

УДК 621.372(075)

Використання шуму як фактора підсилення корисного сигналу в нелінійній системі

Чумаков В. І.¹, Харченко О. І.¹, Побережний А. А.²

¹Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків, Україна,

²Національна академія Національної гвардії України, м. Харків, Україна

E-mail: mega1tools@gmail.com

Розглянуто ефект стохастичного резонансу (СР), що дає можливість виділити слабкий сигнал із адитивної суміші з шумом. Найсильніший ефект відбувається при певній чітко визначеній, оптимальній інтенсивності шуму. Термін СР було введено в ході досліджень бістабільної моделі осцилятора, яка пропонувалась для аналізу періодичності настання льодовикових періодів на Землі. Модель описувала рух частинки в симетричному одновимірному бістабільному потенціалі під дією періодичної сили в умовах сильного тертя. У подальших дослідженнях ефект стохастичного резонансу було виявлено в багатьох системах і не тільки фізичних. Розглянуто відомі результати наближеного рішення рівняння СР. Дане рівняння вирішується двома методами: методом лінійного відгуку та теорією двох станів. Зазначено, що в цих дослідженнях аналітичні вирази для коефіцієнта підсилення та відношення сигнал/шум отримуються за допомогою низки наближень: обмежень на амплітуду сигналу, коли відгук приймається лінійним та обмежень на частоту сигналу. Крім того, при порівнянні двох розглянутих методів, їх використання для розрахунку дисперсії шуму, при якій має місце ефект СР, призводить до різних результатів. Це зумовлює необхідність проведення подальших досліджень з метою розробки аналітичного апарату та перевірки його достовірності чисельними розрахунками. Наведено результати чисельного моделювання відгуку стохастичного резонатора на вплив адитивної суміші гармонійного сигналу та білого гаусівського шуму. Виконано розрахунок та проведено аналіз коефіцієнту гармонік вихідного коливання. Показано, що збагачення вихідного сигналу гармоніками та ефективне пригнічення шуму є принциповою особливістю СР. Наведено результати чисельного розрахунку функції відношення сигнал/шум на виході від дисперсії вхідного шуму D . Залежність має складний характер, де можна виділити локальний максимум у точці $D = 0.4$, що не відповідає відомим результатам розрахунку дисперсії вхідного шуму при різних наближених рішеннях рівняння СР. Показано, що стохастичний резонатор діє як низькочастотний фільтр, забезпечуючи водночас значне зменшення рівня вихідного шуму.

Ключові слова: стохастичний резонанс; нелінійне рівняння; відношення сигнал/шум

DOI: [10.20535/RADAP.2022.89.5-10](https://doi.org/10.20535/RADAP.2022.89.5-10)

Вступ

Однією з найважливіших вимог, що висуваються до радіотехнічних і телекомунікаційних систем, є забезпечення високої достовірності повідомлень, що передаються. У сучасних умовах боротьба із перешкодами висувається на перший план. Створено коригувальні коди, оптимальні фільтри, використовується виявлення методом накопичення, питання приймання сигналів розглядаються з позицій теорії статистичних рішень, все ширше застосування знаходять системи на основі дискретних та цифрових сигналів [1–5].

Разом з тим, дослідження, проведені наприкінці ХХ ст. [6–9], призвели до парадоксальних висновків. Наявність шуму на вході нелінійних систем, що мають ефект так званого стохастичного резонансу (СР), дозволяє виділити слабкий (порівняно

з шумом) сигнал з адитивної суміші з білим гаусівським шумом.

Поняття СР було запроваджено фізиками, що досліджували виникнення льодовикових періодів [10, 11]. Цей термін визначає явище в нелінійних системах, коли слабкий вхідний сигнал може бути підсилений шумом. Ефект СР характеризує відгук нелінійної системи на слабкий вхідний сигнал. При цьому вихідні параметри нелінійної системи, такі як коефіцієнт підсилення та відношення сигнал/шум, за певних умов мають чітко виражений максимум [12]. На даний час це явище визнане фундаментальним і виявлено у різних галузях науки, зокрема: у біології, фізиці, хімії, медицині, соціології тощо [12–14]. Зокрема, в радіолокації, радіоастрономії, де рівень сигналу є значно нижчим за рівень шуму,

ефект СР може бути використано задля виділення корисного сигналу.

Рівняння СР може бути записано як

$$x'(t) = ax - bx^3 + A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \xi(t), \quad (1)$$

де $x(t)$ – вихідний сигнал; A – амплітуда вхідного періодичного сигналу з частотою ω_0 та початковою фазою φ_0 ; $\xi(t)$ – вхідної білий гаусівський шум з нульовим середнім значенням та дисперсією D ; a і b – системні параметри.

1 Відомі результати наближеного розв'язання рівняння СР

Рівняння СР (1) є рівнянням Абеля 1-го порядку та не має точного аналітичного розв'язку [15].

У роботі [16] розглядаються методи розв'язання диференціальних рівнянь, що характеризують фізичний процес у нелінійних колах. Розв'язання, що отримуються, виражаються у вигляді функцій розподілу або щільностей ймовірності. Однак зазначено, що для рівняння виду

$$\dot{y} + F_0(y) = F(t),$$

де $F_0(y) = y^2, y^3, \dots$ розв'язання невідоме.

У дослідженнях фізики явища СР аналітичні вирази для коефіцієнта підсилення та відношення сигнал/шум отримані за допомогою низки наближень: обмежень на амплітуду сигналу, коли відгук приймається лінійним та обмежень на частоту сигналу [17].

Вважаючи $a = b = 1$, отримаємо рівняння СР виду

$$x'(t) = x - x^3 + A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \xi(t). \quad (2)$$

Дане рівняння вирішується двома методами: методом лінійного відгуку та теорією двох станів [12, 17].

1.1 Теорія двох станів

Ця модель була запропонована в [18], де передбачалося, що за певних обмежень дана модель забезпечує точне уявлення для більшості бістабільних систем.

Розглядалося, що змінна стану в симетричній бістабільній системі набуває лише двох дискретних значень $x(t) = \pm x_m$ [12, 17]. Імовірності знаходження системи у відповідному стані $n_{\pm}(t)$ задовольняють умові нормування

$$n_{\pm}(t) + n_{\mp}(t) = 1.$$

$$\eta(\omega_0, D) = \frac{(g_1 \lambda_m)^2 (\alpha^2 + \omega_0^2) + (g_2 \alpha)^2 (\lambda_m^2 + \omega_0^2) + 2g_1 g_2 \alpha \lambda_m (\alpha \lambda_m + \omega_0^2)}{D^2 (\lambda_m^2 + \omega_0^2) (\alpha^2 + \omega_0^2)};$$

Розв'язання рівняння (2) отримано у разі слабкого сигналу ($Ax_m \ll D$) шляхом розкладання у ряд Тейлора та збереження лише лінійних членів [12]. Втім, це призводить до неточності розв'язання та потребує розвитку цього методу. Так, під час розрахунків визначено коефіцієнт підсилення за потужністю

$$\eta = \frac{4r_K^2 x_m^4}{D^2 (4r_K^2 + \omega_0^2)},$$

а також отримано вираз для відношення сигнал/шум

$$SNR = \pi \left(\frac{Ax_m}{D} \right)^2 r_K,$$

де r_K – частота (швидкість) Крамерса.

Однак, дисперсія шуму, за якої SNR приймає максимальне значення, не збігається зі значенням дисперсії, яке максимізує амплітуду відгуку, або є еквівалентним максимуму δ -піка в даному спектрі потужності.

Отже, можна дійти висновку, що означені результати необхідно використовувати з певною часткою обережності та доповнити подальшим аналізом з метою отримання адекватних та достовірних висновків.

1.2 Теорія лінійного відгуку

Вище зазначено, що особливістю ефекту СР є його використання для підсилення слабких сигналів, які знаходяться в адитивній суміші з шумом.

Концепція лінійного відгуку полягає у тому, що реакція нелінійної системи $\langle x(t) \rangle$ на слабкий зовнішній вплив $F(t)$ в асимптотичній границі великих часів визначається інтегральним рівнянням [19]

$$\langle x(t) \rangle = \langle x \rangle_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \chi(t-\tau, D) F(\tau) d\tau,$$

де $\langle x \rangle_0$ – середнє значення незбуреної змінної стану системи; D – дисперсія шуму.

Як видно, даний вираз є інтегралом накладання, який використовується в аналізі електричних кіл. Ядро інтегрального перетворення $\chi(t-\tau, D)$ визначається згідно флуктуаційно-дисипаційної теореми [12] і тут має сенс імпульсної характеристики. Проте, основна суперечливість цього результату полягає у тому, що метод інтеграла накладання є інструментом виключно лінійного аналізу, тобто його використання в даному випадку потребує, щонайменше, більш глибокого доведення [20].

Визначено коефіцієнт підсилення за потужністю та відношення сигнал/шум [12].

$$SNR = \frac{\pi A^2}{2D^2} = \frac{(g_1 \lambda_m)^2 (\alpha^2 + \omega_0^2) + (g_2 \alpha)^2 (\lambda_m^2 + \omega_0^2) + 2g_1 g_2 \alpha \lambda_m (\alpha \lambda_m + \omega_0^2)}{g_2 \alpha (\alpha \lambda_m + \omega_0^2) + g_1 \lambda_m (\alpha^2 + \omega_0^2)},$$

де

$$\alpha = 2; \quad \lambda_m = 2r_K = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \exp\left(-\frac{1}{4D}\right);$$

$$g_1 = \langle x^2 \rangle_0 - g_2;$$

$$g_2 = \frac{\lambda_m \langle x^2 \rangle_0}{\lambda_m - \alpha} + \frac{\langle x^2 \rangle_0 - \langle x^4 \rangle_0}{\lambda_m - \alpha}.$$

На підставі даних виразів та результату, отриманого в [12], визначено, що для низькочастотних впливів максимум відношення сигнал/шум досягається при $D \approx 1/8$.

Як впливає з порівняння двох розглянутих методів їх використання для розрахунку дисперсії шуму, за якої має місце ефект СР, призводить до різних результатів. Відношення сигнал/шум для моделі двох станів має єдиний максимум при $D = 1/4$, а згідно теорії лінійного відгуку максимум досягається при $D \approx 1/8$. Такі розбіжності результатів можна пояснити тим, що лінеаризація, отримана шляхом відкидання старших членів у вираз розкладання швидкості переходів у ряд Тейлора, використання інтеграла накладання, а також припущення, що швидкість Крамерса не залежить від дисперсії шуму, є неприпустимим спрощенням.

Таким чином, має місце значне розходження між результатами розрахунку дисперсії шуму, при якому спостерігається ефект СР, отриманими різними методами, що зумовлює необхідність проведення подальших досліджень з метою розробки аналітичного апарату та перевірки його достовірності чисельними розрахунками.

2 Чисельний розрахунок відгуку стохастичного резонатора на вплив адитивної суміші гармонійного сигналу та шуму

Результати чисельного моделювання відгуку стохастичного резонатора на вплив адитивної суміші гармонійного сигналу та білого гаусівського шуму наведені на Рис. 1.

Характеристики вхідного впливу: частота гармонійного сигналу $f = 0.125$ відн. од., відношення сигнал/шум на вході $SNR = 3$ дБ.

Істотне збільшення вихідного відношення сигнал/шум проявляється явно в цьому рисунку.

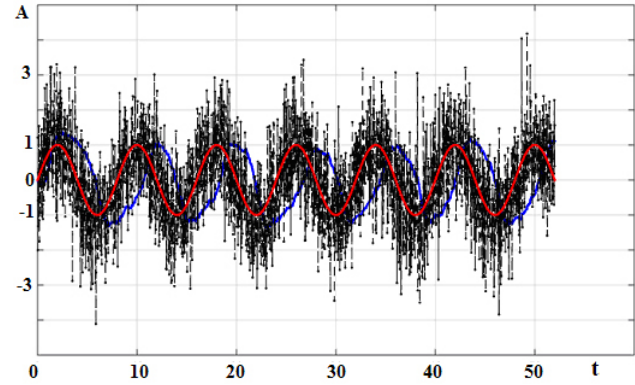


Рис. 1. Виділення сигналу за допомогою ефекту СР (червона лінія – гармонійний вхідний сигнал з частотою $f = 0.125$ відн. од., чорний пунктир – адитивна суміш гармонійного сигналу та білого гаусівського шуму на вході з дисперсією $D = 1$, синя – сигнал на виході стохастичного резонатора)

Амплітудний спектр відгуку наведено на Рис. 2 [22]. Даний рисунок відображає важливу особливість ефекту СР, яка полягає у збільшенні потужності гармонійного сигналу. Збагачення відгуку гармоніками є природним результатом нелінійного перетворення. Втім, очевидним є досягнення мети, що полягає у забезпеченні ефективного пригнічення шуму [23].

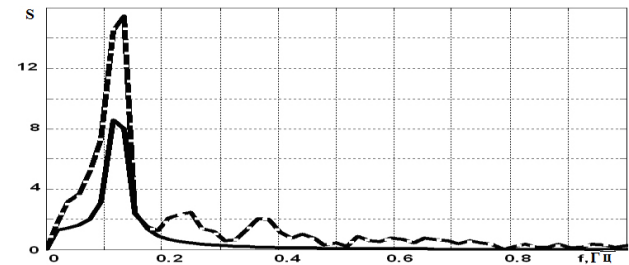


Рис. 2. Амплітудні спектри вхідного сигналу (суцільна лінія) та вихідного сигналу (пунктир)

Зазначимо також, що, як випливає з Рис. 2, стохастичний резонатор працює як низькочастотний фільтр [22, 23].

3 Розрахунок відношення сигнал/шум на виході стохастичного резонатора

Як було сказано вище, найбільш зручним показником якості виділення корисного сигналу є відношення сигнал/шум на виході. Skorиставшись рівнянням (2), визначимо залежність відношення сигнал/шум на виході від дисперсії вхідного шуму D (Рис. 3). Залежність має складний характер, де можна виділити локальний максимум у точці $D = 0.4$, що не відповідає описаним у [12] значенням

дисперсії вхідного шуму при різних наближених розв'язаннях рівняння СР.

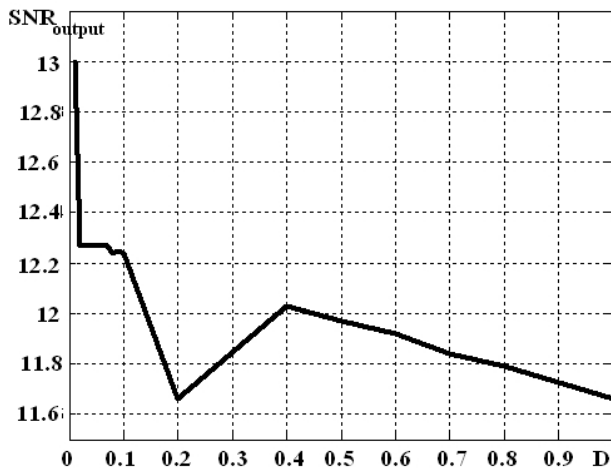


Рис. 3. Залежність відношення сигнал/шум на виході стохастичного резонатора (SNR_{output}) від дисперсії вхідного шуму D (частота вхідного гармонічного сигналу $f=0.125$ відн. од.)

Аналіз часових залежностей та спектрів сигналів показав, що на виході стохастичного резонатора присутні нелінійні спотворення, які визначаються нелінійним процесом перетворення вхідного сигналу.

Для кількісної оцінки цих спотворень обчислимо коефіцієнт гармонік [23]

$$k = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \dots}}{I_1},$$

де I_k - амплітуда k -ої гармоніки.

На Рис. 4 наведено залежність коефіцієнта гармонік від дисперсії вхідного шуму. Ця залежність показує, що за умови реалізації ефекту СР спотворення сигналу на виході є функцією дисперсії шуму.

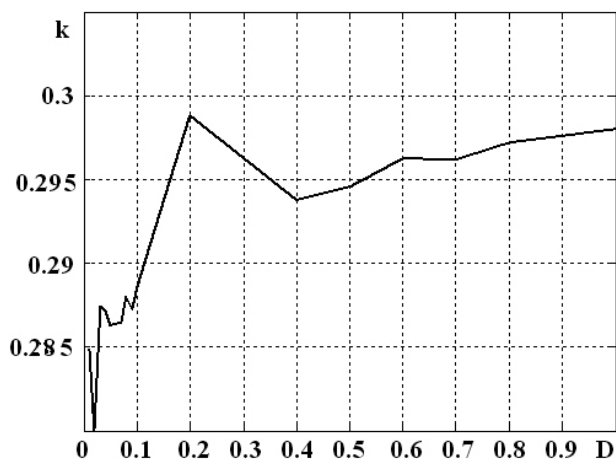


Рис. 4. Залежність коефіцієнта гармонік від дисперсії вхідного шуму на частоті гармонічного сигналу на вході $f=0.125$ Гц

Коефіцієнт гармонік у цьому випадку має достатньо високе значення. Рис. 3, 4 показують, що коефіцієнт гармонік та відношення сигнал/шум на виході пов'язані між собою. Так, при $D=0.2$ спостерігається мінімум вихідного відношення сигнал/шум та максимум коефіцієнта гармонік, а при $D=0.4$ має місце максимум відношення сигнал/шум та мінімум коефіцієнта гармонік.

Звідси випливає, що збагачення спектру сигналу гармоніками еквівалентно збільшенню рівня шуму, що призводить до зниження вихідного відношення сигнал/шум. Це пояснюється тим, що гармоніки входять у шумову компоненту у загальному балансі енергії вихідного коливання.

Висновки

Розглянуто ефект СР, який дозволяє виділити слабкий (порівняно з шумом) сигнал з адитивної суміші сигналу з білим шумом.

Аналіз результатів дослідження фізики стохастичного резонансу показав, що теорія СР не розроблена в повному обсязі. В теорії СР є низка аспектів, що потребують додаткового дослідження. Так, аналітичні вирази для коефіцієнта підсилення та відношення сигнал/шум на виході стохастичного резонатора отримані за допомогою ряду наближень: обмеження на амплітуду сигналу, коли відгук приймається лінійним та обмеження на частоту сигналу. Проведений порівняльний аналіз існуючих теоретичних підходів щодо розрахунку дисперсії вхідного шуму, за якої відбувається ефект СР, виявив розбіжності у результатах, отриманих різними методами. Використанням чисельного розрахунку вперше отримано значення $D=0.4$, за якого спостерігається єдиний максимум відношення сигнал/шум на виході. Показано, що розрахунок відношення сигнал/шум на виході потребує аналізу його частотної залежності. Вперше проведено аналіз коефіцієнта нелінійних спотворень на виході стохастичного резонатора. Показано, що мінімум викривлень сигналу має місце за певного рівня дисперсії вхідного шуму.

Чисельне моделювання ефекту СР показало також, що стохастичний резонатор діє як низькочастотний фільтр, забезпечуючи в той же час значне зменшення рівня вихідного шуму.

Перелік посилань

1. Ширман Я. Д. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. (Справочник) / Я. Д. Ширман, Ю. И. Лосев, Д. И. Леховицкий и др. // М.: ЗАО «МАКВИС». – 1998. – 828 с.
2. Ширман Я. Д. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. (Справочник). Изд. 2-е перераб. и доп. / Я. Д. Ширман, С. Т. Багдасарян, Д. И. Леховицкий и др. // М.: «Радиотехника»/ – 2007. – 512 с.

3. Sklar B. Digital communication. Fundamental and Application. Second Edition // University of California, Los Angeles. – 2001. – 1104 p.
4. Kartashov V., et al. Use of Acoustic Signature for Detection, Recognition and Direction Finding of Small Unmanned Aerial Vehicles // 2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET). – 2020. – P. 1-4. doi:10.1109/TCSET49122.2020.235458.
5. Постанова КМУ від 13 черня 2018 р. № 509 «Про внесення зміни до Плану використання радіочастотного ресурсу України».
6. Jerome, Moses M., Ramakalyan Ayyagari. A Brief Survey of Stochastic Resonance and Its Application to Control // IFAC Proceedings Volumes. – 2014. – Vol. 47, Iss. 1. – P. 313-320. doi:10.3182/20140313-3-IN-3024.00223.
7. Gammaitoni L., Hänggi P., Jung P., Marchesoni F. Stochastic Resonance: A remarkable idea that changed our perception of noise // The European Physical Journal B. – 2009. – Vol. 69. – P. 1-3. DOI: 10.1140/epjb/e2009-00163-x.
8. Budrikis Z. Forty years of stochastic resonance // Nature Reviews Physics. – 2021. – Vol. 3. – P. 771-780. https://doi.org/10.1038/s42254-021-00401-7.
9. Zhi-hui Lai, Yong-gang Leng. Weak-signal detection based on the stochastic resonance of bistable Duffing oscillator and its application in incipient fault diagnosis // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2016. – Vol. 81. – P. 60-74. https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.04.002.
10. Benzi R., Sutera A., Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance // Journal of Physics A: mathematical and general. – 1981. – Vol. 14, Iss. 11. – P. 453. https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0305-4470/14/11/006/meta.
11. Benzi R., Parisi G., Sutera A., Vulpiani A. Stochastic resonance in climatic change // Tellus. – 1982. – Vol. 34, Iss. 1. – P. 10-16 doi:10.3402/tellusa.v34i1.10782.
12. Anishchenko V. S., Neiman A. B., Moss F., Schimansky-Geier L. Stochastic resonance: noise-enhanced order // Uspekhi Fizicheskikh Nauk, Russian Academy of Sciences. – 1999. – Vol. 42, Iss. 1. – P.7-34. https://iopscience.iop.org/article/10.1070/PU1999v042n-01ABEH000444/meta.
13. Bruno A., Graziani S. Stochastic resonance. Theory and application // Kluwer Academic Publishers. – 2000. – 220 p.
14. Hänggi P. Stochastic resonance in biology. How noise can enhance detection of weak signals and help improve biological information processing // Chemphyschem. – 2002. – Mar 12; 3(3). – P. 90-101. DOI: 10.1002/1439-7641(20020315)3:3<285::AID-CPHC285>3.0.CO;2-A.
15. Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения / изд-во Лань. – 2020. – 280 с.
16. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи / Пер. с англ./ Под ред. Б.П. Левина, М.: «Советское радио», Т. 1. – 1961. – 791 с.
17. Gammaitoni L., Hänggi P., Jung P., Marchesoni F. Stochastic resonance // Reviews of Modern Physics. – 1998. – Vol. 70, No. 1. – P. 223. DOI: 10.1103/RevModPhys.70.223.
18. Iannelli J. M., Yariv A., Chen T. R., and Zhuang Y. H. Stochastic resonance in a semiconductor distributed feedback laser // Appl. Phys. Lett. – 1983 (1994, 1998). – Vol. 65, – P. 2626. doi:10.1063/1.112838.
19. Hanggi P. Stochastic processes I: Asymptotic Behaviour and Symmetries // Helv. Phys. Acta. – 1978. – Vol. 51. – P. 183-201. http://doi.org/10.5169/seals-114941.
20. Толстов Е. Ф., Филончиков В. Д., Школьный Л. А. Радиотехнические цепи и сигналы / Учебник. – М.: ВВИА им. Н. Е. Жуковского. – 1993. – 720 с.
21. Risken H. Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications // Berlin: Springer-Verlag, 1989. 472 p.
22. Харченко О. И. Выделение синусоидальных составляющих в случайном сигнале // Радиотехника: Всеукр. міжвед. науч.-техн. сб. – 2010. – Вып. 160. – С. 247-252. https://openarchive.nure.ua/bitstream/document/15053-1/RT_2010_160_247-252.pdf
23. Williams D. Understanding, Calculating, and Measuring Total Harmonic Distortion (THD) // All About Circuits.

References

- [1] Shirman Y. D., et al. (1998). *Radio electronic systems: fundamentals of construction and theory (Reference book) [Radioelektronnye sistemy: osnovy postroeniya i teoriya. (Spravochnik)]*. Moscow: ZAO "MAKVIS", 828 p. [In Russian].
- [2] Shirman Y. D., et al. (2007). *Radio electronic systems: construction principles and theory. (Reference book). Ed. 2nd revision. and additional [Radioelektronnye sistemy: osnovy postroeniya i teoriya. (Spravochnik). Izd. 2-e pererab. i dop.]*. M.: "Radiotechnique", 512 p.
- [3] Sklar B. (2001). *Digital communication. Fundamental and Application. Second Edition*. University of California, Los Angeles, 1104 p.
- [4] Kartashov V., et al. (2020). Use of Acoustic Signature for Detection, Recognition and Direction Finding of Small Unmanned Aerial Vehicles. *2020 IEEE 15th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, pp. 1-4, doi:10.1109/TCSET49122.2020.235458.
- [5] Resolution of the CMU of June 13, 2018 No. 509 "On Amendments to the Plan for the Use of Radio Frequency Resources of Ukraine" [Postanova KМУ vid 13 chernia 2018 r. № 509 «Pro vnesennia zminy do Planu vykorystannia radiochastotnoho resursu Ukrainy»]. [In Ukrainian].
- [6] Jerome, Moses M., Ramakalyan Ayyagari. (2014). A Brief Survey of Stochastic Resonance and Its Application to Control. *IFAC Proceedings Volumes*, Vol. 47, Iss. 1, pp. 313-320. doi: 10.3182/20140313-3-IN-3024.00223.
- [7] Gammaitoni L., Hänggi P., Jung P., Marchesoni F. (2009). Stochastic Resonance: A remarkable idea that changed our perception of noise. *The European Physical Journal B*, Vol. 69, pp. 1-3. DOI: 10.1140/epjb/e2009-00163-x.
- [8] Budrikis Z. (2021). Forty years of stochastic resonance. *Nature Reviews Physics*, Vol. 3, pp. 771-780. DOI: 10.1038/s42254-021-00401-7.
- [9] Zhi-hui Lai, Yong-gang Leng. (2016). Weak-signal detection based on the stochastic resonance of bistable Duffing oscillator and its application in incipient fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 81, P. 60-74. doi:10.1016/j.ymssp.2016.04.002.

- [10] Benzi R., Sutera A., Vulpiani A. (1981). The mechanism of stochastic resonance. *Journal of Physics A: mathematical and general*, Vol. 14, Iss. 11, p. 453.
- [11] Benzi R., Parisi G., Sutera A., Vulpiani A. (1982). Stochastic resonance in climatic change. *Tellus*, Vol. 34, Iss. 1, pp. 10-16. doi:10.3402/tellusa.v34i1.10782.
- [12] Anishchenko V. S., Neiman A. B., Moss F., Schimansky-Geier L. (1999). Stochastic resonance: noise-enhanced order. *Physics-Uspekhi*, Russian Academy of Sciences, Vol. 42, Iss. 1, pp.7-34.
- [13] Bruno A., Graziani S. (2000). *Stochastic resonance. Theory and application*. Kluwer Academic Publishers, 220 p.
- [14] Hänggi P. (2002). Stochastic resonance in biology. How noise can enhance detection of weak signals and help improve biological information processing. *Chemphyschem*, Mar 12; 3(3), pp. 285-90. DOI: 10.1002/1439-7641(20020315)3:3<285::AID-CPHC285>3.0.CO;2-A.
- [15] Demidovich B. P., Modenov V. P. (2020). *Differential equations [Differencial'nye uravneniya]*. Publishing house Lan, 280 p. [In Russian].
- [16] Middleton D. (1961). *An Introduction to Statistical Communication Theory*. Transl. from English / Ed. B.R. Levin, M.: "Soviet radio", Vol. 1, 791 p. [In Russian].
- [17] Gammaitoni L., Hänggi P., Jung P., Marchesoni F. (1998). Stochastic resonance. *Reviews of Modern Physics*, Vol. 70, No. 1, pp. 223. DOI: 10.1103/RevModPhys.70.223.
- [18] Iannelli J. M., Yariv A., Chen T. R., and Zhuang Y. H. (1983 (1994) 1998). Stochastic resonance in a semiconductor distributed feedback laser. *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 65, P. 2626. doi:10.1063/1.112838.
- [19] Hanggi P. (1978). Stochastic processes I: Asymptotic Behaviour and Symmetries. *Helv. Phys. Acta*, Vol. 51, pp. 183-201. doi:10.5169/seals-114941.
- [20] Tolstov E. F., Filonchikov V. D., Shkolny L. A. (1993). *Radio circuits and signals. Textbook [Radiotekhnicheskie cepi i signaly. Uchebnyk]*. M.: VVIA im. N. E. Zhukovsky, 720 p. [In Russian].
- [21] Risken H. (1989). *Fokker-Planck Equation. Methods of Solution and Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 472 p.
- [22] Kharchenko O. I. (2010). Isolation of sinusoidal components in a random signal [Vyделение sinusoidal'nykh sostavlyayushchih v sluchajnom signale]. *Radio engineering: Vseukr. interdepartmental sci.-tech. collection*, Iss. 160, pp. 247-252. [In Russian].
- [23] Williams D. (2017). Understanding, Calculating, and Measuring Total Harmonic Distortion (THD). *All About Circuits*.

Using of the Noise as Signal Enhancement Factor in Nonlinear System

Chumakov V. I., Kharchenko O. I., Poberezhnyi A. A.

The stochastic resonance (SR) effect is considered, which makes it possible to stand out a weak signal from an additive mixture with noise. The strongest effect is shown to occur at certain well-defined, optimal noise intensity. The term SR was introduced during studies of the oscillator bistable model, which was proposed to analyze the glacial periods repeatability on Earth. The model described the particle motion in a symmetric one-dimensional bistable potential under the action of periodic force under strong friction conditions. In subsequent studies, the effect of stochastic resonance was found in many systems and not only physical. The known results of the approximate solution of the SR equation are considered. This equation is solved by two methods: the method of linear response and the theory of two states. In these studies, analytical expressions for the gain and signal-to-noise ratio are obtained using a number of approximations: restrictions on the signal amplitude when the response is linear, and restrictions on the frequency of the signal. In addition, when comparing the two methods considered, their use to calculate the noise variance at which the SR effect occurs, is shown to lead to different results. This necessitates further research to develop an analytical apparatus and verify its reliability by numerical calculations. The results of numerical simulation of the stochastic resonator response on the influence of an additive mixture harmonic signal and white Gaussian noise are presented. The enrichment of the output signal with harmonics and effective noise suppression are shown. The signal-to-noise ratio at the output numerical calculation results dependence on the input noise variance are presented. As it seen the dependence is complex, where you can select a local maximum at a point that does not correspond to the known values of the input noise variance at different approximate solutions of the equation SR. It is shown that the stochastic resonator acts as a low-pass filter, while providing a significant reduction in the output noise level.

Keywords: stochastic resonance; nonlinear equation; signal to noise ratio