k$  приведены в Таблице 1. Заметим, что монотонность экспоненциальной функции обеспечивает функциональную эквивалентность процессов поиска экстремума как по  $k$ , так и по  $c$ .

Таблица 1. Значения  $\gamma$  для разных значений  $\beta_1$  и  $k$

$k \backslash \beta_1$	0	0,05	0,1	0,2	0,3
0,1	0,1	0,0972	0,099	0,116	0,151
0,2	0,2	0,1925	0,188	0,192	0,212

## 3 Оценка повышения точности

Сравним предлагаемый метод определения концентрации исследуемого вещества с классическим методом, основанным на законе Бугера–Ламберта–Бера, математическое выражение которого имеет вид (1). Из (1) легко получить следующее выражение для вычисления указанной концентрации, которую обозначим как  $C_k$ :

$$C_k = \frac{\ln(I_0/I_{\text{ВЫХ}})}{x(\alpha_a + \alpha_b)}. \quad (15)$$

С учетом ранее принятого упрощающего условия  $\alpha_a = \alpha_b = \alpha$  получаем

$$C_k = \frac{\ln(I_0/I_{\text{ВЫХ}})}{2x\alpha}. \quad (16)$$

Для предлагаемого метода согласно (13) эта концентрация, далее обозначаемая как  $C_{\Pi}$ , определится как

$$C_{\Pi} = \frac{\ln 2}{x\alpha}. \quad (17)$$

Из (16) и (17) определим выигрыш в точности  $\gamma$ , имея в виду, что суммарные шумы в сравниваемых методах одинаковы:

$$\gamma = \frac{C_{\Pi}}{C_k} = \frac{\ln 2}{\ln(I_0/I_{\text{ВЫХ}})} = \frac{2\ln 2}{\ln(I_0/I_{\text{ВЫХ}})}. \quad (18)$$

Из (18) получаем условия получения выигрыша

$$4 > \frac{I_0}{I_{\text{ВЫХ}}}. \quad (19)$$

Таким образом, при выше принятых допущениях выигрыш в точности будет обеспечен при  $I_0 > 4I_{\text{ВЫХ}}$ .

## Заключение

Как видно из данных приведенных в Таблице 1, при изменении  $\beta_1$  от 0,1 до 0,2 происходит смещение минимума  $F_2/I_0$  в сторону больших значений  $k$ . Следовательно, имея матричные таблицы вышеприведенного типа и задаваясь величиной  $\beta_1$ , по обнаружению позиции экстремума на соответствующей строке можно автоматически определить искомую величину  $k$ . Соответствующие операции показаны пунктиром на полях таблицы матричного типа, куда заранее заносятся значения  $k$ ,  $\beta_1$  и  $\gamma$ . По обнаружению экстремума по направлению пунктирной сломанной стрелки определяется соответствующая величина  $k$ . Таким образом, предлагаемый метод анализа результата измерений позволяет автоматизировать процесс первичной оценки искомой величины путем проведения определенных операций по выводу значения скалярной свертки к экстремальной величине. Другое немаловажное преимущество предлагаемого метода заключается в повышении точности определения концентрации исследуемого вещества в случае измерения относительно больших концентраций, когда выполняется условие (19).

## References

- [1] Matrix method and its application in comparative multivariate analysis [Matrichnyiyy metod i ego primeneniye v sravnitel'nom mnogomernom analize]. [helpiks.org](http://helpiks.org). [In Russian].
- [2] Renjie Yi, Chen Cui, Yingjie Miao, Biao Wu. (2020). A Method of Constructing Measurement Matrix for Compressed Sensing by Chebyshev Chaotic Sequence. *Entropy*, Vol. 22, Iss. 10, 1085. doi:10.3390/e22101085.
- [3] Hernadewita, Nunung Fatmawati, Hermiyetti. (2018). An analysis on enhance productivity through objective matrix (OMAX) method on manufacturing line. *International Journal of Modern Research in Engineering and Technology (IJMRET)*, Vol. 3, Iss. 4, pp. 7-11.
- [4] Chen Y., Sharma M. K., Sabharwal A., Veeraraghavan A., Sankaranarayanan A. C. (2020). 3PointTM: Faster Measurement of High-Dimensional Transmission Matrices. In: Vedaldi A., Bischof H., Brox T., Frahm J.M. (eds). *Computer Vision – ECCV 2020. ECCV 2020. Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 12353, pp. 310-326. Springer, Cham. doi:10.1007/978-3-030-58598-3\_19.
- [5] X Steve Yao, Xiaojun Chen, Tiegen Liu. (2010). High accuracy polarization measurements using binary polarization rotators. *Optics Express*, Vol. 18, Iss. 7, pp. 6667-6685. doi: 10.1364/OE.18.006667.
- [6] Tarnovan I. G., Badila F. L. (2011). Common Applications of Optical Matrix Sensors for Dimensional Control. *Acta Electrotechnica*, Vol. 52, Num. 1, p. 56-61.

- [7] Raymer M. G., Beck M. (2004). 7 Experimental Quantum State Tomography of Optical Fields and Ultrafast Statistical Sampling. In: *Paris M., Řeháček J. (eds) Quantum State Estimation. Lecture Notes in Physics*, Vol. 649, pp. 235-295. Springer, Berlin, Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-540-44481-7\_7.
- [8] Drémeau A., Liutkus A., Martina D., Katz O., Schülke C., Krzakala F., Gigan S., and Daudet L. (2015). Referenceless measurement of the transmission matrix of a highly scattering material using a DMD and phase retrieval techniques. *Optics Express*, Vol. 23, Iss. 9, pp. 11898-11911. doi: 10.1364/OE.23.011898.
- [9] Anthony A. Tovar and Lee W. Casperson. (1997). Generalized beam matrices. IV. Optical system design. *Journal of the Optical Society of America A*, Vol. 14, Iss. 4, pp. 882-894. doi: 10.1364/JOSAA.14.000882.
- [10] P. D. Hale and D. F. Williams (2003). Calibrated measurement of optoelectronic frequency response. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 51, no. 4, pp. 1422-1429. doi: 10.1109/TMTT.2003.809186.
- [11] Denisova L. A. (2016). Automatic feed control of steam generator in the power unit of a nuclear power plant: Modeling and optimization. *Automation and Remote Control*, Vol. 77, No. 6, pp. 1084-92. doi: 10.1134/S00051179160600126.
- [12] Noghin V. (2011). Reducing the Pareto Set Based on Set-point Information. *Scientific and Technical Information Processing*, Vol. 38, No. 6, pp. 435-39. DOI:10.3103/S0147688211050078.
- [13] Xue D. and Chen Y. (2013). System Simulation Techniques with MATLAB and Simulink. *John Wiley & Sons*, 488 p.
- [14] MATLAB Global Optimization Toolbox User's Guide R2020b. *The MathWorks Inc.*
- [15] Bulatov M. I., Kalinkin I. P. (1986). A Practical Guide to Photometric Methods of Analysis [Prakticheskoe rukovodstvo po fotometricheskim metodam analiza]. L.: Himiya, 432 p. [In Russian].

## Екстремальний згортково-матричний метод аналізу результатів вимірів

Асадов Г. Г., Алієва А. Дж.

Матричні методи вимірювання давно проникли в теорію та практику контролю та діагностики різних багатовимірних апаратів та установок, а також у методологію їх функціонування. Таке проникнення насамперед пов'язано з багатовимірною структурою самого об'єкта дослідження. Пропонується новий матричний метод обробки результатів виміру, що дозволяє визначити величину вимірювальних сигналів у динаміці. Для визначення величини сигналу, що вимірюється, використовується ознака появи екстремуму в значенні згортки. Екстремальна властивість такої згортки базується на принципі багатокритеріальної оптимізації. Пропонований матричний метод передбачає послідовне здійснення таких операцій, як (а) формування екстремальної скалярної згортки, що складається з двох протифазних (парафазних) окремих критеріїв, перемножених на вагові коефіцієнти, що нормуються. При цьому парафазні

окремі критерії, будучи функціями оптичного показника середовища, що вимірюється, повинні мати протифазну динаміку зміни, тобто зростання величини одного має супроводжуватися зменшенням значення іншого; (б) виведення аналітичної формули для обчислення значення вимірюваної величини в залежності від інших показників системи в момент появу екстремуму згортки; (в) проведення аналітичних вимірювальних операцій з виявлення екстремуму значення обчислюваної згортки окремих критеріїв при заданих вагових коефіцієнтах; (г) регулювання вагових коефіцієнтів для забезпечення максимально достовірної реєстрації екстремуму значення згортки; (д) складання матриці значень вимірюваних величин досліджуваного показника залежно від вагових коефіцієнтів часткових критеріїв. Наведено результати модельних досліджень щодо апробації запропонованого методу обробки результатів вимірювання, що підтверджують ефективність запропонованого методу.

*Ключові слова:* матричний метод; вимірювання; згортка; екстремум; поглинання; розсіювання

## Extremal Convolutional-Matrix Method for Analysis of Measuring Results

Asadov H. H., Aliyeva A. Dj.

Matrix methods of measurements intruded into theory and practice of control and diagnostics of different multi-measure apparatus and installations and methodic of their functioning. This an intrusion is firstly linked with multi-measure structure of researched object itself. The new matrix method for processing of measuring results is suggested which make it possible to determine value of measuring signals in dynamics. In order to determine the value of measuring signal the principle of occurrence of extremum in convolutions value is utilized. Extremal property of this convolution is based on principle of multi-criteria optimization. The suggested matrix method envisages serial realization of these operations as (a) forming of extremal scalar convolution composed of two anti-phase partial criteria multiplied by normed weight coefficients. The anti-phase partial criteria being the functions of measuring optical parameter of media should has the have anti-phase dynamics of change, i.e. increase of one should accompanied by decrease of another one; (b) development of analytical formula to calculate the value of measuring signal depending of values of other parameters at moment of occurrence of extreme value of convolution; (c) carrying out analytical measuring operations on detection of extreme value of calculated convolution of partial criteria upon given weight coefficients; (d) regulation of weight coefficients to provide the maximum authentic registration of extreme value of convolution; (d) to compose the matrix of values of measured researched parameter depending of weight coefficients of partial criteria. Results of model researches on approbation of suggested method for processing measuring results are given which confirm operability of suggested method.

*Keywords:* matrix method; measurements; convolution; extremum; absorption; scattering