# Дослідження дисперсійних характеристик прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою методом зв'язаних хвиль

Сидорчук О. Л.<sup>1</sup>, Манойлов В. П.<sup>2</sup>, Каращук Н. М.<sup>1</sup>, Парфенюк В. Г.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Житомирський військовий інститут імені С. П. Корольова, Житомир, Україна <sup>2</sup>Державний університет "Житомирська політехніка", Житомир, Україна

E-mail: sidorchuk o@ukr.net

Представлено дослідження дисперсійних характеристик прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою методом зв'язаних хвиль. Прямокутні та круглі хвилеводи із гофрованими стінками зазвичай використовуються у надвисокочастотному діапазоні в якості: смугових фільтрів і фільтрів нижніх частот; опромінювачів багатодіапазонних дзеркальних антен супутникового зв'язку; в радіолокаційних датчиках W-діапазону для виявлення та створення карт космічного сміття та ін. Визначення сталої поширення у прямокутному хвилеводі із гофрованою нижньою стінкою методом зв'язаних хвиль проведено шляхом перетворення однорідного диференціального рівняння з неоднорідними граничними умовами в неоднорідне диференціальне рівняння з однорідними граничними умовами. Електромагнітне поле в чарунках гофри прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою знаходиться через векторний потенціал, який залежить від радіальної координати. Функція зміни електромагнітного поля вздовж радіальної координати визначається шляхом розв'язку рівняння Бесселя. Вектор напруженості магнітного поля та амплітуди складових напруженостей магнітного поля в поперечному перетині прямокутного хвилеводу і тангенціальна до поверхні чарунки складова напруженості електричного поля знайдені через векторний потенціал. Розрахована тангенціальна складова напруженості електричного поля вздовж вузьких стінок прямокутного хвилеводу. Введено еквівалентний магнітний поверхневий струм вздовж широких та вузьких стінок прямокутного хвилеводу. Для регулярного прямокутного хвилеводу із магнітними струмами на його стінках розв'язки рівнянь, які задовільняють умовам ортогональності, для визначення амплітуд електромагнітних полів у додатньому та від'ємному напрямках вздовж осі регулярного прямокутного хвилеводу надають поправку до сталої поширення хвилі *i*-го типу  $k'_i$ . Представлені графіки розрахункових та експериментальних залежностей сталої поширення  $k'_i$  від відношення  $\lambda/a~(\lambda$  – довжина хвилі, м) для хвиль типів квазі  $H_{10}, H_{20}$  і  $H_{01}$  у прямокутному хвилеводі WR-112 із розмірами поперечного перетину  $(a \times b)_{MM} = (28, 5 \times 12, 64)_{MM}$  із гофрованою нижньою стінкою за фіксованих відносних розмірів глибини чарунок – t, відстані між гофрами – s і ширини нижньої основи трапеції, яка утворена поперечним перетином гофри  $D-\delta=t/a$  , u=s/a та p=D/a. Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a\,$ для хвилі типу квазі  $H_{10}$  досліджено в діапазоні частот від 5,2 ГГц до 7,1 ГГц, для хвилі типу квазі H<sub>20</sub> - від 10,5 ГГц до 11,8 ГГц, для хвилі типу квазі  $H_{01}$  – від 11,7 ГГ<br/>ц до 18,1 ГГц. Дисперсійні характеристики хвиль типів квазі H10, H20 та H01 прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою зі зменшенням відносної глибини гофри  $\delta$  наближаються до дисперсійних характеристик типів хвиль регулярного прямокутного хвилеводу та у випадку границі ( $\delta \to 0$ ), співпадають із ними. Похибка розрахункових даних відносно експериментальних складає близько 5%, що підтверджує придатність для практичних розрахунків запропонованого методу навіть у першому наближенні. Запропонована методика може бути доцільною для вибору того наближення, яке забезпечує необхідну на практиці точність розрахунку за мінімального об'єму обчислень. Достовірність та обґрунтованість отриманих результатів забезпечується збіжністю результатів розрахунку за граничних умов із відомими результатами та збіжністю отриманих формул за одиницями вимірювання.

*Ключові слова:* прямокутний хвилевід; гофрований прямокутний хвилевід; метод зв'язаних хвиль; дисперсійне рівняння; стала поширення

DOI: 10.20535/RADAP.2021.86.29-38

## Вступ. Постановка проблеми

Періодичні структури у вигляді прямокутних та круглих хвилеводів із гофрованими стінками зазвичай використовуються у надвисокочастотному (НВЧ) діапазоні [1-11]. Наприклад, в якості смугових фільтрів і фільтрів нижніх частот на основі гофрованих хвилеводів з чебишевською і еліптичною характеристиками загасання [1]. Подібні фільтри ідеально підходять для побудови багатоканальних хвилеводних мультиплексорів, які використовуються в радіосистемах з частотним розділенням сигналів [1]. Гофрований рупор застосовується у якості опромінювача для чотирьох діапазонної (C, X, Ku, Ka) дзеркальної антени супутникового зв'язку [2]. Використання хвилеводів з багатозаходовим спіральним гофруванням поверхні в якості стретчера і компресора для формування надпотужних ультракоротких НВЧ імпульсів методом Chirped-Pulse Amplification (CPA) [3]. Застосування гофрованого круглого хвилеводу із змінним діаметром та глибиною гофри в радіолокаційних датчиках W-діапазону для виявлення та створення карт космічного сміття [4]. Реалізація широкосмугового зв'язку в малогабаритних модернізованих гладких і гофрованих терагерцових хвилеводах і переходів для ядерного магнітного резонансу, динамічної ядерної поляризації [5]. Математичні дослідження поширення електромагнітних хвиль у структурах із гофрованою границею представляють крайову задачу в якій задовільнити граничним умовам на некоординатній границі достатньо складно. Тому за розв'язку таких задач має інтерес застосування наближених методів, які дозволяють врахувати граничні умови [12, 13]. Дослідження особливостей поширення електромагнітних хвиль у нерегулярних хвилеводах призводить до розв'язання крайових задач на системі рівнянь Максвелла зі складними граничними умовами. У більшості випадків такі завдання не мають аналітичних рішень, у зв'язку з чим виникає проблема побудови наближених рішень, які реалізуються, як правило, чисельно [14]. Зокрема, метод зв'язаних хвиль передбачає наступний порядок розрахунків. Спочатку визначаються нормальні хвилі двох гіпотетичних хвилеводів (регулярного та нерегулярного). Це можливо за заміни поверхні границі розподілу металевою стінкою та шаром магнітного струму за розв'язку рівнянь Максвела в одній області, а потім – заміною тієї ж поверхні магнітним екраном та шаром електричного струму за розв'язку граничної задачі в другій області. Це еквівалентно перетворенню однорідного диференціального рівняння з неоднорідними граничними умовами в неоднорідне диференціальне рівняння з однорідними граничними умовами. Потім розповсюдження комбінованого процесу досліджується шляхом розглядання зв'язку між двома сукупностями типів хвиль [15].

## 1 Аналіз останніх досліджень та публікацій

Математичні методи дослідження нерегулярних хвилеводів залежать від характеру нерегулярності. У випадках, коли нерегулярний хвилевід мало відрізняється від регулярного і можна виділити малий параметр нерегулярності, доцільно використовувати асимптотичні методи [16, 17]. Зокрема, для хвилеводів з координатними нерегулярностями можна використовувати метод часткових областей [18], для плавно нерегулярних хвилеводів – метод поперечних перетинів [19], а для хвилеводів з відносно малим просторовим періодом параметра нерегулярності – імпедансний метод [20]. Строгий підхід дослідження нерегулярних (зокрема, гофрованих) хвилеводів передбачає складні строго обґрунтовані методи, наприклад, метод, який використовує перехід від нерегулярного хвилеводу з ізотропним заповненням до регулярного хвилеводу з анізотропним заповненням [12]. У [15] запропоновано метод розв'язання крайових задач для нерегулярних хвилеводів, який об'єднує узагальнений запис леми Лоренца з методом колокацій, що дозволяє зводити крайові задачі до систем інтегро-диференціальних рівнянь, алгебраїзація яких здійснюється ототожненням вузлів колокацій з точками розміщення допоміжних джерел. Вздовж гофрованого хвилеводу розповсюджуються поверхневі хвилі, які виникають якщо на границі розподілу поверхневий опір чисто реактивний – ємнісний для хвиль Н типу та індуктивний для хвиль Е типу [20]. В такому випадку зокрема доцільне застосування методу зв'язаних хвиль з його можливими модифікаціями для подальшого розвитку.

**Метою статті є** дослідження дисперсійних характеристик прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою у діапазоні частот методом зв'язаних хвиль.

## 2 Викладення основного матеріалу

На рис. 1 наведено прямокутний хвилевід 1 із гофрованою нижньою стінкою 2 у прямокутній системі координат.



Рис. 1. Прямокутний хвилевід із гофрованою нижньою стінкою у прямокутній системі координат

Прямокутний хвилевід із гофрованою нижньою стінкою може розглядатися як уповільнюча структура. Її коефіцієнт згасання залежить від глибини чарунок t відносно довжини хвилі і поперечних розмірів хвилеводу  $(a \times b)$  [21]. Гофри вигляду рівнобічної трапеції в повздовжньому перетині прямокутного хвилеводу розташовані на відстані s із шириною нижньої основи трапеції D. Вони можуть пов'язувати різні типи хвиль прямокутного хвилеводу. Форму поперечного перетину гофрів можна вважати трикутною, а їх повздовжній розмір, що перпендикулярний вісі хвилеводу, визначається шириною прямокутного хвилеводу a.

Для знаходження електромагнітного поля в чарунках задається векторний потенціал  $\vec{A}$  вздовж напрямку одиничного вектора  $\vec{e}_{\alpha}$  у циліндричній системі координат. Вона пов'язана із чарункою наступним чином (рис. 2, а)): нижня основа трапеції D за віссю z; висота трапеції t за радіальною координатою r; кут нахилу бічної сторони трапеції  $\alpha$  за кутовою координатою  $\varphi$ .

Векторний потенціал знаходиться за формулою [22]

$$\vec{A} = \vec{e}_{\alpha} R(r) A(\alpha) L(l), \qquad (1)$$

де R(r) – функція зміни електромагнітного поля вздовж радіальної координати r;  $A(\alpha)$  – функція зміни електромагнітного поля вздовж кутової координати  $\alpha$ ; L(l) – функція зміни електромагнітного поля вздовж поперечного перетину гофри за координатою z.

Оскільки поперечні розміри чарунок менші за довжину хвилі, то розповсюдження електромагнітного поля прямокутного хвилеводу вздовж осі zбудемо вважати квазістатичним і незалежним від кутової координати  $\alpha$ . Розподіл електромагнітного поля вздовж чарунки визначається полем прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою, відповідно, векторний потенціал  $\vec{A}$  залежить тільки від радіальної координати r. Отже,

$$\vec{A} = \vec{e}_{\alpha} R(r) \,. \tag{2}$$

Тоді функція R(r) буде відповідати рівнянню Бесселя (однорідному диференційному рівнянню другого порядку)

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + \left(\rho^2 - 1\right) = 0, \tag{3}$$

де  $\rho = kr$  – введена незалежна змінна;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – коефіцієнт фази, рад/м;  $\lambda$  – довжина хвилі в повітрі, м.

Розв'язок рівняння Бесселя має вигляд [22]

$$R(\rho) = C_1 J_1(\rho) + C_2 N_1(\rho) , \qquad (4)$$

де  $C_1, C_2$  – довільні сталі;  $J_1(\rho)$  – функція Бесселя першого роду першого порядку;  $N_1(\rho)$  – функція Неймана першого порядку (функція Бесселя другого роду першого порядку).

Оскільки в області, яка розглядається,  $kr \ll 1$ , застосуємо наближені вирази для циліндричних функцій [23]:

$$J_1(\rho) = \frac{\rho}{2}, \quad N_1(\rho) = \frac{2}{\pi r}.$$

Застосовуючи граничну умову, можна отримати векторний потенціал

$$\vec{A} = \vec{e}_{\alpha} c \, \left( r - \frac{\alpha^2}{r} \right), \tag{5}$$

де *с* – коефіцієнт.

Визначимо вектор напруженості магнітного поля *H* за виразом [22]

$$\overline{H} = rot\bar{A} = \bar{e}_{\alpha}c. \tag{6}$$

Нехай у поперечному перетині прямокутного хвилеводу в чарунках напруженість магнітного поля є постійною. Коефіцієнт *с* визначимо, прирівнявши дотичну поперечну складову відносно вісі прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою повної напруженості магнітного поля до напруженості магнітного поля чарунки. Для визначеності візьмемо в якості ортогональних електромагнітних полів системи електромагнітні поля незбуреного прямокутного хвилеводу.

Нехай у прямокутному хвилеводі із гофрованою нижньою стінкою розповсюджується *N* типів хвиль. Тоді амплітуди складових напруженостей



Рис. 2. Розташування гофри прямокутного хвилеводу в циліндричній системі координат

магнітного поля у поперечному перетині прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою визначаються, застосовуючи лему Лоренца та виведену з неї властивість ортогональності власних хвиль, за формулами [22], гл. XIV, пар. 75, 76:

$$C_{x} = H_{bx} = \sum_{n=1}^{N} \{ C_{-n}(z) H_{-nx}(z) + C_{n}(z) H_{nx}(z) \};$$
(7)

$$C_y = H_{by} = \sum_{n=1}^{N} \{ C_{-n}(z) H_{-ny}(z) + C_n(z) H_{ny}(z) \},$$
(8)

де n — індекс заміни символів типу хвилі " $E_{mn}$ ", " $H_{mn}$ ";  $\pm n$  — знак вказує на напрямок розповсюдження складової магнітної хвилі в додатньому напрямку осі z "+", від'ємному "-";  $C_n(z)$ ,  $C_{-n}(z)$  амплітуди складових напруженостей магнітного поля, A/м додавання здійснюється за всіма додатніми індексами n;  $H_{nx}(z)$  — поперечна складова (за координатою x, вздовж вузької стінки прямокутного хвилеводу b) напруженості магнітного поля вздовж осі z;  $H_{ny}(z)$  — поперечна складова (за координатою y, вздовж широкої стінки прямокутного хвилеводу a) напруженості магнітного поля вздовж осі z.

Визначимо тангенціальну (дотичну) складову вектора напруженості електричного поля  $\overline{E}$  на поверхні чарунки. Відомо, що [22,23]

$$\vec{E} = \frac{1}{i\omega\varepsilon} \left[ grad \ div\vec{A} + k^2\vec{A} \right],\tag{9}$$

де  $\omega$  — колова частота, рад/с;  $\varepsilon$  — відносна діелектрична проникність середовища, яке заповнює прямокутний хвилевід.

Оскільки  $div\overline{A} = 0$ , то отримаємо

$$\vec{E} = -\frac{ik^2}{\omega\varepsilon}\vec{A} = -\frac{i\omega^2\varepsilon\mu}{\omega\varepsilon}\vec{A} = -i\omega\mu\vec{A} = -i\omega\mu\vec{A} = -\vec{e}_{\alpha}i\omega\mu c\left(r - \frac{\alpha^2}{r}\right), \quad (10)$$

де  $\mu$  – відносна магнітна проникність середовища, яке заповнює прямокутний хвилевід.

На зовнішній стороні чарунки  $r = h + \sin \alpha$  (рис. 2, б), тоді

$$\vec{E}_{\tau} = \vec{e}_{\alpha} i \omega \mu c \left( h + \sin \alpha - \frac{\alpha^2}{h + \sin \alpha} \right) \cong \vec{e}_{\alpha} i \omega \mu c h.$$
(11)

За переходу до системи координат розміщення прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою, можна отримати вектор тангенціальної складової напруженості електричного поля

$$\vec{E}_{\tau x} = -\vec{e}_z i\omega\mu h \sum_{n=1}^{N} \{ C_{-n}(z) H_{-nx}(z) + C_n(z) H_{nx}(z) \}.$$
(12)

Вздовж вузьких стінок прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою вектор тангенціальної складової напруженості електричного поля знаходиться за формулою

$$\vec{E}_{\tau y} = -\vec{e}_z i\omega\mu h \sum_{n=1}^{N} \{C_{-n}(z) H_{-ny}(z) + C_n(z) H_{ny}(z)\}.$$
(13)

Введемо еквівалентний магнітний поверхневий струм, вектор якого визначається за формулою [22]

$$\overline{M} = -\left[\overline{n}, \overline{E}_z\right],\tag{14}$$

де  $\overline{E}_z$  – повздовжня складова вектора напруженості електричного поля у прямокутному хвилеводі із гофрованою нижньою стінкою.

Вздовж широких стінок прямокутного хвилеводу вектор еквівалентного магнітного поверхневого струму знаходиться за формулою

$$\vec{M}_{x}(z) = \vec{e}_{x} i \omega \mu h \sum_{n=1}^{N} \{ C_{-n}(z) H_{-nx}(z) + C_{n}(z) H_{nx}(z) \},$$
(15)

вздовж вузьких стінок

$$\vec{M}_{y}(z) = \vec{e}_{y} i \omega \mu h \sum_{n=1}^{N} \{ C_{-n}(z) H_{-ny}(z) + C_{n}(z) H_{ny}(z) \}.$$
(16)

# 3 Розгляд регулярного прямокутного хвилеводу із магнітними струмами на його стінках

Згідно із методикою [24], рівняння для знаходження амплітуд електромагнітних полів у додатньому та від'ємному напрямках осі z регулярного прямокутного хвилеводу  $C_j$  та  $C_{-j}$  відповідно, мають вигляд:

$$\frac{dC_j}{dz} = -\frac{1}{N_j} \oint_l \vec{M}(z) \, \vec{H}_{-j}(x,y) \, e^{-ik_j z} dl; \qquad (17)$$

$$\frac{dC_{-j}}{dz} = \frac{1}{N_j} \oint_l \vec{M}(z) \, \vec{H}_j(x, y) \, e^{ik_j z} dl, \qquad (18)$$

де  $N_j$  – норма *j*-ої власної хвилі, Вт;  $\vec{H}_{\pm j}(x, y)$  – вектор напруженості магнітного поля  $\pm j$ -ої власної хвилі у поперечному перетині регулярного прямокутного хвилеводу;  $e^{\pm i k_j z}$  – множник розповсюдження електромагнітної хвилі в додатньому та від'ємному напрямках осі *z* регулярного прямокутного хвилеводу.

Будемо вважати, що на прямокутний хвилевід із гофрованою нижньою стінкою падає хвиля *i*-го типу з амплітудою  $C_{-i0}$ . Для амплітуди хвилі такого типу можна записати рівняння [22]

$$\frac{dC_{-i0}}{dz} = \frac{1}{N_i} \oint_l \vec{M}(z) \vec{H}_i(x,y) \ e^{ik_i z} dl.$$
(19)

Для рівнянь (17)–(19) справедливі наступні граничні умови: для рівняння (17) –  $C_j(z_2) = 0$ ; для рівняння (18) –  $C_{-j}(z_1) = 0$ ; для рівняння (19) –  $C_{-i}(z_1) = C_{-i0}$ . Де  $z_1$  – координата початку гофрованої ділянки в прямокутному хвилеводі,  $z_2$  – координата кінця цієї ділянки.

Введемо наступні позначення:

$$\gamma_{j-n} = \frac{i\omega\mu h}{N_j} \oint_l H_j(x, y) \, dl; \tag{20}$$

$$\gamma_{jn} = -\frac{i\omega\mu h}{N_j} \oint_l H_j(x, y) H_n(x, y) \, dl; \qquad (21)$$

$$f_1(z) = -\frac{i\omega\mu h}{N} \times \sum_{\substack{n=1\\n\neq j}}^N \Big( C_{-n}(z)\gamma_{-jn} e^{-i(k_n+k_j)z} + C_n(z)\gamma_{-j-n} e^{i(k_n-k_j)z} \Big);$$
(22)

$$f_2(z) = -\frac{i\omega\mu h}{N} \times \sum_{\substack{n=1\\n\neq j}}^N \Big( C_{-n}(z)\gamma_{jn} e^{-i(k_n - k_j)z} + C_n(z)\gamma_{j-n} e^{i(k_n + k_j)z} \Big).$$
(23)

Тоді рівняння (20), (21) можна записати в такому вигляді:

$$\frac{dC_j}{dz} + \gamma_{j-j}C_j = f_1(z); \qquad (24)$$

$$\frac{dC_{-j}}{dz} - \gamma_{-jj}C_{-j} = f_2(z) \,. \tag{25}$$

Рівняння (24) та (25) надають систему рівнянь відносно 2N невідомих амплітуд  $C_{\pm n}(z)$ . Розв'яжемо таку систему без урахування зв'язку між збудженими модами для яких  $n \neq -i$ . Розв'язок такої системи рівнянь буде мати наступний вигляд:

$$\frac{C_{j}(z)}{C_{-i0}} = \gamma_{-i-j} e^{\gamma_{-jj}z} e^{\gamma_{-ii}z_{2}} \times \\
\times \frac{e^{[i\beta_{-i-j}(\gamma_{i-i}+\gamma_{jj})]z} - e^{[i\beta_{-i-j}(\gamma_{-ii}+\gamma_{-jj})]z}}{i\beta_{-i-j} - (\gamma_{-jj}+\gamma_{-ii})}; \quad (26)$$

$$\frac{C_{-j}(z)}{C_{-i0}} = \gamma_{-ij} e^{\gamma_{j-j} z} e^{\gamma_{-ii} z_1} \times \\
\times \frac{e^{[i\beta_{-ij}(\gamma_{j-j}+\gamma_{i-i})]z} - e^{[i\beta_{-ij}(\gamma_{j-j}+\gamma_{-ii})]z}}{i\beta_{-ii} - (\gamma_{j-j}+\gamma_{-ii})}; \quad (27)$$

$$\frac{C_{-j}}{C_{-i0}} = e^{-\gamma_{-ii}(z-z_1)},$$
(28)

де  $\beta_{i-j} = k_i - k_j; \ \beta_{-i-j} = -(k_i + k_j)$  – коефіцієнти фази електромагнітних хвиль, рад/м.

Рівняння (28) надає поправку до сталої поширення хвилі *i*-го типу в прямокутному хвилеводі із гофрованою нижньою стінкою. З урахуванням вказаної поправки стала поширення у прямокутному хвилеводі із гофрованою нижньою стінкою знаходиться за формулою

$$k'_j = k_i + \gamma_{-ii}.\tag{29}$$

# 4 Розрахункові та експериментальні дослідження залежності сталої поширення хвилі *i*го типу k'<sub>j</sub> від відношення λ/а

На рис. 3, рис. 4 та рис. 5 наведено розрахункові і експериментальні залежності сталої поширення хвилі *i*-го типу  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвиль типів квазі  $H_{10}, H_{20}$  і  $H_{01}$  за фіксованих відносних розмірів t, s і  $D - \delta = t/a, u = s/a$  та p = D/a. Експериментальні дослідження проведено для дослідного зразка прямокутного хвилеводу WR-112 із розмірами поперечного перетину (28,5×12,64) мм та гофрованою нижньою стінкою. Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвилі типу квазі  $H_{10}$  досліджено в діапазоні частот від 5,2 ГГц до 7,1 ГГц (рис. 3).



Рис. 3. Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвилі типу квазі  $H_{10}$ 

Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвилі типу квазі  $H_{20}$  досліджено в діапазоні частот від 10,5 ГГц до 11,8 ГГц (рис. 4).



Рис. 4. Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвилі типу квазі  $H_{20}$ 

Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвилі типу квазі  $H_{01}$  досліджено в діапазоні частот від 11,7 ГГц до 18,1 ГГц (рис. 5).



Рис. 5. Залежності сталої поширення  $k'_j$  від відношення  $\lambda/a$  для хвилі типу квазі  $H_{01}$ 

З рис. 3, рис. 4 та рис. 5 видно, що дисперсійні характеристики хвиль типів квазі  $H_{10}$ ,  $H_{20}$  та  $H_{01}$  прямокутного хвилеводу з гофрованою нижньою стінкою знаходяться вище дисперсійних характеристик відповідних ним типів хвиль регулярного пря-

мокутного хвилеводу [25]. Зі зменшенням відносної глибини гофри  $\delta$  дисперсійні характеристики цих типів хвиль прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою наближаються до дисперсійних характеристик типів хвиль регулярного прямокутного хвилеводу та у випадку границі ( $\delta \rightarrow 0$ ), співпадають із ними. Зменшення величини u за  $\delta = const$ , p = const призводить до зменшення критичної частоти прямокутного хвилеводу.

Збільшення величини p призводить до збільшення коефіцієнта згасання, що пояснюється наступним чином. Електромагнітне поле в чарунках гофри, завдяки залежності від поперечних координат, має хвилеводний характер. За збільшення p, розміри хвилеводів, які утворюються боковими стінками чарунок, збільшуються. А це призводить до збільшення в них фазової швидкості розповсюдження електромагнітних хвиль, що, у свою чергу, призводить до збільшення загальної фазової швидкості, отже, до збільшення  $k_j$ .

На рис. 3, рис. 4 та рис. 5 похибка розрахункових даних відносно експериментальних складає близько 5%, що підтверджує придатність для практичних розрахунків запропонованого методу навіть у першому наближенні.

### Висновки

1. Показано можливість застосування методу зв'язаних хвиль для наближеного розрахунку дисперсійних характеристик прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою у діапазоні частот.

2. Наведені розрахункові та експериментальні залежності дисперсійних характеристик прямокутного хвилеводу із гофрованою нижньою стінкою для хвиль типів квазі –  $H_{10}, H_{20}$  та  $H_{01}$  показують вдалість першого наближення.

#### Перелік посилань

- Овечкин В. С. Варианты построения гофрированных волноводных фильтров / В. С. Овечкин, Н. О. Попов // Москва : Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. – 2018. – № 4. – С. 45–58. doi: 10.18698/0236-3933-2018-4-45-58.
- Габриэльян Д. Д. Исследование частотных характеристик облучателя четырехдиапазонной антенны на основе гофрированного рупора / Д. Д. Габриэльян, В. И. Демченко, А. Е. Коровкин, Д. Я. Раздоркин, А. В. Шупилин, Ю. И. Полтавец // Москва : Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2018. Т. 5, №1. С. 58–64. doi: 10.30894/issn2409-0239.2018.5.1.58.64.
- Юровский Л. А. Формирование сверхмощных микроволновых импульсов в системах стретчер-усилителькомпрессор / Л. А. Юровский, И. В. Зотова, Э. Б. Абубакиров, Р. М. Розенталь, А. С. Сергеев, Н. С. Гинзбург// Журнал радиоэлектроники. 2020. № 12. С. 1–11. doi.org/10.30898/ 1684-1719.2020.12.21.

- Haas D. Calculations on Mode Eigenvalues in a Corrugated Waveguide with Varying Diameter and Corrugation Depth / Haas D., Thumm M., Jelonnek J. // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. - 2021. - Vol. 42. - PP. 493-503. doi.org/10.1007/s10762-021-00791.
- Doty F. D. New insights from broadband simulations into small overmoded smooth and corrugated terahertz waveguides and transitions for NMR-DNP / Doty F. D., Doty G. N., Staab J. P., Sizyuk Y., Ellis P. D. // Journal of Magnetic Resonance. - 2021. - Vol. 6-7. - PP. 1-22. doi.org/10.1016/j.jmro.2020.100009.
- Dubroca T. A quasi-optical and corrugated waveguide microwave transmission system for simultaneous dynamic nuclear polarization NMR on two separate 14.1 T spectrometers / T. Dubroca, A. N. Smith, K. J. Pike, et al. // J Magn. Reson. - 2018. - Vol. 289. - PP. 35-44. doi.org/10.1016/j.jmr.2018.01.015.
- Lau C. Circular corrugated miter bend and gap losses for broadband frequency applications / C. Lau, M. C. Kaufman, E. J. Doyle, G. R. Hanson, W. A. Peebles, G. Wang, A. Zolfaghari // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. - 2019. - Vol. 67 (1). - PP. 38-49. doi.org/10.1109/TMTT.2018.2879808.
- Abbasi M. W-band corrugated and non-corrugated conical horn antennas using stereolithography 3D-printing technology / M. Abbasi, D. S. Ricketts // 2016 Asia-Pacific Microwave Conference (APMC), IEEE. - 2016. -PP. 1-3. doi. org/10.1109/APMC.2016. 7931300.
- Patel A. Oversized circular corrugated waveguides operated at 42 GHz for ECHR application / A. Patel, P. Bhatt, K. Mahant, A. Vala, K. Sathyanarayana, S.V. Kulkarni, D. Rathi // Prog. Electromagn. Res. - 2020. -Vol. 88. - PP. 73-82. doi.org/ 10.2528/pierm19102302.
- Каращук Н. М., Манойлов В. П., Сидорчук О. Л., Тарасенко С. М., Чухов В. В. Метод вимірювання ефективної діелектричної проникності частково заповнених хвилеводів за допомогою неузгодженого Тмосту / Вісник НТУУ "КПІ". Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування. – 2019, №78. – С. 6-12. doi: 10.20535/RADAP.2019.78.6-12.
- Габриэльян Д. Д. Построение облучателей многодиапазонных зеркальных антенн систем спутниковой связи / Габриэльян Д. Д., Демченко В. И., Коровкин А. Е., Раздоркин Д.Я., Гвоздяков Ю.А., Полтавец Ю.И.// Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. Москва: – 2017. – Т. 4, №1. – С. 40-45.doi: 10.17238/issn2409-0239.2017.1.40.
- Курушин Е. Н. Дифракция электромагнитных волн на анизотропных структурах / Е. Н. Курушин, Е. И. Нефедов, А. Т. Фиалковский. – Москва : Наука, 1975. – 240 с.
- Нефедов Е. И. Асимптотическая теория дифракции электромагнитных волн на конечных структурах / Е. И. Нефедов, А. Т. Фиалковский. – Москва : Наука, 1972. – 320 с.
- Шаров Г. А. Волноводные устройства сантиметровых и миллиметровых волн/ Г. А. Шаров. – Москва: Горячая линия – Телеком, 2016. – 640 с.
- Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы / Ю. В. Егоров// – Москва: Сов. радио, 1967. – 216 с.

- Buldyrev V. S. Asymptotic methods in the problems of asoustics propagation in ocean waveguide and their number realization/V. S. Buldyrev, V. S. Buslaev// Zap. Nauchn. Sem. LOMI. - 1981. - Vol. 117. - pp. 39-77.
- Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. – Москва: Наука, 1972. – 456 с.
- Манойлов В. П. Широкосмугові рупорні антени зі складною формою поперечного перерізу: монографія / В.П. Манойлов, В.В. Павлюк, Р.Л. Ставісюк. – Житомир : Видавець О. О. Євенок, 2016. – 212 с.
- 19. Гнатюк М. О. Розвиток методу інтегральних рівнянь часткових областей, що перетинаються, для розв'язання хвилеводних задач дифракції: автореф. дис. канд. фіз.-мат. наук : 01.04.03 "Радіофізика"/ М. О. Гнатюк; М-во освіти і науки України, Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Харків, 2021. 20 с.URI: https://openarchive.nure.ua/ handle/document/15556.
- Komarov's V. V. Waveguide microwave filters technical solutions, development trends and calculation methods / V. V. Komarov's, M.A. Lukyanov // Journal of Radio Electronics. - 2021. - Vol. 1. - pp. 1684-1719. doi:10.30898/1684-1719.2021.1.9.
- Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн / Б. М. Петров. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2003. – 358 с.
- 22. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. Москва : Радио и связь, 1988. 440 с.
- Федоров Н. Н. Основы электродинамики: учебное пособие для вузов / Н. Н. Федоров. – Москва: Высшая школа, 1980. – 399 с.
- Лавренко Ю. Е. Распространение волн в многомодовом волноводе с потерями в стенках / Ю. Е. Лавренко // Санкт-Петербург: изв. ЛЭТИ. – 1977. – № 216. – С. 3-6.
- Иларионов Ю.А., Раевский С.Б., Сморгонский В.Я. Расчет гофрированных и частотно-заполненных волноводов / Ю.А. Иларионов, С.Б.Раевский, В.Я. Сморгонский. – Москва: Сов. радио, 1980. – 200 с.

## References

- Ovechkin V. S., Popov N. O. (2018). Varianty postroeniya gofrirovannyh volnovodnyh fil'trov [Alternate Design of Corrugated Waveguide Filters]. Bauman Moscow State Technical Universiti. Journal of Instrument Engineering, No. 4. pp. 45-58. doi: 10.18698/0236-3933-2018-4-45-58. [In Russian].
- [2] Gabriehlyan D. D., Demchenko V. I., Korovkin A. E., Razdorkin D. Ya., Shupilin A. V., Poltavec Yu. I. (2018). Issledovanie chastotnykh kharakteristik obluchatelya chetyrekhdiapazonnoj antenny na osnove gofrirovannogo rupora [The Research of Exciter Frequency Characteristics of a Quad-Band Antenna Based on a Corrugated Horn]. Raketno-kosmicheskoe priborostroenie i informacionnye sistemy [Rocket-space device engineering and information systems], Vol. 5, No. 1. pp. 58-64. doi: 10.30894/issn2409-0239.2018.5.1.58.64. [In Russian].
- [3] Yurovskij L. A., Zotova I. V., Abubakirov E. B., Rozental R. M., Sergeev A. S., Ginzburg N. S. (2020). Generation of ultra-powerful microwave pulses in stretcher-amplifiercompressor systems. *Journal of Radio Electronics*, No. 12. pp. 58-64. doi:10.30898/1684-1719.2020.12.21.

- [4] Haas D., Thumm M., Jelonnek J. (2021). Calculations on Mode Eigenvalues in a Corrugated Waveguide with Varying Diameter and Corrugation Depth. *Journal of Infrared*, *Millimeter, and Terahertz Waves*, Vol. 42. pp. 493-503. doi:10.1007/s10762-021-00791.
- [5] Doty F. D., Doty G. N., Staab J. P., Sizyuk Y., Ellis P. D. (2021). New insights from broadband simulations into small overmoded smooth and corrugated terahertz waveguides and transitions for NMR-DNP. *Journal of Magnetic Resonance Open*, Vol. 6-7, pp. 1-22. doi:10.1016/j.jmro.2020.100009.
- [6] Dubroca T., Smith A. N., Pike K. J., Froud S., Wylde R., et al. (2018). A quasi-optical and corrugated waveguide microwave transmission system for simultaneous dynamic nuclear polarization NMR on two separate 14.1 T spectrometers. *Journal of Magnetic Resonance*, Vol. 289, pp. 35-44. doi: 10.1016/j.jmr.2018.01.015.
- [7] Lau C., Kaufman M. C., Doyle E. J., Hanson G. R., Peebles W. A., Wang G., Zolfaghari A. (2019). Circular Corrugated Miter Bend and Gap Losses for Broadband Frequency Applications. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 67, Iss. 1, pp. 38-49. doi: 10.1109/TMTT.2018.2879808.
- [8] Abbasi M., Ricketts D. S. (2016). W-band corrugated and non-corrugated conical horn antennas using stereolithography 3D-printing technology. *Asia-Pacific Microwave Conference (APMC)*. doi:10.1109/APMC.2016.7931300.
- [9] Patel A., Bhatt P., Mahant K., Vala A., Sathyanarayana K., Kulkarni S. V., Rathi D. (2020). Oversized Circular Corrugated Waveguides Operated at 42 GHz for ECHR Application. *Progress In Electromagnetics Research M*, Vol. 88, pp. 73-82. doi: 10.2528/pierm19102302.
- [10] Karashchuk N. M., Manoilov V. P., Sidorchuk O. L., Tarasenko S. M. and Chukhov V. V. (2019). Method of Measuring Effective Dielectric Permittivity of Partially Filled Waveguides Using a Mismatched T-Bridge. Visnyk NTUU KPI Seriia - Radiotekhnika Radioaparatobuduvannia, Vol. 78, pp. 6-12. doi: 10.20535/RADAP.2019.78.6-12.
- [11] Gabriehlyan D. D., Demchenko V. I., Korovkin A. E., Razdorkin D. Ya., Gvozdyakov Yu. A., Poltavec Yu. I. (2017). Postroenie obluchatelej mnogodiapazonnykh zerkal'nykh antenn sistem sputnikovoj svyazi [Building of exciters of multiband mirror antennas for satellite communication systems]. Raketno-kosmicheskoe priborostroenie i informacionnye sistemy [Rocket-space device engineering and information systems], Vol. 4, No. 1. pp. 40-45. doi: 10.17238/issn2409-0239.2017.1.40. [In Russian].
- [12] Kurushin E. N., Nefedov E. I., Fialkovskij A. T. (1975). Difrakciya elektromagnitnykh voln na anizotropnykh strukturakh [Diffraction of electromagnetic waves by anisotropic structures]. Moskva, Science, 240 p. [In Russian].
- [13] Nefedov E. I., Fialkovskij A. T. (1972). Asimptoticheskaya teoriya difrakcii elektromagnitnykh voln na konechnykh strukturakh [Asymptotic theory of diffraction of electromagnetic waves on finite structures]. Moskva, Science, 320 p. [In Russian].
- [14] Sharov G. A. (2016). Volnovodnye ustrojstva santimetrovykh i millimetrovykh voln [Waveguide devices of centimeter and millimeter waves]. *Goryachaya liniya – Telekom*, 640 p. [In Russian].
- [15] Egorov Yu. V. (1967). Chastichno zapolnennye pryamougolnye volnovody [Partially filled rectangular waveguides]. Moskva: Sov. radio, 216 p. [In Russian].

- [16] Buldyrev V. S., Buslaev V. S. (1981). Asymptotic methods in the problems of asoustics propagation in ocean waveguide and their number realization. *Zapiski Nauchnykh Seminarov LOMI*, Vol. 117. pp. 39-77. [In English].
- [17] Babich V. M., Buldyrev V. S. (1972). Asimptoticheskie metody v zadachah difrakcii korotkih voln [Asymptotic methods in problems of diffraction of short waves]. Moskva, Nauka, 456 p. [In Russian].
- [18] Manojlov V. P., Pavljuk V. V., Stavisjuk R. L. (2016). Shyrokosmugovi ruporni anteny zi skladnoju formoju poperechnogo pererizu: monografija [Broadband horn antennas with a complex cross-sectional shape: a monograph]. Zhytomyr: Vydavec' O. O. Jevenok, 212 p. [In Ukrainian].
- [19] Gnatyuk M. O. (2021). Rozvizok metodu integralnikh rivnyan chastkovikh oblastej, shcho peretinayutsya, dlya rozvyazannya khvilevodnikh zadach difrakcii: avtoref. dis. kand. fiz.-mat. nauk: 01.04.03 "Radiofizika"[Development of the method of integral equations of intersecting partial domains for solving waveguide diffraction problems: author's ref. dis. Cand. physical and mathematical Sciences: 01.04.03 "Radiophysics"]. Open Electronic Archive of Kharkov National University of Radio Electronics, 20 p. [In Ukrainian].
- [20] Komarov V. V., Lukyanov M. A. (2021). Waveguide microwave filters technical solutions, development trends and calculation methods. *Journal of Radio Electronics*, Vol. 1. pp. 1684-1719. doi:10.30898/1684-1719.2021.1.9. [In Russian].
- [21] Petrov B. M. (2003). Ehlektrodinamika i rasprostranenie radiovoln [Electrodynamics and propagation of radio waves]. Moskva, Hotline – Telekom, 358 p. [In Russian].
- [22] Vaynshteyn V. A. (1988). Elektromagnituge volny [Electromagnetic waves]. Moskva, Radio and communication, 1988. 436 p. [In Russian].
- [23] Fedorov N. N. (1980). Osnovy ehlektrodinamiki: uchebnoe posobie dlya vuzov [Fundamentals of electrodynamics: a textbook for universities]. Moskva, High school, 399 p. [In Russian].
- [24] Lavrenko Yu. E. (1977). Rasprostranenie voln v mnogomodovom volnovode s poteryami v stenkakh [Wave propagation in a multimode waveguide with losses in the walls]. Leningrad National Technical Institute, No. 216. pp. 3-6. [In Russian].
- [25] Ilarionov Yu. A., Raevskij S. B., Smorgonskij V. Ya. (1980). Raschet gofrirovannykh i chastotno-zapolnennykh volnovodov [Calculation of corrugated and frequency-filled waveguides]. Moskva, Sov. radio, 200 p. [In Russian].

#### Исследование дисперсионных характеристик прямоугольного волновода с гофрированной нижней стенкой методом связанных волн

Сидорчук О. Л., Манойлов В. Ф., Каращук Н. Н., Парфенюк В. Г.

Представлены исследования дисперсионных характеристик прямоугольного волновода с гофрированной нижней стенкой методом связанных волн.

Прямоугольные и круглые волноводы с гофрированными стенками обычно используются в сверхвысокочастотном диапазоне в качестве: полосовых фильтров и

фильтров нижних частот; облучателей многодиапазонных зеркальных антенн спутниковой связи; в радиолокационных датчиках W-диапазона для обнаружения и создания карт космического мусора и др. Определение постоянной распространения в прямоугольном волноводе с гофрированной нижней стенкой методом связанных волн проведено путем преобразования однородного дифференциального уравнения с неоднородными граничными условиями в неоднородное дифференциальное уравнение с однородными граничными условиями. Электромагнитное поле в ячейках гофры прямоугольного волновода с гофрированной нижней стенкой находится через векторный потенциал, который зависит от радиальной координаты. Функция изменения электромагнитного поля вдоль радиальной координаты определяется путем решения уравнения Бесселя. Вектор напряженности магнитного поля и амплитуды составляющих напряженностей магнитного поля в поперечном сечении прямоугольного волновода и тангенциальная к поверхности ячейки составляющая напряженности электрического поля найдены через векторный потенциал.

Рассчитана тангенциальная составляющая напряженности электрического поля вдоль узких стенок прямоугольного волновода. Введено эквивалентный магнитный поверхностный ток вдоль широких и узких стенок прямоугольного волновода. Для регулярного прямоугольного волновода с магнитными токами на его стенках решения уравнений, которые удовлетворяют условиям ортогональности, для определения амплитуд электромагнитных полей в положительном и отрицательном направлениях вдоль оси регулярного прямоугольного волновода предоставляют поправку к постоянной распространения волны *i*-го типа  $k'_i$ .

Представлены графики расчетных и экспериментальных зависимостей постоянной распространения  $k'_{i}$ от отношения  $\lambda/a$  ( $\lambda$  – длина волны, м) для волн типов квази  $H_{10}, H_{20}$  и  $H_{01}$  в прямоугольном волноводе WR-112 с размерами поперечного сечения  $(a \times b)$  мм = (28,5 × 12,64) мм с гофрированной нижней стенкой прификсированных относительных размерах глубины ячейки t, расстояния между гофрами s и ширины нижней основы трапеции поперечного сечения гофры D -  $\delta = t/a, u = s/a$  и p = D/a. Зависимости постоянной распространения  $k'_j$  от отношения  $\lambda/a$  для волны типа квази Н<sub>10</sub> исследовано в диапазоне частот от 5,2 ГГц до 7,1 ГГц, для волны типа квази Н<sub>20</sub> – от 10,5 ГГц до 11,8 ГГц, для волны типа квази  $H_{01}$ - от 11,7 ГГц до 18,1 ГГц. Дисперсионные характеристикиволн типов квази  $H_{10}, H_{20}$  и  $H_{01}$  прямоугольного волновода с гофрированной нижней стенкой с уменьшением относительной глубины гофры в приближаются к дисперсионным характеристикам типов волн регулярного прямоугольного волновода и в случае границы ( $\delta \rightarrow$ 0), совпадают с ними. Погрешность расчетных данных относительно экспериментальных составляет около 5%, что подтверждает пригодность для практических расчетов предложенного метода даже в первом приближении.

Предложенная методика может быть целесообразной для выбора того приближения, которое обеспечивает необходимую на практике точность расчета при минимальном объеме вычислений.

Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечивается сходимостью результатов расчета по граничным условиям с известными результатами и сходимостью полученных формул по единицам измерения.

Ключевые слова: прямоугольный волновод; гофрированный прямоугольный волновод; метод связанных волн; дисперсионное уравнение; постоянная распространения

#### Research of Dispersion Characteristics of a Rectangular Waveguide with a Corrugated Bottom Wall by the Coupled Wave Method

#### Sydorchuk O. L., Manoilov V. P., Karashchuk N. N., Parfeniuk V. G.

The research on dispersive characteristics of a rectangular waveguide with the goffered bottom wall a method of the connected waves is presented.

Rectangular and round waveguides with the goffered walls usually are used in a superhigh-frequency range as band-pass and low-pass filters, irradiators of multiband mirror aerials of satellite communication; in radar-tracking gauges of a W-range for detection and creation of cards of space garbage, etc. Definition of a constant of distribution in a rectangular waveguide with the goffered bottom wall by the method of the connected waves is conducted by transformation of the homogeneous differential equation with non-uniform boundary conditions to the nonuniform differential equation with homogeneous boundary conditions. The electromagnetic field in the cells of the corrugation of a rectangular waveguide with a corrugated bottom wall is found through the vector potential, which depends on the radial coordinate. The function of changing the electromagnetic field along the radial coordinate is determined by solving the Bessel equation. The vector of the magnetic field strength and the amplitudes of the components of the magnetic field strengths in the cross section of a rectangular waveguide and the component of the electric field strength tangential to the cell surface are found through the vector potential.

The tangential component of the electric field strength along the narrow walls of a rectangular waveguide is calculated. An equivalent magnetic surface current is introduced along the wide and narrow walls of a rectangular waveguide. For a regular rectangular waveguide with magnetic currents on its walls, solutions of equations that satisfy the orthogonality conditions, for determining the amplitudes of electromagnetic fields in the positive and negative directions along the axis of the regular rectangular waveguide, correction to the wave propagation constant of the *i*-th  $k'_j$  type is given.

The graphs of the calculated and experimental dependences of the propagation constant  $k'_j$  on the ratio  $\lambda/a$  ( $\lambda$  - wavelength, m) for waves of quasi types  $H_{10}, H_{20}$ , and  $H_{01}$  in a WR-112 rectangular waveguide with cross-sectional dimensions  $(a \times b) mm = (28, 5 \times 12, 64) mm$  with a corrugated bottom wall at fixed relative dimensions of the cell depth t, the distance between the corrugations s and the width of the lower base of the trapezoid of the cross-section of the corrugation  $D - \delta = t/a, u = s/a, and p = D/a$ . The dependences of the propagation constant  $k'_j$  on the ratio  $\lambda/a$  for a quasi-type wave  $H_{10}$  were studied in the

frequency range from 5.2 GHz to 7.1 GHz, for a quasi-type wave  $H_{20}$  - from 10.5 GHz to 11.8 GHz, for a quasi-type wave  $H_{01}$  - from 11.7 GHz up to 18.1 GHz. The dispersion characteristics of waves of the types of quasi  $H_{10}$ ,  $H_{20}$ , and  $H_{01}$  a rectangular waveguide with a corrugated bottom wall with a decrease in the relative depth of the corrugation  $\delta$ approach the dispersion characteristics of the types of waves of a regular rectangular waveguide and, in the case of the boundary ( $\delta \rightarrow 0$ ), coincide with them. The error of the calculated data relative to the experimental data is about 5%, which confirms the suitability of the proposed method for practical calculations even in the first approximation. The proposed technique may be appropriate for choosing the approximation that provides the required calculation accuracy in practice with a minimum amount of computation.

The reliability and validity of the results obtained is ensured by the convergence of the results of the calculation according to the boundary conditions with the known results and the convergence of the formulas obtained by the units of measurement.

Key words: rectangular waveguide; corrugated rectangular waveguide; coupled wave method; dispersion equation; constant spread