

УДК 621.391.962

Математичні моделі адаптивних за поляризацією антенних решіток на основі інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду

Марченко А. О.¹, Гусак Ю. А.¹, Хамула С. В.², Войтко В. В.², Стейскал А. Б.³, Кузьменко В. В.⁴

¹Національний університет оборони України, м. Київ, Україна

²Военна академія імені Євгенія Березняка, м. Київ, Україна

³Науково-дослідний інститут Міністерства оборони України, м. Київ, Україна

⁴Інститут спеціального зв'язку та захисту інформації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

E-mail: vitalik_v_ua@i.ua

Зазначено про ефект змінюваності поляризації сигналів під час поширення електромагнітних хвиль уздовж земної поверхні, який призводить до втрат потужності сигналів внаслідок рефракції. Цей ефект може бути усунений адаптацією за поляризацією антенних систем, побудованих на основі решітчастих структур, що перетворюють сигнали з будь-якою поляризацією у колову. Такими антенними решітками є поляризаційно-голографічні антени, задачу дифракції електромагнітних хвиль у яких доцільно розв'язувати методами інтегральних рівнянь, що дають змогу визначати параметри антен через трансформацію первинного електромагнітного поля у вторинне на основі принципів голографії. Наведено фізичну модель неоднорідного напівпрозорого тіла, що за своїми властивостями відповідає адаптивній за поляризацією антенній решітці. Математично формалізовано електродинамічну модель напівпрозорого тіла на основі інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, як постановка і розв'язання зворотної електродинамічної задачі, що зв'язує первинне електромагнітне поле, поверхневий струм та поверхневий імпеданс. Такий імпеданс є голографічним ядром інтегрального рівняння, яке дає змогу синтезувати імпедансну поверхню для хвиль колової поляризації. Розглянуто фізичну модель неоднорідного тіла, що має декілька шарів, для якої розроблено математичну (електродинамічну) модель багат шарового імпедансного тіла, дифракція електромагнітних хвиль на якому формалізується системою інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду для різних резонансних довжин хвиль з урахуванням впливу інших шарів. Подальшими дослідженнями слід вважати опис процесу поширення електромагнітних хвиль, з урахуванням їх багатократного відбиття у планарному імпедансному тілі та удосконалення матричного методу визначення коефіцієнтів проходження та відбиття в таких тілах.

Ключові слова: адаптивна антенна решітка; поляризація; неоднорідна напівпрозора структура; імпедансне тіло; резонансна довжина хвилі; математична модель; інтегральне рівняння Фредгольма першого роду

DOI: [10.20535/RADAR.2023.93.52-57](https://doi.org/10.20535/RADAR.2023.93.52-57)

Постановка проблеми у загальному вигляді

Розвиток галузі знань «Електроніка та телекомунікації» потребує розроблення нових або удосконалення існуючих засобів радіозв'язку для більш якісної передачі інформації за рахунок покращення технічних характеристик елементів цих засобів.

До складу сучасних систем радіозв'язку входять засоби радіорелейного зв'язку (РРЗ) різних типів, які забезпечують ретрансляцію сигналів через лан-

цюг радіорелейних станцій (РРС), розташованих у зоні прямої видимості [1].

Важливим елементом РРС є антенні системи (АС), які використовуються для випромінювання (приймання) електромагнітних хвиль (ЕМХ) у напрямку передачі (прийому) інформації. Оскільки під час радіорелейного зв'язку ЕМХ поширюються уздовж земної поверхні, напрямок орієнтації вектора електричної складової ЕМХ може змінюватись, при цьому потужність сигналів зменшується внаслідок неузгодженості поляризації [2].

Крім того, для збільшення швидкості передачі інформації та пропускної здатності цифрових РРС доцільно використовувати технологію ММО (Multiple Input Multiple Output – множинний вхід – множинний вихід) [3, 4]. Недоліком такої технології є те, що для забезпечення зв'язку використовується збільшена кількість передавальних і приймальних АС у радіорелейній лінії.

Тому під час організації РРЗ існує проблемна ситуація, яка обумовлена потребою забезпечити швидкісну та надійну передачу інформації в умовах поширення ЕМХ уздовж земної поверхні без втрат потужності сигналів.

Звідси постає актуальне наукове та практичне завдання вирішення проблемної ситуації щодо адаптації (за поляризацією) АС, побудованих на основі антенних решіток (АР) для забезпечення якісної передачі інформації.

1 Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботі [1] розглянуто основні напрями розвитку РРЗ, наведено загальні відомості про новітні цифрові засоби, але не розглядається їх АС, як складова від якої суттєво залежить якість передачі інформації, але зазначено, що перспективним напрямом розвитку РРС є адаптивна обробка сигналів.

Основні принципи побудови цифрових радіорелейних ліній, порядок їх розрахунку та енергетичні співвідношення наведені в [2]. Показано, що на завмирання сигналів впливають діаграми спрямованості (ДС) антен, які обумовлені варіаціями кутів виходу і приходу ЕМХ, викликаними рефракцією, але не зазначено як цей ефект можна усунути.

Результати аналізу каналу зв'язку наведені в [4], розглянуті джерела послаблення сигналів, втрати потужності прийнятих сигналів у трактах залежно від частоти тощо, але не показано яким чином на потужність сигналів впливає їх поляризація.

У відомих наукових працях [5–7] запропоновані та розглянуті існуючі підходи до математичної формалізації процесу синтезу антен, що являють собою замкнуті напівпрозорі поверхні. У роботах [8–10] розглянуто методи синтезу спрямованих властивостей відбивальних антенних решіток, що враховують наявність взаємного зв'язку між опромінювачами довільного типу. У публікаціях [11–13] показано математичні моделі електродинамічних структур для АР різної форми.

Таким чином, проведений аналіз останніх досліджень та публікацій свідчить, що на сьогодні існує велика кількість математичних підходів для вирішення проблемної ситуації, яка описана у статті, однак вони мають узагальнений характер і потребу-

ють адаптації методів і моделей до АС конкретного конструктивного виконання.

На підставі наведеного, метою й основним змістом статті є висвітлення результатів математичної формалізації електродинамічних моделей адаптивних за поляризацією антенних решіток для РРС.

2 Виклад основного матеріалу

Для досягнення мети статті щодо усунення неузгодженості поляризаційних характеристик пропонується використовувати плоскі (планарні) транспаранти (відбивачі) на основі поляризаційно-голографічних антен (ПГА), які дають змогу обробляти сигнали як з лінійною, так і з коловою (еліптичною) поляризацією [14]. Такі АС можна віднести до адаптивних за поляризацією антенних решіток.

У роботі [15] зазначено, що ПГА може бути розглянута як неоднорідна напівпрозора структура. При цьому крайову задачу дифракції ЕМХ на напівпрозорому тілі пропонується розв'язувати методом інтегральних рівнянь (ІР) Фредгольма першого роду [6].

2.1 Математична формалізація електродинамічної моделі неоднорідного напівпрозорого тіла

Розглянемо напівпрозоре тіло d , фізична модель якого наведена на Рис. 1. Це тіло є імпедансним, опромінюється електромагнітним полем (ЕМП) $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, що можна представити через потенціал Герца $\vec{P}_0(M)$. Інтегральне рівняння Фредгольма першого роду відносно електричної складової поверхневого струму $\vec{J}_d^e(M_0)$ на поверхні S має вигляд [6]:

$$\oint_S \left\{ i\omega\mu\vec{J}_d^e(M_0)\Phi(M, M_0) + Zrot[n, \vec{J}_d^e(M_0)]\Phi(M, M_0) \right\} dS = 4\pi i\omega\mu\vec{P}_{rot}(M), \quad (1)$$

де μ – магнітна проникливість напівпрозорого тіла d ;

ω – циклічна частота електромагнітних хвиль;

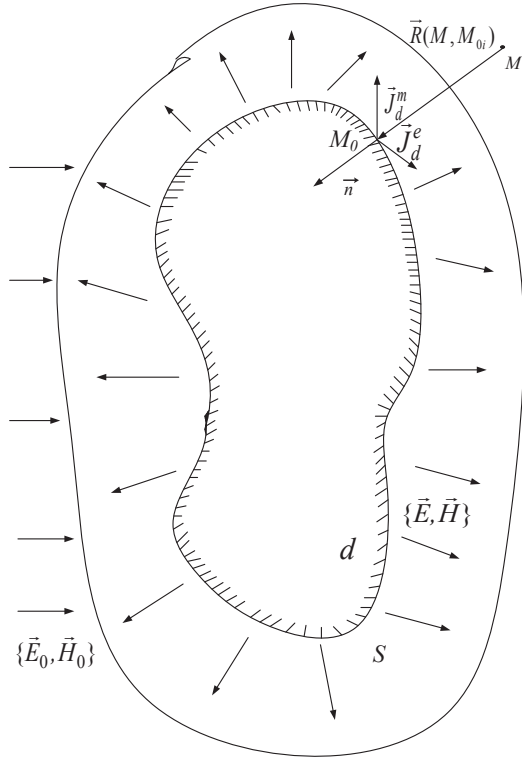
$\Phi(M, M_0) = \frac{e^{ik\vec{R}(M, M_0)}}{\vec{R}(M, M_0)}$ – сферична функція;

Z – поверхневий імпеданс;

$\vec{R}(M, M_0)$ – радіус-вектор відстані між точкою спостереження M і точкою M_0 на поверхні S ;

$\vec{P}_{rot}(M)$ – вихрова частина вектора Герца первинного ЕМП, що падає на тіло d .

Рівняння (1) є вихідним ІР для постановки і розв'язання зворотної електродинамічної задачі синтезу імпедансного тіла, що зв'язує первинне ЕМП, сторонні джерела, поверхневий струм $\vec{J}_d^e(M_0)$, а також поверхневий імпеданс Z .

Рис. 1. Фізична модель напівпрозорого тіла d

При синтезі властивостей поверхневого імпедансу Z напівпрозоре тіло d перетворює первинне ЕМП $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, при цьому вираз (1) розпадається на систему інтегральних рівнянь першого роду:

$$\begin{cases} \oint_S \{i\omega\mu\vec{J}_d^e(M_0)\Phi(M_0, M)\} dS_d = \vec{\Pi}_0(M), \\ \oint_S \{Z_0(M_0, M)[grad_M\Phi(M_0, M)[n_d, \vec{J}_d^e(M_0)]]\} dS_d = \\ = \vec{\Pi}_1(M), \end{cases} \quad (2)$$

де $\vec{\Pi}_0(M)$ і $\vec{\Pi}_1(M)$ – електричні вектори Герца в точці спостереження M первинного і повного ЕМП відповідно.

Розв'язання ІР залежить від виду його ядра. З фізичного погляду ядро описує реальні властивості напівпрозорого тіла (зокрема й імпедансні) та має бути самоспряженим.

У рівняннях (1), (2) поверхневий імпеданс Z є ядром ІР, що називається голографічним, яке залежить від співвідношення амплітуд і фаз. Для ядра ІР має виконуватись умова ортонормованості, що є умовою фізичної реалізованості голографічного ядра, яке можна визначити методом ортонормованих функцій, що базується на теоремі розкладання ермітових ядер. При цьому таке ІР дає змогу синтезувати імпедансну поверхню для хвиль колової поляризації.

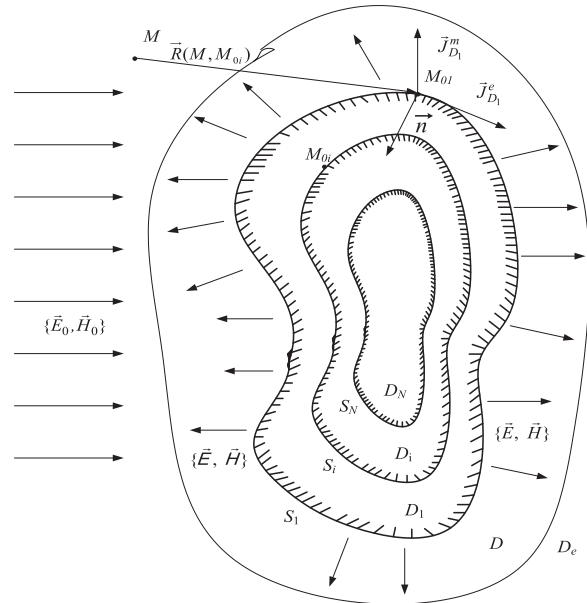
Система інтегральних рівнянь (2) математично формалізує електродинамічну модель неоднорідного напівпрозорого тіла, яке за своїми властивостями відповідає адаптивній за поляризацією антенній решітці та на якому виконуються імпедансні граничні умови.

2.2 Математична формалізація електродинамічної моделі неоднорідного напівпрозорого тіла, що має декілька шарів

Оскільки технологія МІМО передбачає паралельну передачу інформації декількома радіоканалами на різних робочих частотах, то для реалізації такої технології пропонується використовувати планарні АР на основі ПГА, що розміщені одна над одною [14].

Розглянемо розв'язання задачі дифракції ЕМХ на неоднорідному тілі, яке складається з декількох шарів, що мають різні діелектричну та магнітну проникливість. Кожному шару відповідає своя резонансна довжина хвилі.

Нехай первинне ЕМП $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$, що поширюється в області D_e , падає на багатшарове неоднорідне тіло D , яке складається з шарів D_1, \dots, D_N , що обмежені поверхнями S_1, \dots, S_N , відповідно (Рис. 2).

Рис. 2. Фізична модель багатшарового неоднорідного тіла D

Подамо повне ЕМП $\{\vec{E}, \vec{H}\}$ у вигляді:

$$\vec{E} = \vec{E} + \vec{E}_0; \quad \vec{H} = \vec{H} + \vec{H}_0. \quad (3)$$

При цьому дифраговане ЕМП $\{\vec{E}, \vec{H}\}$ на неоднорідному тілі D задовольняє однорідній системі

рівнянь Максвелла, умові випромінювання в нескінченності та граничним умовам Шукіна–Леонтовича на довільній поверхні S_i [6]:

$$\left[\vec{n}, \vec{E} + \vec{E}_0 \right]_{S_i} = Z_i \left[\vec{n}, \left[\vec{n}, \vec{H} + \vec{H}_0 \right] \right]_{S_i}, \quad (4)$$

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_0(M) + \sum_{i=1}^N \left(\text{rot rot} \frac{1}{4\pi i \omega_i \varepsilon_i} \oint_{S_i} \vec{J}_{D_i}^e \Phi(M, M_{0i}) dS_i - \text{rot rot} \frac{1}{4\pi k_i^2} \oint_{S_i} \text{rot}_M \left\{ \vec{J}_{D_i}^m \Phi(M, M_{0i}) \right\} dS_i \right); \quad (5)$$

$$\vec{H}(M) = \vec{H}_0(M) - \sum_{i=1}^N \left(\text{rot} \frac{1}{4\pi} \oint_{S_i} \vec{J}_{D_i}^e \Phi(M, M_{0i}) dS_i + \text{rot} \frac{1}{4\pi j \omega_i \mu_i} \oint_{S_i} \text{rot}_M \left\{ \vec{J}_{D_i}^m \Phi(M, M_{0i}) \right\} dS_i \right), \quad (6)$$

де $\vec{J}_{D_i}^m = [\vec{n}, \vec{H}]_{S_i}$, $\vec{J}_{D_i}^e = [\vec{n}, \vec{E}]_{S_i}$ – поверхневі магнітні та електричні струми i -го шару;

$\Phi(M, M_{0i}) = \frac{e^{ik\vec{R}_i(M, M_{0i})}}{\vec{R}_i(M, M_{0i})}$ – сферична функція для i -го шару;

$\vec{R}_i(M, M_{0i})$ – радіус-вектор відстані між точкою спостереження M і точкою M_{0i} на S_i ;

ε_i , μ_i – діелектрична та магнітна проникність шару D_i відповідно;

$k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i}$ – хвильове число для кожного шару D_i ;

де Z_i – поверхневий імпеданс i -го шару тіла D ;

\vec{n} – нормаль до поверхні S_i у точці M_{0i} .

У загальному вигляді для неоднорідного тіла з кількістю шарів N , розв'язок крайової задачі дифракції ЕМХ можна подати у вигляді:

λ_i – довжина хвилі, яка поширюється в шарі D_i .

Із граничних умов знаходимо зв'язок між $\vec{J}_{D_i}^e$ і $\vec{J}_{D_i}^m$:

$$\vec{J}_{D_i}^m = Z_i [\vec{n}, \vec{J}_{D_i}^e] \quad \text{і} \quad [\vec{n}, \vec{J}_{D_i}^m] = -Z_i \vec{J}_{D_i}^e.$$

При цьому повне ЕМП $\{\vec{E}, \vec{H}\}$ можна обчислити за однією складовою поверхневого струму, наприклад, електричною $\vec{J}_{D_i}^e$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0(M) - \frac{1}{4\pi k_i^2} \sum_{i=1}^N \text{rot rot} \oint_{S_i} \left\{ i\omega_i \mu_i \vec{J}_{D_i}^e \Phi(M, M_{0i}) + Z_i \left[\text{grad}_{M_i} \Phi(M, M_{0i}), [\vec{n}, \vec{J}_{D_i}^e] \right] \right\} dS_i; \quad (7)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0(M) - \frac{1}{4\pi j \omega_i \mu_i} \sum_{i=1}^N \text{rot} \oint_{S_i} \left\{ i\omega_i \mu_i \vec{J}_{D_i}^e \Phi(M, M_{0i}) + Z_i \left[\text{grad}_{M_i} \Phi(M, M_{0i}), [\vec{n}, \vec{J}_{D_i}^e] \right] \right\} dS_i. \quad (8)$$

Як видно з (7) і (8), для визначення повного ЕМП достатньо знайти $\vec{J}_{D_i}^e$ на поверхні S_i . Для

отримання ІР відносно $\vec{J}_{D_i}^e(M_{0i})$ розглянемо точку спостереження M в області D_e , для якої можна записати:

$$\sum_{i=1}^N \text{rot} \oint_{S_i} \left\{ i\omega_i \mu_i \vec{J}_{D_i}^e \Phi(M, M_{0i}) + Z_i \left[\text{grad}_{M_i} \Phi(M, M_{0i}), [\vec{n}, \vec{J}_{D_i}^e] \right] \right\} dS_i = 4\pi j \omega_i \mu_i \vec{H}_0(M). \quad (9)$$

Вираз (9) є ІР Фредгольма першого роду відносно електричної складової поверхневого струму $\vec{J}_{D_i}^e(M_0)$ для неоднорідного тіла з кількістю шарів N .

Якщо первинне ЕМП $\{\vec{E}_0, \vec{H}_0\}$ подати через потенціал Герца $\vec{\Pi}_0(M)$, наприклад, $\vec{H}_0 = \text{rot}\{\vec{\Pi}_0(M)\}$, то рівняння (9) буде еквівалентним ІР:

$$\sum_{i=1}^N \oint_{S_i} \left\{ i\omega_i \mu_i \vec{J}_{D_i}^e \Phi(M, M_{0i}) + Z_i \left[\text{grad}_{M_i} \Phi(M, M_{0i}), [\vec{n}, \vec{J}_{D_i}^e] \right] \right\} dS_i = 4\pi j \omega_i \mu_i \vec{\Pi}_{\text{rot}}(M), \quad (10)$$

де $\vec{\Pi}_{\text{rot}}(M)$ – характеризує вихрову частину вектора Герца первинного ЕМП в області D_e .

Рівняння (10), яке зв'язує первинне ЕМП, вплив сторонніх джерел, поверхневий струм і сумарний матричний поверхневий імпеданс, можна розгляда-

ти як вихідне ІР для постановки й розв'язку оберненої електродинамічної задачі синтезу імпедансної поверхні, що має N шарів. Така поверхня відповідає багат шаровій ПГА, наведеній у [15].

Для прикладу, розглянемо неоднорідне тіло D , що має двошарову структуру. Така структура є адекватною антенній системі з двома АР, що реалізує

$$\begin{cases} \oint_{S_1} \left\{ i\omega_1 \mu_1 \vec{J}_{D_1}^e \Phi(M, M_{01}) + Z_1 [\text{grad}_{M_1} \Phi(M, M_{01}), [\vec{n}, \vec{J}_{D_1}^e]] \right\} dS_1 + \Delta H_2 = 4\pi j \omega_1 \mu_1 \vec{P}_{rot}(M), \\ \oint_{S_2} \left\{ i\omega_2 \mu_2 \vec{J}_{D_2}^e \Phi(M, M_{02}) + Z_2 [\text{grad}_{M_2} \Phi(M, M_{02}), [\vec{n}, \vec{J}_{D_2}^e]] \right\} dS_2 + \Delta H_1 = 4\pi j \omega_2 \mu_2 \vec{P}_{rot}(M), \end{cases} \quad (11)$$

де ΔH_1 та ΔH_2 – величини, що характеризують взаємний вплив шарів.

Розглянута фізична модель неоднорідного тіла (Рис. 2) удосконалює фізичну модель напівпрозорого тіла (Рис. 1) за рахунок збільшення шарів та дає змогу формалізувати математичну модель багатошарового імпедансного тіла, що має декілька шарів. Вираз (11) математично описує електродинамічну модель двошарового імпедансного тіла, яка зв'язує первинне ЕМП, вплив сторонніх джерел, поверхневий струм і сумарний матричний поверхневий імпеданс на двох резонансних довжинах електромагнітних хвиль та враховує взаємний вплив шарів.

3 Перспективи подальшого розвитку дослідження

Одним з напрямів подальших досліджень можна вважати вирішення завдання математичної формалізації процесу поширення ЕМХ з урахуванням багатократного їх відбиття у планарному імпедансному тілі та удосконалення матричного методу визначення коефіцієнтів проходження та відбиття ЕМХ [14], який призначений для визначення функції трансформації первинного ЕМП у вторинне за матрицями загальних коефіцієнтів відбиття та проходження ЕМХ у неоднорідних решітчастих структурах.

Висновки

1. Проблемна ситуація, щодо забезпечення введеної передачі інформації в умовах поширення електромагнітних хвиль уздовж земної поверхні без суттєвих втрат потужності сигналів, може бути вирішена використанням адаптивних за поляризацією антенних решіток, побудованих на основі поляризаційно-голографічних транспарантів, які мають властивість перетворення сигналів з будь-якою поляризацією в колову.

2. Для математичної формалізації електродинамічних моделей адаптивних (за поляризацією) антенних решіток доцільно застосовувати метод інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду, який

технологію МІМО. Кожному шару відповідає своє значення резонансної довжини хвилі λ_1 і λ_2 . Тоді вираз (10) можна подати системою ІР у вигляді:

дає змогу на основі принципів голографії визначити параметри транспаранта антенної системи через трансформацію первинного електромагнітного поля у вторинне.

3. Властивості адаптивної за поляризацією антенної решітки відповідають неоднорідному напівпрозорому тілу, що володіє поверхневим імпедансом, яке є ядром інтегрального рівняння. Це рівняння ґрунтується на вирішенні крайової задачі дифракції електромагнітних хвиль на імпедансному тілі та дає змогу знайти голографічне ядро, яке за своїми властивостями відповідає транспаранту (відбивачу) антени.

4. Для математичної формалізації електродинамічної моделі планарної антенної решітки на основі декількох поляризаційно-голографічних антен, розміщених одна над одною, що реалізує технологію МІМО, розглянуто фізичну модель неоднорідного тіла з декількома шарами. Отримане інтегральне рівняння відповідає математичній моделі двошарового імпедансного тіла та описує дифракцію електромагнітних хвиль на цьому тілі для двох резонансних довжин хвиль.

References

- [1] Kushnir, O. I., Vasiuta, K. S., Ozerov, S. V., Lytvyn, A. V. and Severilov, A. V. (2017). Osnovni tendentsii ta perspektyvy rozvytku viiskovoho radioreleinoho zviyazku [Main trends and development prospects of military radio relay communication]. *Scientific Works of Kharkiv National Air Force University*, Vol. 4(53), pp. 7-11.
- [2] Narytnyk T. M., Pochernyayev V. M., Povkhliv V. S. (2019). Tsyfrovii radioreleyni ta troposferni liniyi zv'yazku [Digital radio relay and tropospheric communication lines]. *Odesa: ONAZ im. O. S. Popova*, pp. 27–32.
- [3] Hanzo L., Akhtman Y., Wang L., Jiang M. (2010). MIMO-OFDM for LTE, WiFi and WiMAX. Coherent versus Non-coherent and Cooperative Turbo-transceivers. *UK: J. Wiley & Sons*, 658 p. DOI:10.1002/9780470711750.
- [4] Wu Y., Xiao C., Ding Z., Gao X., Jin S. (2018). A Survey on MIMO Transmission With Finite Input Signals: Technical Challenges, Advances, and Future Trends. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 10(106), pp. 1779–1833. DOI:10.1109/JPROC.2018.2848363.
- [5] Checcacci F., Russo V., and Scheggi A. M. (1970). Holographic antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 18, No. 6, pp. 811-813. doi: 10.1109/TAP.1970.1139788.

- [6] Sukharevsky O. I., Vasilets V. A., Kukobko S. V., Nechtaylo S. V., Sazonov A. Z. (2009). The Electromagnetic Wave Scattering by Aerial and Ground Radar Objects: monograph. Ed. by Sukharevsky O. I. *Kharkiv: HUPS*, 2009. 468 p.
- [7] M. Salehi, H. Oraizi (2022). Holographic Transmitarray Antenna with linear polarization in X band. *AEU – International Journal of Electronics and Communications*, Vol. 146. DOI: 10.1016/j.aeue.2022.154115.
- [8] M. Li, M.-c Tang and S. Xiao. (2019). Design of a LP, RHCP and LHCP Polarization-Reconfigurable Holographic Antenna. *IEEE Access*, Vol. 7, pp. 82776–82784. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2923672.
- [9] Y. Li, A. Li, T. Cui, and D. F. Sievenpiper. (2018). Multiwavelength Multiplexing Hologram Designed Using Impedance Metasurfaces. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 66, No. 11, pp. 6408–6413. DOI: 10.1109/TAP.2018.2869427.
- [10] Karimipour M. and Komjani N. (2018). Holographic-Inspired Multibeam Reflectarray With Linear Polarization. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 66, No. 6, pp. 2870–2882. doi: 10.1109/TAP.2018.2823776.
- [11] M. Movahhedi and N. Komjani. (2020). Dual-frequency dual orthogonal polarization wave multiplexing using decoupled pixels based on Holographic technique. *Optics Express*, Vol. 28, Iss. 8, pp. 12424–12438. doi: 10.1364/OE.391380.
- [12] Emamian H., Oraizi H., Moieni M.M. (2019). Design of Wide-band Dual-beam Leaky-wave Antenna using the Holographic Theory. *27th Iranian Conference on Electrical Engineering*, pp. 1456–1460. DOI: 10.1109/IranianCEE.2019.8786404.
- [13] Wu G. B., Chan K. F., Shum K. M. and Chan C. H. (2021). Millimeter-Wave Holographic Flat Lens Antenna for Orbital Angular Momentum Multiplexing. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 69, No. 8, pp. 4289–4303/ doi: 10.1109/TAP.2020.3048527.
- [14] Marchenko A. O., Husak Yu. A. (2019). Constructive Synthesis Multilayer Polarization Holographic Antenna. Recommendations for Implementation of Research Results. *Modern Information Technologies in the Sphere of Security and Defence*, Vol. 35, No. 2, pp. 5–12. DOI: 10.33099/2311-7249/2019-35-2-5-12.
- [15] Marchenko A. O., Husak Yu. A., Voytko V. V., Bahatosharova polyaryzatsiyno-holohrafichna antena. Patent na korysnu model' № 142499; zayavl. 06.12.2019; opubl. 10.06.2020 [Multilayer polarization-holographic antenna. Utility model patent No. 142499; statement 06.12.2019; published 10.06.2020].

Mathematical Models of Polarization Adaptive Antenna Arrays Based on First-Kind Fredholm Integral Equations

Marchenko A. O., Husak Yu. A., Khamula S. V.,
Voitko V. V., Steiskal A. B., Kuzmenko V. V.

Formulation of the problem in general. During radio relay communication, electromagnetic waves propagate along the earth's surface, and due to refraction, the polarization of signals can change, which leads to loss of signal power. This problematic situation can be solved by polarization adaptation of antenna systems built on the basis of lattice structures that convert signals with any polarization into a circle. Such antenna arrays are polarization-holographic antennas.

Analysis of recent researches and publications. In the theory of antenna synthesis, closed translucent surfaces, methods of synthesis of directional properties of reflective antenna arrays, which take into account the presence of mutual communication between irradiators of any type, as well as models of electrodynamic structures for arrays of different shapes are considered. This approach has a generalized nature and requires the adaptation of mathematical methods and models to antenna systems of a specific design. The polarization-holographic antenna can be considered as a non-homogeneous translucent structure, the problem of diffraction of electromagnetic waves in which it is expedient to solve the Fredholm integral equations of the first kind.

Presenting the main material. The mathematical formalization of the electrodynamic model of a non-homogeneous translucent body, which in its properties corresponds to the polarization-adaptive antenna array, is considered as the formulation and solution of the inverse electrodynamic problem connecting the primary electromagnetic field, surface current, and surface impedance. This surface impedance is the holographic kernel of the integral equation, which makes it possible to synthesize the impedance surface for circularly polarized waves. Diffraction of electromagnetic waves on a multilayer impedance body is described by a system of Fredholm integral equations of the first kind for different resonant wavelengths.

Conclusion. The method of Fredholm integral equations of the first kind makes it possible to determine the parameters of the antenna array through the transformation of the primary electromagnetic field into a secondary one based on the principles of holography. The result of solving the integral equation is its holographic core, which corresponds to the transparent (reflector) of the antenna. A system of integral equations was obtained, which mathematically formalizes the electrodynamic model of a planar antenna array with several layers, taking into account the mutual influence of these layers.

The perspectives of future researches. Further studies should be considered the description of the propagation process of electromagnetic waves, taking into account their multiple reflections, in a planar impedance body and the improvement of the matrix method for determining the transmission and reflection coefficients in such bodies.

Keywords: adaptive antenna array; polarization; inhomogeneous translucent structure; impedance body; resonance wavelength; mathematical model; Fredholm integral equation of the first kind