

---

## РАДИОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.372.062:621.316.722

### АНАЛИЗ ЛИНЕЙНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЮЩИМИСЯ КОНДЕНСАТОРАМИ КОМПАКТНЫМ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ПРИПАСОВЫВАНИЯ

*Артеменко М.Е.<sup>1</sup>, д. т. н., профессор,*

*Рыбин А.И.<sup>2</sup>, д. т. н., профессор,*

*Кумсия М.С.<sup>2</sup>, аспирант*

<sup>1</sup>*Государственный университет информационно-коммуникационных технологий, г. Киев, Украина*

<sup>2</sup>*Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт" г. Киев, Украина*

#### Введение

Для анализа линейно-параметрических цепей с переключающимися конденсаторами в работе [1] предложен компактный модифицированный метод припасовывания, который позволяет непосредственно получить матричные коэффициенты разностных уравнений SC-фильтра из матрицы уравнения состояния ARC - прототипа для самой распространенной SC-схемы замещения резисторов. В работе [2] этот метод получил дальнейшее развитие в результате определения класса схем аналоговых ARC-прототипов, к которому компактный модифицированный метод припасовывания применим, и алгоритма формирования уравнения состояния ARC-прототипа по таблице включения его элементов. Важным вопросом, рассматриваемым в данной статье, является разработка формализованного математического аппарата формирования разностных уравнений SC-фильтра для всех конденсаторно-ключевых схем замещения резисторов.

1. Формализованное описание конденсаторно-ключевых схем замещения резисторов

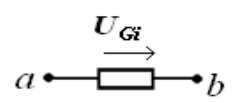
Пусть схема аналогового ARC-прототипа SC-фильтра содержит  $n+2$  узла, причем узел  $0'$  является общим, узел  $0$  - входным,  $n$  - выходным. Между узлами  $0$  и  $0'$  включен источник напряжения  $E$ . Первые  $m$  номеров, которые образуют множество  $M$ , присвоим узлам, соединенным с обкладками  $m$  соответствующих конденсаторов множества  $C$  и не связанным с выходами операционных усилителей (ОУ). Оставшиеся  $u = n - m$  номеров узлов, которые образуют множество  $N$ , зарезервируем для подключения выходов ОУ, образующих множество  $A$ , и других элементов. При этом предполагается, что другие  $u$  выводов зависимых источников напряжения ОУ подключены к узлу  $0'$ , множество  $u$  управляющих разомкнутых ветвей ОУ

обозначено  $V$ , множество  $r$  проводимостей обозначено  $G$ . Тогда может быть сформирована таблица включения элементов между узлами схемы ARC-прототипа (рис.1), в блоках которой располагаются топологические подматрицы, состоящие из элементов 1,0,-1, а каждый из резистивных элементов  $G_i$  ARC-прототипа, включенный между узлами  $a$  и  $b$ , вносится в таблицу включения элементов в соответствии с табл.1.

		M	N	
	0	1 2...m	m+1...n	0'
E	1	0	0	-1
C	$d_C$	$D_{CM}$	$D_{CN}$	$d_0$
V	0	$D_{VM}$	$D_{VN}$	
A	0	$D_{AM}$	$D_{AN}$	
G	$d_G$	$D_{GM}$	$D_{GN}$	

Рис.1. Таблица включения элементов ARC-прототипа

Таблица 1

ЭЛЕМЕНТ	ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА	ЗАПОЛНЕНИЕ МАТРИЦЫ D				
<i>резистор ARC-прототипа</i>		<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>a</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>b</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> </tr> </table>	$a$	$b$	1	-1
$a$	$b$					
1	-1					

Базовыми элементами SC-схем является система противофазно ключей, управляемых с периодом  $T = 1/f_T$  (рис.2а), которую условно обозначают графическим символом на рис.2б.

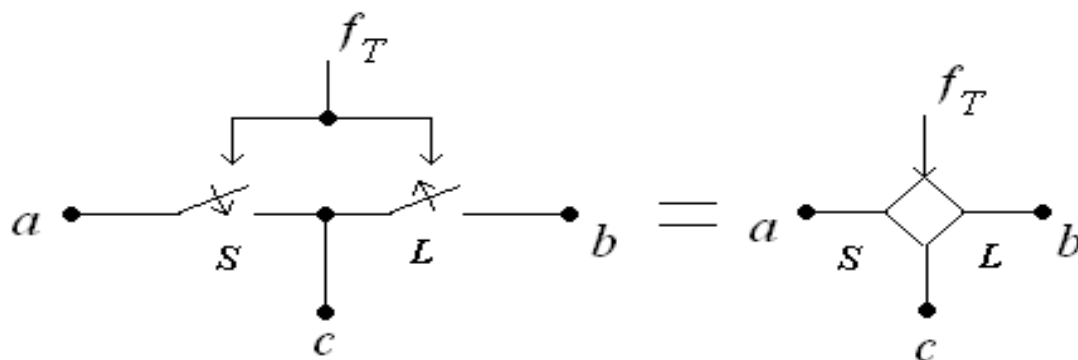


Рис.2. Система противофазно управляемых ключей

Далее будем считать, что все ключи приведенных SC- цепей подключаются и отключаются одной и той же тактовой частотой  $f_T$ , что приводит

к наличию двух состояний цепи – фаза  $S$ , когда замкнуты все ключи  $S$  и разомкнуты все ключи  $L$ , и фаза  $L$ , когда замкнуты все ключи  $L$  и разомкнуты все ключи  $S$ .

Схемы, имитирующие резистор  $G_i$  ключами рис.2 с конденсатором  $C'_i$ , приведены на рис.3 [3].

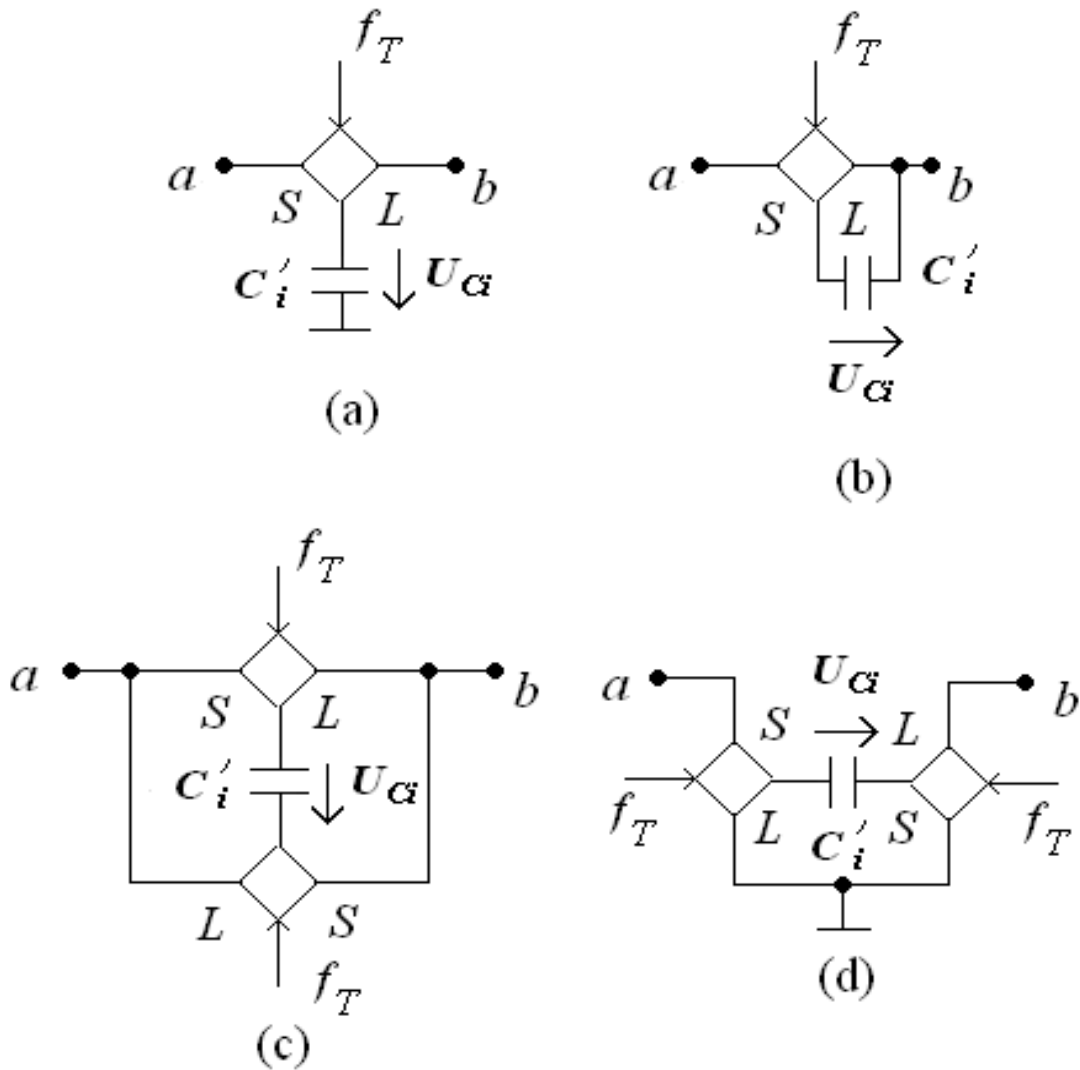


Рис.3. Конденсаторно-ключевые эквиваленты резисторов

Проанализировав эквивалентные схемы подключения вспомогательных конденсаторов в фазах  $S$  и  $L$ , заполняем фрагменты топологических матриц подключения  $C'_i$ , приведенные в табл.2.

Таблиця 2

SC-ЭКВИВАЛЕНТ РЕЗИСТОРА	ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА		ЗАПОЛНЕНИЕ МАТРИЦЫ D	
	фаза S	фаза L	фаза S	фаза L
СХЕМА 1 (РИС.3а)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
СХЕМА 2 (РИС.3б)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
СХЕМА 3 (РИС.3в)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
СХЕМА 4 (РИС.3д)			$\begin{bmatrix} a & b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Введем матричную функцию матричного аргумента  $Y = Ed(X)$  следующим соотношением

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, x_{ij} = 1; \\ 0, x_{ij} \neq 1, \end{cases}$$

тогда матрицы включения вспомогательных конденсаторов для различных фаз и схем эквивалентов резистора могут быть выражены через матрицу прототипа следующим соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_G &= [\mathbf{d}_G : \mathbf{D}_{GM} : \mathbf{D}_{GN}] \\ \mathbf{D}_1^S &= Ed(\mathbf{D}_G), \mathbf{D}_1^L = Ed(-\mathbf{D}_G); \\ \mathbf{D}_2^S &= \mathbf{D}_G, \mathbf{D}_2^L = \mathbf{0}; \\ \mathbf{D}_3^S &= \mathbf{D}_G, \mathbf{D}_3^L = -\mathbf{D}_G; \\ \mathbf{D}_4^S &= Ed(\mathbf{D}_G), \mathbf{D}_4^L = -Ed(-\mathbf{D}_G). \end{aligned} \tag{1}$$

В обозначениях топологических матриц в формулах (1) верхний индекс указывает фазу, нижний – номер схемы замещения из табл. 2. Каждая пара матриц, соответствующая определенному виду схемы замещения резисторов, характеризует таблицы включения элементов для обеих фаз SC-цепи. В дальнейшем при выводе обобщенных разностных уравнений SC-цепей нижние индексы будем опускать.

### Формирование разностных уравнений SC-цепей на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа

Выведем расчетные соотношения, устанавливающие непосредственную связь между матричными коэффициентами разностных уравнений SC-фильтра при различных схемах замещения резисторов на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа при следующих допущениях.

1. Схема соединения и параметры конденсаторов и операционных усилителей SC-фильтра полностью соответствуют ARC-прототипу, при этом заимствованные конденсаторы назовем основными, а каждый резистивный элемент прототипа проводимостью  $G_i$  реализуются одной из приведенных на рис.3 схем SC-эквивалентов.

2. Обмен энергией между основными и вспомогательными конденсаторами SC-фильтра происходит мгновенно по обобщенному закону коммутации с сохранением зарядов в узлах цепи, образовавшейся после коммутации.

На основании результатов работы [2] алгебраические условия формирования уравнений состояния ARC-прототипа и условия применимости компактного модифицированного метода припасовывания составляют систему

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{D}_{AM} = \mathbf{0}; \\ \mathbf{D}_{AN} = \mathbf{I}; \\ \det[\mathbf{D}_{CM}] \neq 0; \\ \det[\mathbf{D}] = \det \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{CM} & \mathbf{D}_{CN} \\ \mathbf{D}_{VM} & \mathbf{D}_{VN} \end{bmatrix} \neq 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

а вектор независимых потенциалов выражается через напряжения конденсаторов и источника следующим образом

$$\Phi = \mathbf{D}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E), \quad (3)$$

где 
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} [\mathbf{D}^{-1}]_{MM} \\ [\mathbf{D}^{-1}]_{NM} \end{bmatrix}.$$

Через полученные матрицы  $\mathbf{D}^S$  и  $\mathbf{D}^L$  могут быть выражены уравнения для токов и напряжений вспомогательных конденсаторов.

По первому закону Кирхгофа в матричной форме записи для узлов множества М

$$\mathbf{D}_{\text{CM}}^T \mathbf{I}_C + (\mathbf{D}_M^L)^T \mathbf{I}_{C'} = \mathbf{0}; \frac{t}{T} = k + 0.5, \quad (4)$$

$$\mathbf{D}_{\text{CM}}^T \mathbf{I}_C + (\mathbf{D}_M^S)^T \mathbf{I}_{C'} = \mathbf{0}; \frac{t}{T} = k + 1.$$

В силу второго допущения для узлов, фигурирующих в уравнении (4), при переходе через временные точки коммутации выполняется закона сохранения заряда

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{\text{CM}}^T \Delta \mathbf{q}_{k+0.5} + (\mathbf{D}_M^L)^T \Delta \mathbf{q}'_{k+0.5} &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{D}_{\text{CM}}^T \Delta \mathbf{q}_{k+1} + (\mathbf{D}_M^S)^T \Delta \mathbf{q}'_{k+1} &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Delta \mathbf{q}_k, \Delta \mathbf{q}'_k$  – приращения зарядов основных и вспомогательных конденсаторов в соответствующих временных точках.

Введем  $\mathbf{B}^+ = (\mathbf{D}_{\text{CM}}^T)^{-1} (\mathbf{D}_M^S)^T$ ;  $\mathbf{B}^- = (\mathbf{D}_{\text{CM}}^T)^{-1} (\mathbf{D}_M^L)^T$ , тогда с учетом компонентных уравнений  $\mathbf{q} = \mathbf{C} \mathbf{U}_C$ ;  $\mathbf{q}' = \mathbf{C}' \mathbf{U}'_C$ , где  $\mathbf{C}, \mathbf{C}'$  – диагональные матрицы параметров емкостей соответствующих конденсаторов, уравнения (5) представляются так

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(\mathbf{U}_{k+0.5} - \mathbf{U}_k) + \mathbf{B}^- \mathbf{C}'(\mathbf{U}'_{k+0.5} - \mathbf{U}'_k) &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{C}(\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_{k+0.5}) + \mathbf{B}^+ \mathbf{C}'(\mathbf{U}'_{k+1} - \mathbf{U}'_{k+0.5}) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\mathbf{U}_k = \mathbf{U}_C(kT + 0); \mathbf{U}'_k = \mathbf{U}'_C(kT + 0).$$

Напряжения на вспомогательных конденсаторах могут быть выражены через вектор узловых потенциалов и далее через вектор переменных состояния и напряжение входного источника в каждом из интервалов периода коммутации

$$\mathbf{U}'_C = \mathbf{D}_\phi^S \boldsymbol{\phi} + \mathbf{d}_E^S E = \mathbf{D}_\phi^S \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^S E = \mathbf{P}^+(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^S E; k < \frac{t}{T} < k + 0.5; \quad (7)$$

$$\mathbf{U}'_C = \mathbf{D}_\phi^L \boldsymbol{\phi} + \mathbf{d}_E^L E = \mathbf{D}_\phi^L \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^L E = \mathbf{P}^-(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) + \mathbf{d}_E^L E; k + 0.5 < \frac{t}{T} < k + 1,$$

где  $\mathbf{P}^+ = \mathbf{D}_\phi^S \mathbf{M}$ ;  $\mathbf{P}^- = \mathbf{D}_\phi^L \mathbf{M}$ .

Подстановка значений векторов  $\mathbf{U}'_C$  системы (7) в уравнения (6) позволяет получить систему разностных уравнений относительно вектора переменных состояния

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^-(\mathbf{U}_{k+0.5} - \mathbf{d}_C E_{k+0.5}) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^L E_{k+0.5} &= \mathbf{U}_k + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^+(\mathbf{U}_k - \mathbf{d}_C E_k) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^S E_k; \\ \mathbf{U}_{k+1} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^+(\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{d}_C E_{k+1}) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^S E_{k+1} &= \mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}' \mathbf{P}^-(\mathbf{U}_{k+0.5} - \mathbf{d}_C E_{k+0.5}) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C} \mathbf{d}_E^L E_{k+0.5}. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначим  $\mathbf{L}_0 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^-$ ;  $\mathbf{L}_1 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^+$ ;  $\mathbf{R}_0 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^-$ ;  $\mathbf{R}_1 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^+$ , и найдем матрицы

$$\mathbf{F}_{00} = \mathbf{L}_0 \mathbf{R}_0; \mathbf{F}_{01} = \mathbf{L}_0 \mathbf{R}_1; \mathbf{F}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_1; \mathbf{F}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_0 \quad \text{и векторы}$$

$$\mathbf{f}_{00} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{00} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{01} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{01} \mathbf{d}_C;$$

$\mathbf{f}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{11} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{10} \mathbf{d}_C$ , тогда система (8) приобретает компактный вид

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{00})\mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{f}_{00}E_{k+0.5} &= (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{01})\mathbf{U}_k + \mathbf{f}_{01}E_k; \\ (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})\mathbf{U}_{k+1} + \mathbf{f}_{11}E_{k+1} &= (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{10})\mathbf{U}_{k+0.5} + \mathbf{f}_{10}E_{k+0.5}. \end{aligned} \quad (9)$$

Пример расчета матричных коэффициентов разностных уравнений  
Для схемы ARC-прототипа ФВЧ второго порядка [4] на рис. 4а с таблицей включения элементов

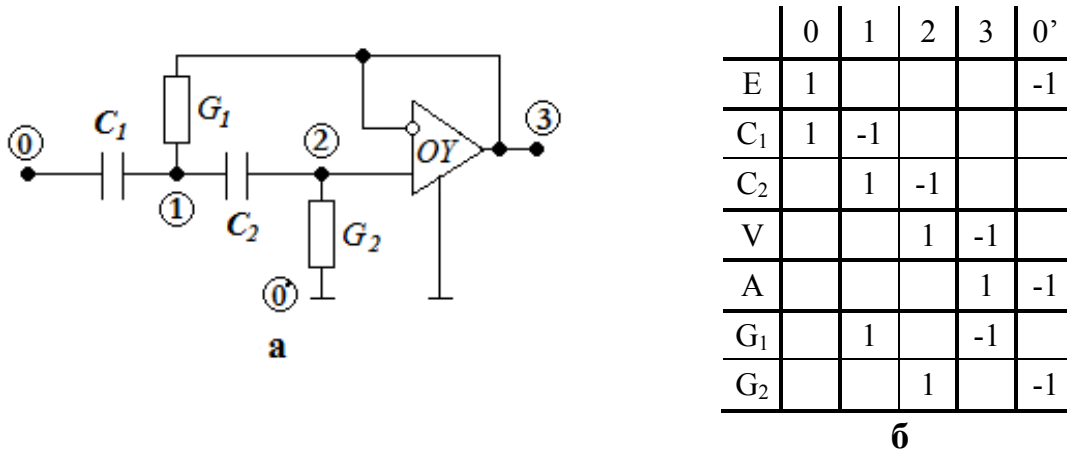


Рис. 4. ARC-прототип ФВЧ второго порядка:  
а – принципиальная схема; б – таблица включения элементов между узлами схемы на рис. 2б

Исходные матрицы имеют вид

$$\mathbf{D}_{CM} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{D}_G = [\mathbf{d}_G : \mathbf{D}_{GM} : \mathbf{D}_{GN}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \mathbf{d}_C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Находим значения матриц

$$\mathbf{D}^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

По формуле (2)

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \mathbf{M}(\mathbf{U}_C - \mathbf{d}_C E) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} U_{C1} \\ U_{C2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E \right) = \begin{bmatrix} E - U_{C1} \\ E - U_{C1} - U_{C2} \\ E - U_{C1} - U_{C2} \end{bmatrix},$$

в чем легко убедиться, непосредственно анализируя схему на рис. 4а.

При использовании SC-схем замещения резисторов первого вида по формуле (1)

$$\mathbf{D}_1^S = Ed(\mathbf{D}_G) = Ed\left(\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{D}_1^L = Ed(-\mathbf{D}_G) = Ed\left(\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Следовательно,

$$\mathbf{d}_E^S = \mathbf{d}_E^L = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \mathbf{D}_\phi^S = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}; \mathbf{D}_\phi^L = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \mathbf{D}_M^S = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \mathbf{D}_M^L = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Определяем значения вспомогательных матриц

$$\mathbf{B}^+ = (\mathbf{D}^T_{CM})^{-1}(\mathbf{D}^S_M)^T = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}; \mathbf{B}^- = (\mathbf{D}^T_{CM})^{-1}(\mathbf{D}^L_M)^T = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{P}^+ = \mathbf{D}^S_\phi \mathbf{M} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}; \mathbf{P}^- = \mathbf{D}^L_\phi \mathbf{M} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

Последовательно находим значения матриц и векторов, входящих в формулу(9)

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^- = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \mathbf{L}_1 = \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^+ = \begin{vmatrix} C_1^{-1} & 0 \\ 0 & C_2^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -C_1^{-1} & -C_1^{-1} \\ 0 & -C_2^{-1} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^+ = \begin{vmatrix} C'_1 & 0 \\ 0 & C'_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -C'_1 & 0 \\ -C'_2 & -C'_2 \end{vmatrix}; \mathbf{R}_0 = \mathbf{C}' \mathbf{P}^- = \begin{vmatrix} C'_1 & 0 \\ 0 & C'_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -C'_1 & -C'_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$\mathbf{F}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_0 = \begin{vmatrix} -C_1^{-1} & -C_1^{-1} \\ 0 & -C_2^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -C'_1 & -C'_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C'_1 C_1^{-1} & C'_1 C_1^{-1} \\ 0 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{R}_1 = \begin{vmatrix} -C_1^{-1} & -C_1^{-1} \\ 0 & -C_2^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -C'_1 & 0 \\ -C'_2 & -C'_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (C'_1 + C'_2) C_1^{-1} & C'_2 C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} & C'_2 C_2^{-1} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{F}_{00} = \mathbf{F}_{01} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$\mathbf{f}_{00} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{00} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{01} = \mathbf{L}_0 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{01} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^S - \mathbf{F}_{11} \mathbf{d}_C; \mathbf{f}_{10} = \mathbf{L}_1 \mathbf{C}' \mathbf{d}_E^L - \mathbf{F}_{10} \mathbf{d}_C,$$

$$\mathbf{f}_{00} = \mathbf{f}_{01} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \mathbf{f}_{10} = -\mathbf{F}_{10} \mathbf{d}_C = -\begin{vmatrix} C'_1 C_1^{-1} & C'_1 C_1^{-1} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = -C'_1 C_1^{-1} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{f}_{11} = -\mathbf{F}_{11} \mathbf{d}_C = -\begin{vmatrix} (C'_1 + C'_2) C_1^{-1} & C'_2 C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} & C'_2 C_2^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} (C'_1 + C'_2) C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} \end{vmatrix}.$$

Системы разностных уравнений (9) приобретает вид

$$\mathbf{U}_{k+0.5} = \mathbf{U}_k;$$

$$\mathbf{U}_{k+1} = -(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} \mathbf{f}_{11} E_{k+1} + (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{10}) \mathbf{U}_{k+0.5} + (\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} \mathbf{f}_{10} E_{k+0.5}.$$

Определим значение векторного коэффициента при  $E_{k+1}$



$$\begin{aligned}
 -(\mathbf{I} + \mathbf{F}_{11})^{-1} \mathbf{f}_{11} &= \left\| \begin{array}{cc} 1 + (C'_1 + C'_2)C_1^{-1} & C'_2 C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} & 1 + C'_2 C_2^{-1} \end{array} \right\|^{-1} = \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C'_1)(C_2 + C'_2) + C_2 C'_2} \times \\
 \times \left\| \begin{array}{cc} 1 + C'_2 C_2^{-1} & -C'_2 C_1^{-1} \\ -C'_2 C_2^{-1} & 1 + (C'_1 + C'_2)C_1^{-1} \end{array} \right\| \left\| \begin{array}{c} (C'_1 + C'_2)C_1^{-1} \\ C'_2 C_2^{-1} \end{array} \right\| &= \frac{1}{(C_1 + C'_1)(C_2 + C'_2) + C_2 C'_2} \left\| \begin{array}{c} C'_1 C'_2 + C_2 (C'_1 + C'_2) \\ C_1 C'_2 \end{array} \right\|.
 \end{aligned}$$

Аналогічно знаходяться інші значення матричних і векторних коефіцієнтів.

### **Выводы**

1. Установлена аналітична зв'язь між топологічною матрицею включення резистивних елементів ARC-прототипу і топологічними матрицями включення перемикаючихся конденсаторів основних конденсаторно-ключевих еквівалентів резисторів для обох фаз SC-цепі, що дозволяє аналізувати цепи с перемикаючимися конденсаторами на основі таблиці включення елементів ARC-прототипу.

2. Розроблено формалізований математичний апарат формування різностних рівнянь SC-цепі на основі таблиці включення елементів ARC-прототипу, що дозволяє зменшити розмірність моделі аналізованої SC-цепі до числа конденсаторів прототипу.

### **Литература**

1. Артеменко М.Е., Рыбин А.И., Кумсия М.С. Компактный модифицированный метод приспособывания для параметрического синтеза SC-фильтров на основе ARC-аналогов// *Электроника и связь*. – 2011. Темат. вып. *Электроника и нанотехнологии*. – №2. – С.42 – 52.
2. Артеменко М.Е., Рыбин А. И., Кумсия М. Условия применимости компактного модифицированного метода приспособывания для параметрического синтеза цепей с перемикаючимися конденсаторами// *Вісник Національного технічного університету України "КПІ"*. Серія – *Радіотехніка. Радіоапаратобудування*. 2011. – №44. – С.30 – 38.
3. Достал Т. Цепи с перемикаемыми конденсаторами// *Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений)*.– 1992.-№1. – С.14 –26.
4. Достал Т., Рибін О.І., Трохименко Я.К. Проектування фільтрів з ємностями, що перемикаються. – Київ: Ін-т системних досліджень МОН України, 1993. –280 с.

*Артеменко М.Ю., Рибін О.І., Кумсія М.С. Аналіз лінійно-параметричних кіл з конденсаторами, що перемикаються, компакним модифікованим методом приспособывання. Встановлений аналітичний зв'язок між топологічною матрицею вмикання резистивних елементів ARC-прототипу та топологічними матрицями вмикання конденсаторів, що перемикаються, основних конденсаторно-ключевих еквівалентів резисторів для обох фаз SC-кола, це дозволяє аналізувати кола з конденсаторами, що перемикаються, на основі таблиці вмикання елементів ARC-прототипу. Розроблений формалізований математичний апарат формування різницевого рівняння SC-кола на основі таблиці вмикання елементів ARC-прототипу, який дозволяє зменшити розмірність моделі SC-кола, що аналізується, до числа конденсаторів прототипу.*

**Ключові слова:** компактний модифікований метод приспособывання, аналіз кіл з конденсаторами, що перемикаються.

Артеменко М.Е., Рыбин А.И., Кумсия М.С. *Анализ линейно-параметрических цепей с переключающимися конденсаторами компактным модифицированным методом припасовывания.* Установлена аналитическая связь между топологической матрицей включения резистивных элементов ARC-прототипа и топологическими матрицами включения переключающихся конденсаторов основных конденсаторно-ключевых эквивалентов резисторов для обеих фаз SC-цепи, что позволяет анализировать цепи с переключающимися конденсаторами на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа. Разработан формализованный математический аппарат формирования разностных уравнений SC-цепи на основе таблицы включения элементов ARC-прототипа, позволяющий понизить размерность модели анализируемой SC-цепи до числа конденсаторов прототипа.

**Ключевые слова:** компактный модифицированный метод припасовывания, анализ цепей с переключающимися конденсаторами.

Artemenko M.Yu., Rybin A.I., Qumsiya M.S. *The analysis of linear parametric circuits with switched capacitors by compact modified method of curve fitting.* The analytical connections between the topological resistive element's connection matrix of ARC-prototype and the topological switched capacitor's connection matrices of resistor's switch-capacitor equivalents for both phases of SC-circuits were established that permits to analyze a switched-capacitor networks on the base of element's connection matrix of ARC-prototype. The formal mathematical apparatus of forming the SC-circuits' difference equations based on element's connection matrix of ARC-prototype was developed which allows to reduce the dimension of the analyzed model of SC-circuits to the number of prototype's capacitors.

**Keywords:** compact modified method of curve fitting, analysis of switched-capacitor networks.