

будування.– 2009.– Вип. 38.– с.5 – 11.

4. Рибін О.І., Сакалош Т.В., Шарпан О.Б. Аналіз пульсограм на базі процедури нормалізації ортогональних перетворень REX // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. 2005. №4. с. 29 – 33.

5. Рыбин А.И., Шарпан О.Б., Григоренко Е.Г., Сакалош Т.В. Коэффициенты трансформант нормальных ортогональных преобразований и динамика пульсограмм // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Приладобудування.– 2005.– Вип. 37.– с.148 – 156.

6. Рыбин А.И., Мельник А.Д. Согласованная нормализованная фильтрация сигналов // Радиоэлектроника.– 2008.– №2. – с.77 – 80. (Изв. высш. учеб. заведений).

7. Абакумов В. Г., Рибін О. І., Сватош Й. Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг. – К.: Нора-прінт, 2001. – 516 с.

8. Рибін О.І., Ніжебецька Ю.Х. Алгоритм формування матричного оператора дискретного перетворення перетворення // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратуробудування.– 2008.– Вип. 37.– с.19 – 27.

9. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Сов. радио, 1970. 728 с.

10. Рибін О.І., Ткачук А.П. Аналіз лінійних систем в області трансформант перетворення Уолша-Адамара // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратуробудування.– 2006.– № 33.– с.14 – 23.

11. Рибін О.І., Ткачук А.П. Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення *EI WAL* // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка. Радіоапаратуробудування.– 2006.– № 33.– с.31 – 38.

12. Рыбин А.И., Ткачук А.П. Анализ линейных систем в области трансформант собственных частот преобразования *RTF*// Радиоэлектроника.– 2006.– № 11.– с.56 – 63. (Изв. высш. учеб. заведений).

Рибін О.І., Ніжебецька Ю.Х., Рибіна І.О. Погоджена фільтрація: класичний лінійний та нормальний фільтри. Досліджено відмінності та взаємозв'язок класичної лінійної та нормальної погодженої фільтрації при застосуванні цих методів до задачі класифікації.

Ключові слова: класифікація сигналів, ортогональне перетворення, нормальне перетворення, погоджений фільтр, нормальний фільтр.

Рыбин А.И., Нижебецкая Ю.Х., Рыбина И.А. Согласованная фильтрация: классический линейный и нормальный фильтры. Исследованы различия и взаимосвязь классической линейной и нормальной фильтрации при применении этих методов к задаче классификации.

Ключевые слова: классификация сигналов, ортогональное преобразование, нормальное преобразование, согласованный фильтр, нормальный фильтр.

Rybin O.I., Nizhebetska Y.Kh., Rybina I.O. Matched filtering: classical linear and normal filters. Distinctions and interconnection of classical linear and normal filtering are researched at application of these methods to the task of classification.

Keywords: classification of signals, orthogonal transform, normal transform, matched filter, normal filter.

УДК621.072.061

ОСОБЕННОСТИ НАХОЖДЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ СИСТЕМЫ СВЯЗАННЫХ КОНТУРОВ

Полях О.И., Ястребов Н.И.

Известно, что под резонансом понимают явление резкого возрастания амплитуды колебаний колебательной системы под воздействием внешних

сил, когда частота собственных колебаний системы совпадает с частотой внешнего воздействия (возрастание амплитуды есть следствием совпадения частот). В электротехнике самой простой колебательной системой является одиночный колебательный контур. Для улучшения избирательных свойств используются системы двух связанных контуры. Они, по сути, являются частным случаем многозвенных фильтров. Частоты собственных колебаний математически находятся как мнимые части корней характеристического полинома, составленного для линейного однородного дифференциального уравнения. Резонансные частоты, в свою очередь, находятся из условия равенства нулю фазового сдвига между током и напряжением на входе колебательной системы (фазовый резонанс). При этом входное сопротивление активно. Иными словами, для нахождения резонансных частот получают выражение для мнимой составляющей входного сопротивления или проводимости, приравнивают его к нулю, и решают уравнение относительно частоты ω . Для высокодобротных контуров значения частот собственных колебаний и резонансных частот близки по значению, хотя математически они находятся из совершенно разных условий. В академических изданиях по изучению курса «Основы теории цепей» [1-6] обычно рассматриваются связанные контуры с одинаковыми резонансными частотами $\omega_{01} = \omega_{02} = 1 / \sqrt{L_1 C_1} = 1 / \sqrt{L_2 C_2}$. Кроме того, в основном, приводятся соотношения для нахождения резонансных частот или частот экстремумов АЧХ в случае, когда добротности контуров одинаковы $Q_1 = Q_2$. Частотные характеристики в этом случае обычно исследуются как функции обобщенной расстройки ξ . Если добротности контуров разные, то расстройку ξ_2 второго контура выражают через расстройку ξ_1 первого [2] или вводят переменную γ [1]:

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}; \quad \xi_1 = Q_1 \gamma; \quad \xi_2 = Q_2 \gamma \quad (1)$$

При малых отклонениях от частоты ω_0 переменная $\gamma \approx 2\Delta\omega/\omega_0$ (прямая пропорциональная зависимость с абсолютной расстройкой $\Delta\omega$). Далее изучение связанных контуров сводится к способам их настройки и исследованию частотных характеристик. Показано, что в случае одинаковых контуров ($Q_1 = Q_2 = Q$) значения коэффициентов связи k , при которых: достигается полный резонанс (оптимальный коэффициент связи $k_{\text{опт}}$), возникают две новые боковые резонансные частоты (назовем его критическим $k_{\text{кр}}$ [7]); резонансная кривая второго контура становится двугорбой (вторичный критический коэффициент связи [1] $k_{\text{кр}2}$) совпадают численно ($k = k_{\text{опт}} = k_{\text{кр}} = k_{\text{кр}2} = 1/Q$), хотя находятся из совершенно разных условий. Это приводит к путанице в терминологии и подходу к решению задач определения резона-

нских частот. Например, в [1] сначала наглядно показывается механизм возникновения новых боковых резонансных частот, на которых реактивная составляющая $X_{\text{вх}}$ входного импеданса равна нулю. Эти резонансные частоты называют частотами связи. Потом, для нахождения резонансных частот, почему то исследуется на экстремум резонансная кривая тока I_2 вторичного контура при разных добротностях первого и второго контуров:

$$I_2 = \frac{2AI_{2\text{мм}}}{\sqrt{(1+A^2-\xi_1\xi_2)^2+(\xi_1+\xi_2)^2}}, \quad (2)$$

где $A = X_{\text{св}} / X_{\text{св.опт}}$ - фактор связи.

Кривая I_2 становится двугорбой, если

$$k > \sqrt{(Q_1^2 + Q_2^2) / 2Q_1^2 Q_2^2}, \text{ или } k > \sqrt{1 / 2(Q_1^2 + Q_2^2)}$$

Частоты, на которых возникают горбы АЧХ тока I_2 , тоже называют резонансными, или частотами связи. Этой же терминологии придерживаются в [2-6]. В классическом труде Б.П. Асеева [7] частотами связи называются резонансные частоты, найденные из условия $X_{\text{вх}} = 0$. Ниже будет показано, что при разных добротностях контуров резонансные частоты корректнее все-таки находить из условия $X_{\text{вх}} = 0$, что исключает неоднозначность в толковании вопроса о резонансных частотах.

Итак, найдем резонансные частоты связанных колебательных контуров из условия, что сумма реактивных сопротивлений первого контура и вносимого равна нулю. С учетом соотношений (1) и условия $X_{\text{вх}} = 0$ получаем выражение для нахождения переменной γ , соответствующей резонансным частотам:

$$r_1 Q_1 \gamma - \frac{X_{\text{св}}^2}{r_2 (1 + \gamma^2 Q_2^2)} Q_2 \gamma = 0 \quad (3)$$

Первое решение уравнения (3), очевидно, соответствует центральной резонансной частоте: $\gamma = 0 \Rightarrow \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$. Далее получаем:

$$r_1 Q_1 - \frac{X_{\text{св}}^2}{r_2 (1 + \gamma^2 Q_2^2)} Q_2 = 0. \text{ Полагая, что при небольшой расстройке сопротивление связи } X_{\text{св}} \text{ практически от частоты не зависит, и, учитывая, что фактор связи } A = X_{\text{св}} / X_{\text{св.опт}} = X_{\text{св}} / \sqrt{r_1 r_2} = k \sqrt{Q_1 Q_2}, \text{ получим}$$

$$Q_1 + \gamma^2 Q_2^2 Q_1 - A^2 Q_2 = 0 \Rightarrow \gamma^2 = \frac{A^2}{Q_2 Q_1} - \frac{1}{Q_2^2} \Rightarrow \gamma_{1,2} \approx \mp \sqrt{k^2 - \frac{1}{Q_2^2}} \quad (4)$$

Таким образом, боковые резонансные частоты возникают при выполнении приближенного условия

$$k > 1 / Q_2 \quad (5)$$

Аналогичный результат получен более трудоемким путем без оговорок

его приближенности в [3].

Для схемы связанных контуров можно в принципе находить резонансные частоты с учетом зависимости сопротивления связи от частоты (точное решение при условии выполнения действий с большой разрядностью). Для инженерных расчетов такой подход совершенно не нужен и может иметь только прикладное значение. Например, для схемы с трансформаторной связью при наших рассуждениях можно получить биквадратное уравнение относительно ω :

$$1 - \frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 0; \Rightarrow r_2^2 + \omega^2 L^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2} - 2 \frac{L}{C} - \omega^2 M^2 = 0; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (L^2 C^2 - M^2 C^2) \omega^4 + (r_2^2 C^2 - 2LC) \omega^2 + 1 = 0; \Rightarrow L^2 C^2 (1 - k^2) \omega^4 +$$

$$+ (r^2 C^2 - 2LC) \omega^2 + 1 = 0 \tag{5a}$$

Нетрудно показать, что дискриминант этого уравнения будет больше нуля, если выполняется условие

$$k > \frac{1}{Q_2} \sqrt{1 - \frac{1}{(2Q_2)^2}} \tag{6}$$

что практически для высокодобротных контуров согласуется с (5). Отсутствие в выражениях (5) и (6) добротности первого контура должно быть очевидным, так как реактивное сопротивление первого контура от сопротивления потерь r_1 не зависит. Таким образом, можно утверждать, что для случая разных добротностей контуров новые резонансные частоты появляются при выполнении условия (5), АЧХ тока I_2 становится двугорбой при выполнении условия (2), а критические коэффициенты связи соответственно для новых резонансных частот и частот горбов I_2 будут:

$$k_{кр} = 1 / Q_2 = d_2; k_{кр2} = \sqrt{0,5 / Q_1^2 + 0,5 / Q_2^2} = \sqrt{0,5(d_1^2 + d_2^2)} \tag{7}$$

где d_1, d_2 – затухание контуров.

Анализ соотношений (7) показывает, что для случая связанных контуров с одинаковыми резонансными частотами и разными потерями (добротностями) возможно: 1) появление двух новых резонансных частот при одnogорбой АЧХ тока I_2 ; 2) отсутствие новых резонансных частот при наличии двугорбости АЧХ тока I_2 ; 3) наличие двух боковых резонансных частот при двугорбой АЧХ тока I_2 .

Переход от переменной γ к частоте ω производится на основании (1) через соотношение [2]:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\gamma}{2} \mp \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + 1}; \Rightarrow \omega_{p1,2} = \omega_0 \left(\sqrt{\frac{k^2 - k_{кр}^2}{4} + 1} \mp \frac{\sqrt{k^2 - k_{кр}^2}}{2} \right) \tag{8}$$

или по приближенной формуле [1]

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \approx 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \Rightarrow \omega_{1,2} = \omega_0 / \sqrt{1 \pm \sqrt{k^2 - k_{кр}^2}} \quad (9)$$

Таким образом, если в выражения (8) или (9) вместо $k_{кр}$ подставить $1/Q_2$, то мы получим резонансные частоты, а если соотношение $\sqrt{0.5/Q_1^2 + 0.5/Q_2^2}$ - то частоты горбов тока I_2 . Следует отметить, что для большинства задач целесообразнее искать не сами значения боковых частот, а соответствующую им абсолютную расстройку $\Delta\omega = 0,5\gamma\omega_0$.

Для подтверждения изложенного, ниже приведены графики зависимости реактивной составляющей входного сопротивления $X_{вх}$ и АЧХ тока I_2 для схемы с трансформаторной связью от абсолютной расстройки $\omega - \omega_0$, построенные по точным формулам с помощью программы Mathcad.

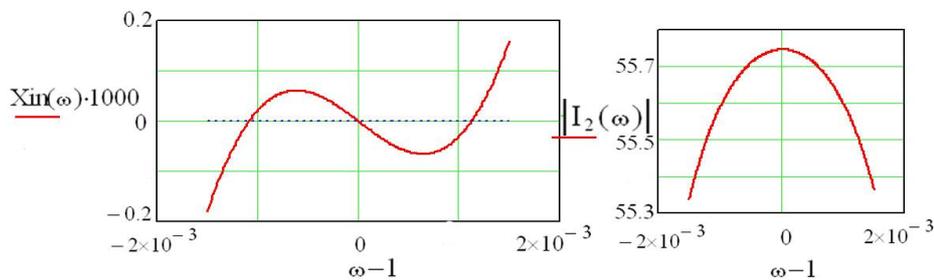


Рис.1. Зависимость реактивной составляющей входного импеданса и АЧХ тока I_2 для случая $k > k_{кр}$ и $k < k_{кр2}$

На рис.1 изображены кривые для случая, когда $k > k_{кр}$ и $k < k_{кр2}$ (есть наличие двух боковых резонансных частот, а АЧХ тока I_2 одnogорбая).

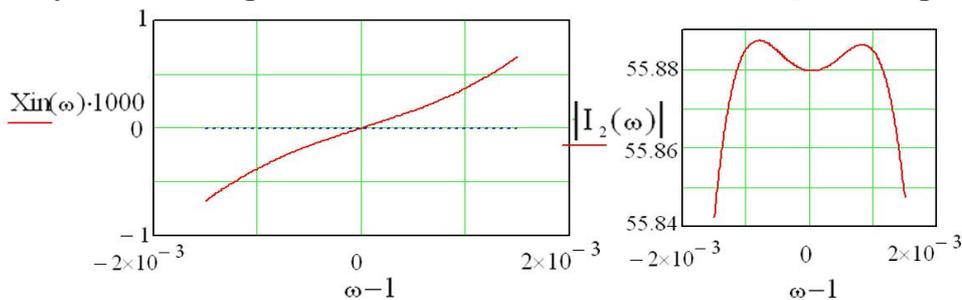


Рис.2. Зависимость реактивной составляющей входного импеданса и АЧХ тока I_2 для случая $k < k_{кр}$ и $k > k_{кр2}$

На рис.2 изображены кривые для случая, когда $k < k_{кр}$ и $k > k_{кр2}$ (боковых резонансных частот нет, а АЧХ тока I_2 двугорбая). В приведенных файлах приняты следующие обозначения: $L = L1 = L2$ - индуктивности контуров, $C = C1 = C2$ - емкости, R_1, R_2 - сопротивления потерь, M - величина взаимной индуктивности, Q_1, Q_2 - добротности, ρ - характеристическое сопротивление, $X_1(\omega), X_v(\omega), X_{in}(\omega)$ - соответственно реактивное сопро-

тивление первого контура, вносимое реактивное сопротивление, реактивная составляющая входного сопротивления двух контуров, A – фактор связи. Величины элементов R, C, L, M, ω взяты нормированными (кОм, нФ, мГн, рад/мкс). Центральная резонансная частота $\omega_0 = 1$ соответствует 1000000 рад/с. На графиках расстройка контуров находится в пределах $\Delta\omega = \mp 0.0015$, что соответствует $\Delta f \approx \mp 234$ Гц. Амплитуда тока I_2 рассчитывалась для амплитуды напряжения на входе $E=1$.

$$X_1(\omega) = \omega L - \frac{1}{\omega C}; X_2(\omega) = X_1(\omega); Z_{11}(\omega) = R_1 + jX_1(\omega); Z_{22}(\omega) = R_2 + jX_2(\omega)$$

$$X_y(\omega) = \frac{-(\omega M)^2}{R_2^2 + (X_2(\omega))^2} X_2(\omega); X_{in}(\omega) = X_1(\omega) + X_y(\omega)$$

$$I_2(\omega) = \frac{E \cdot \omega \cdot M}{Z_{11}(\omega) \cdot Z_{22}(\omega) + (\omega \cdot M)^2}; Q_1 = \frac{\rho}{R_1}; Q_2 = \frac{\rho}{R_2}; K = \frac{M}{L}; K_{kr} = \frac{1}{Q_2};$$

$$K_{kr2} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{Q_1^2} + \frac{1}{Q_2^2} \right)}; A = \frac{\omega_1 \cdot M}{\sqrt{R_1 \cdot R_2}}$$

$$Q_1 = 100; Q_2 = 125; K = 8,3 \cdot 10^{-3}; K_{kr2} = 9,055 \cdot 10^{-3}; A = 0,928$$

В заключение следует отметить, что даже в случае одинаковых контуров может присутствовать только одна боковая резонансная частота. При этом уравнение (5а) имеет два кратных корня, равных центральной резонансной частоте ω_0 .

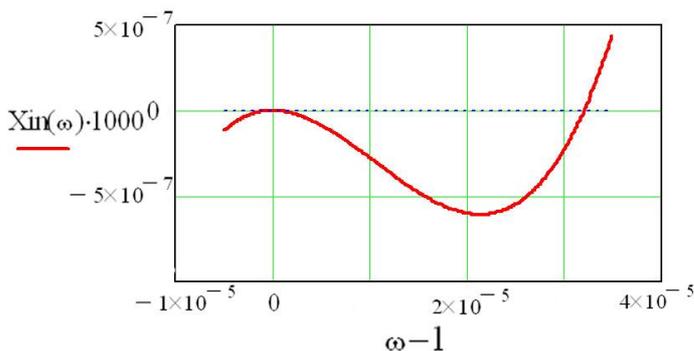


Рис.3. Случай одной боковой резонансной частоты и двух кратных корней для центральной частоты

Действительно, из соотношения

$$1 - \frac{\omega^2 M^2}{r_2^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = 0$$

следует, что если сопротивление потерь r_2 равно сопротивлению связи ωM на частоте ω_0 , то появляется кратный корень $\omega = \omega_0$. Приведенный случай иллюстрируется рис.3 для значений $r_2 = 0,008, M = 0,008, L = 1, C = 1$ Обратите внимание на необходимую разрядность для получения требуемого результата, на значения абсолютной расстройки и величины реактивного сопротивления. Очевидно, что в данном случае приближенные соотношения для нахождения резонансных частот не работают.

Результат решения уравнения с помощью функции Solve

$$1 - \frac{\omega^2 \cdot (0,008)^2}{(0,008)^2 + \left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)^2} = 0 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1,0000320015360819246 \\ 1,0000320015360819246 \end{pmatrix}$$

Авторы статьи еще раз подчеркивают, что приведенные результаты имеют сугубо прикладное значение для ответа на вопрос, какие частоты следует считать резонансными, и являются сторонниками использования инженерных соотношений в разумных пределах.

Литература

1. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. Л., Энергия, 1972, 816 с.
2. Атабеков Г.И. Основы теории цепей. Изд.2, исп. 2006, 432 с. М. «УРСС».
3. Шебес М.Р. Задачник по теории линейных электрических цепей: Учеб. пособие, 3-изд., перераб. и доп.-М.: Высш. школа, 1982.-488 с.
4. Бокалов В.П., Дмитриков В.Ф., Крук Б.Е. Основы теории цепей: Учебник для вузов; Под ред. В.П. Бакалова. – 2-е изд. -М.: Радио и связь, 2000,-5925 с.
5. Основы теории цепей: Учебник для вузов/ Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нутшил, С. В. Страхов. – 5е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. -528 с.
6. Основи теорії кіл: Підручник для студентів вищих навчальних закладів. Ч.1 / Ю. О. Коваль, Л. В. Грінченко, І. О. Малютченко, О. І. Рибін / За заг. редакцією В. М. Шокола та В. І. Правди. – Х.: Компанія СМІТ, 2008. 432 с.
7. Асеев Б.П.. Колебательные цепи. Государственное издательство литературы по вопросам связи и радио. М.: 1955, - 462 с.

Полях О.И., Ястребов Н.И. Особенности нахождения резонансных частот системы связанных контуров Наглядно показана ошибочность утверждения, которое часто встречается в литературе, что резонансные частоты (частоты связи) и частоты, соответствующие горбам резонансной кривой тока во втором контуре - это одно понятие. Несмотря на то, что в случае одинаковых контуров значения этих частот совпадают, они находятся из совершенно разных условий.

Ключевые слова: резонансная частота, контур, расстройка

Ястребов М.І., Полях О.І. Особливості знаходження резонансних частот системи зв'язаних контурів Наочно показана помилковість твердження, яке часто зустрічається у літературі, що резонансні частоти (частоти зв'язку) та частоти, що відповідають горбам резонансної кривої струму у другому контурі - це одне поняття. Незважаючи на те, що у випадку однакових контурів значення цих частот співпадають, вони знаходяться з абсолютно різних умов

Ключові слова: резонансна частота, контур, розстройка

Yastrebov N.I., Polyakh O.I. Features of finding resonance frequencies systems of coupled circuits. Illustrates the erroneous assertion, which is often found in the literature that the resonant frequency (the frequency of communication) and frequencies corresponding to the resonance curve humps current in the second circle - this is one concept. Despite the fact that in the case of identical circles, the values of this frequencies are numerically identical they are found from different conditions.

Key words: Resonant frequency, circuit, mismatch