

# Гіпервипадкові властивості функціональних характеристик радіоелектронної техніки

Зінковський Ю. Ф., Уривський Л. О.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", м. Київ, Україна

E-mail: leonid\_uic@ukr.net

Розглянуто проблеми та запропоновано методи визначення показників функціонального призначення радіоелектронних пристроїв при проектуванні на основі теорії гіпервипадкових явищ. Гіпервипадковий характер фізичної величини або процесу проявляється у порушенні ними умов статистичної стійкості, що доцільно характеризувати через коефіцієнти статистичної нестабільності – флуктуації математичного сподівання та ін. Завданням представленої роботи є виклад методів проектування, що враховують гіпервипадковий характер процесів, які протікають в радіоелектронних засобах (РЕЗ), та визначення характеристик функціонування РЕЗ методами розрахунку гіпервипадкових показників. Для опису гіпервипадкових величин використано ймовірнісні характеристики випадкових процесів: функції розподілу та щільності ймовірності. Найвні методи проектування РЕЗ не враховують гіпервипадкову природу фізичних процесів, що відбуваються в радіоелектронній апаратурі (РЕА). При функціонуванні РЕА характеристики та параметри відображаються у вигляді операторів, кожен з яких формується як результат множини вхідних впливів, внутрішніх процесів і зовнішніх факторів. Системний аналіз структури РЕА показує, що основні складові її конструктивної складності – це комірки та мікробірки, які у загальному обсязі всієї РЕА складають не менш 75-80%. Для них головними дестабілізуючими факторами є механічні та теплові (зовнішні та внутрішні). Запропоновано рівняння механічних коливань друкованої плати із урахуванням гіпервипадкового характеру фізичних величин, що визначають ймовірнісні значення динамічного прогину плати, власну частоту коливань, частоту зовнішнього збудження та ін. Розглянута гіпервипадкова модель нестационарного теплового поля в платі, що враховує поширення теплової енергії в платі кондукцією та охолодження її конвекцією через диференціальне рівняння параболічного типу. Отримане рішення в межах математичної моделі здійснено методом кінцевих інтегральних перетворень та має вигляд гіпервипадкової функції. Для розрахунків функціональних показників РЕА з урахуванням гіпервипадковості може бути затребуваний спеціалізований математичний апарат для знаходження щільності розподілу, математичного сподівання та дисперсії їх випадкових значень. Подальшими доцільним дослідженнями слід вважати проблеми обчислюваного характеру, оскільки, на відміну від стандартних математичних пакетів (наприклад, MathCad), для розрахунків вихідних параметрів апаратури із ознаками гіпервипадковості необхідна спеціалізована математична підтримка.

*Ключові слова:* теорія гіпервипадкових явищ; радіоелектронні засоби; функціональні характеристики

DOI: [10.20535/RADAP.2024.95.31-38](https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.95.31-38)

## 1 Постановка проблеми

Сучасні дослідження різних реальних явищ привели до висновку про те, що останні найбільш адекватно можуть бути представлені гіпервипадковими моделями: сімейство випадкових подій, величин, функцій або полів залежить від параметра  $g$  – незалежного аргументу, пов'язаного з умовами спостереження або формування об'єкта, що розглядається.

Основи теорії гіпервипадкових явищ були сформульовані та розвинені українським вченим І. І. Горбанем [1, 2].

Для гіпервипадкової події  $X$  частота появи  $p_N(X)$  зі збільшенням числа дослідів  $N$  не стабілізується і в разі  $N \rightarrow \infty$  не має межі.

В цьому випадку частота подій властивістю стійкості не володіє.

Якщо випадкова величина  $X$  повністю характеризується функцією розподілу  $F(x)$ , тоді як гіпервипадкова величина  $X = \{X/g \in \Upsilon\}$  характеризується множиною умовних функцій розподілу  $F(x/g)$ ,  $g \in \Upsilon$  ( $\Upsilon$  – множина умов подій).

Отже, гіпервипадкова величина є узагальненим поняттям детермінованої, випадкової та інтервальної величини. Завдячуючи такій універсальності, з допомогою гіпервипадкових моделей можливо моде-

лювати різноманітні фізичні явища, які мають різну ступень та вид невизначеності.

Явище гіпервипадковості отримання планових вихідних параметрів (характеристик) радіоапаратури, яка конструюється, викликано великою кількістю слабопрогнозованих обставин. Серед них – розкиди номінальних величин елементної бази; неминучі помилки розробників; невизначені, непостійні, нестійкі, складні умови експлуатації; старіння матеріалу, що супроводжується фізико-хімічними деградаційними процесами і т. д.

Створена у 20-му сторіччі теорія допусків з використанням т. зв. коефіцієнтів впливу, яка повністю та надійно пов'язує вихідний параметр зі змінами величин параметрів внутрішніх елементів, не забезпечила з-за складності опис взаємо пов'язаних процесів і великих статистик.

Використання теорії гіпервипадковості наближає рішення цієї проблеми.

Враховуючи ці обставини, треба прийняти, що процеси, що протікають у радіоелектронній апаратурі (РЕА), мають виражений гіпервипадковий характер, і всіх їх доцільно представляти гіпервипадковими величинами та функціями.

Гіпервипадкову величину  $X$  можна уявити безліччю випадкових величин  $X = \{X/g \subset G\}$ , причому для кожного з тих, що входять до множини  $G$  умов  $g$  імовірнісну міру не визначено.

Для опису гіпервипадкової величини використовують ймовірнісні характеристики умовних випадкових величин, наприклад:

- функції розподілу

$$F(x/G) = P\{X \leq x/g\},$$

де  $P\{X \leq x/g\}$  – ймовірність збереження нерівності  $X \leq x$  в умовах  $g$ ;

- щільності ймовірності

$$f(x/g) = \frac{dF(x/g)}{dx}.$$

Для характеристики гіпервипадкового явища  $X$  використовують верхню  $P_S(X)$  та нижню  $P_I(X)$  межі функції розподілу – межі ймовірності:

$$P_S(X) = \sup_{g \subset G} P(X/g), \quad P_I(X) = \inf_{g \subset G} P(X/g).$$

В узагальненому вигляді гіпервипадкова функція  $Y(t)$  може бути представлена як безліч гіпервипадкових об'єктів:

- скалярна  $Y(t) = \{Y(t)/g \subset G\}$  – через множини гіпервипадкових величин;
- векторна  $\bar{Y}(t) = \{Y_1(t) \dots Y_G(t)\}$  – через безліч гіпервипадкових скалярних функцій.

Числовими характеристиками гіпервипадкових величин і функцій можуть бути математичне очікування, дисперсії кордонів, кореляційні та інші моменти.

Гіпервипадкова функція при фіксації значень аргументу перетворюється на випадкову величину, а при фіксації умов визначення – на детерміновану функцію.

Актуальним завданням створення оптимальних конструкцій РЕА є створення методів проектування, що враховують гіпервипадковий характер процесів, що протікають в радіоелектронних засобах (РЕЗ), та визначення методами розрахунку гіпервипадкових показників функціональних характеристик РЕЗ.

## 2 Аналіз наявних методів проектування РЕЗ

Системний підхід до вивчення складних явищ, що застосовувався в минулому столітті для управління економікою, надалі став ефективним інструментом у технічній галузі знань для аналізу, синтезу, створення методів проектування оптимальних технічних об'єктів [2–4].

Методами системного аналізу методи проектування можна об'єднати у такі групи:

- структурно-аналітичні: створюють на початковому етапі структуру об'єкта у вигляді математичної моделі – системи диференційних рівнянь, розв'язуючи які і отримують кінцеве технічне рішення [5];
- адаптивні: структуру та складові вихідної математичної моделі змінюють у процесі проектування – це евристичні методи, методи морфологічного синтезу [6];
- структурно-оптимізаційні: на початковому етапі проектування створюють структуру об'єкта, що не вимагає її зміни на наступних етапах проектування, а оптимуму її досягають параметричною оптимізацією [7].

Кожен з цих методів передбачає, що на одному з початкових етапів створюються математична і фізична моделі РЕЗ, які потім трансформуються в конструкцію, а параметри останньої оптимізуються для досягнення найвищих показників якості.

На жаль, наявні методи проектування не враховують гіпервипадкову природу фізичних процесів, що відбуваються в РЕА, а також і характеристик пристрою, отриманих в результаті проектування.

При функціонуванні будь-якого РЕЗ у ньому протікають процеси, які можна відобразити безліччю характеристик і параметрів  $y_i$ , у вигляді операторів  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n]^T$ , а кожен оператор  $\mathbf{Y}$  формується як результат множини вхідних впливів  $\mathbf{X}$ , внутрішніх процесів  $\mathbf{P}$ , зовнішніх впливів  $\mathbf{Q}$ :  $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})$ .

Вихідні характеристики РЕЗ можна представити як функції  $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(Y_1, \dots, Y_t)$ , а комплексну характеристику всього РЕЗ як функціонал  $\mathcal{F} = \mathcal{F}(Z_1, \dots, Z_u)$ .

Всі зазначені параметри і характеристики доцільно розглядати як гіпервипадкові, а методи проектування ґрунтувати на використанні математичного апарату теорії гіпервипадкових явищ з тим, щоб можна було прогнозувати межі розсіювання одержуваних в результаті проектування функціональних характеристик реального РЕЗ.

**Мета статті** полягає в поширенні використання теорії гіпервипадкових явищ на завдання формулювання методів визначення показників функціонального призначення радіоелектронних пристроїв при проектуванні на основі гіпервипадкової моделі фізичних процесів.

### 3 Виклад матеріалу дослідження

#### 3.1 Визначення гіпервипадкових характеристик функціональних показників

Гіпервипадковий характер показників, що проявляється при функціонуванні РЕЗ, є наслідком впливу зовнішніх факторів, які можуть змінюватися непередбачувано, але ці гіпервипадкові властивості необхідно прогнозувати при створенні апаратури.

Суперечливість ситуації полягає в тому, що, з одного боку, у процесі проектування необхідно визначати можливі межі розсіювання параметрів і характеристик майбутнього РЕЗ – тільки так і можна визначити відповідність улаштування його цільового призначення, а з іншого боку – ці реальні межі гіпервипадкових показників можуть бути знайдені тільки тоді, коли пристрій виготовлено, а характеристики визначено.

Вихід із цієї ситуації, мабуть, може бути таким самим, як і у разі прогнозування показників надійності елементної бази РЕЗ – електрорадіоелементів (ЕРЕ), функціональних вузлів (ФВ), конструкційних матеріалів, для яких бази даних визначення інтенсивності відмов були створені експериментально: необхідно накопичувати статистичні дані щодо ймовірнісних гіпервипадкових характеристик елементів РЕЗ і пристроїв в цілому для різних умов експлуатації.

#### 3.2 Методи визначення гіпервипадкових показників величин і процесів

Гіпервипадковий характер фізичної величини або процесу проявляється у порушенні ними ста-

тистичної стійкості на кінцевому інтервалі спостереження: послідовність  $X_1, X_2, \dots, X_N$  випадкових об'єктів можна характеризувати коефіцієнтами статистичної нестабільності  $\gamma_{1N}$  і  $\mu_{1N}$  [8]:

$$\gamma_{1N} = \frac{M \left[ \sum_{n=1}^N (Y_n - \bar{m}_{Y_n})^2 \right]}{\sum_{n=1}^N D_{X_N}}; \quad (1)$$

$$\mu_{1N} = \sqrt{\frac{\gamma_{1N}}{1 + \gamma_{1N}}}$$

де  $Y_n$  – флуктуація вибіркового середнього:

$$Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$

$\bar{m}_{Y_n}$  – середнє флуктуації середнього:

$$\bar{m}_{Y_n} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^N Y_n,$$

$\bar{m}_{m_{y_n}}$  – середнє флуктуації математичних сподівань  $m_{y_n}$ :

$$\bar{m}_{m_{y_n}} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^N m_{y_n}.$$

Якщо  $\gamma_{1N} > 0$  і  $\mu_{1N} > 0$ , послідовність величин чи процес можуть бути гіпервипадковими. Виходячи з гіпервипадкової природи первинних величин, що входять до вираження операторів  $\mathbf{X}$ ,  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$ , прийдемо до логічного висновку, що ці останні, а також і рівняння, що об'єднують їх у моделі процесів  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Z}$ ,  $\mathcal{F}$  також повинні бути гіпервипадковими  $M$ -мірними функціями.

Для розрахунку характеристик гіпервипадкових функцій можуть бути використані всі методи їхнього подання за допомогою умовних функцій розподілу, умовних щільностей розподілу, меж функцій розподілу та їхніх моментів за відповідними характеристиками вихідних гіпервипадкових величин.

#### 3.3 Математичні моделі енергетичних процесів в РЕЗ

Математичні моделі енергетичних процесів в РЕЗ мають своєю основою рівняння Лагранжа, в більшості випадків представлені в диференційній формі (т. зв. рівняння Лагранжа 2-го роду) [9, 10].

Виходячи з припущення про гіпервипадковий характер фізичних явищ, доцільно ці рівняння записати у формі:

$$\left[ \frac{d}{d\tau} + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right]^h - \left[ \frac{\partial T}{\partial q_i} \right]^h + \left[ \frac{\partial U}{\partial q_i} \right]^h + \left[ \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} \right]^h - Q_i^h = 0, \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, k.$$

де  $T$  – кінетична енергія,  $U$  – потенційна енергія;  $\Phi$  – функція розсіяння енергії (функція Релея);  $Q_i$  – зовнішня узагальнена сила;  $q_i$  – узагальнені координати,  $(q_i)' = \partial q_i / \partial \tau$ ;  $\tau$  – час.

Верхнім індексом "h" тут і далі підкреслені гіпервипадкові властивості відповідних величин та функцій.

Виникає питання сутності математичних перетворень, що позначаються символами похідних від гіпервипадкових величин, тобто

$$\left[ \frac{\partial T(\dots)}{\partial q_i} \right]^h, \left[ \frac{\partial \Phi(\dots)}{\partial \dot{q}_i} \right]^h$$

та ін.

Видається доцільним вважати їх операторними зображеннями математичних граничних переходів (по суті аналогічних детермінованим) від первісної гіпервипадкової величини до зображення її похідної, не розкриваючи на цьому етапі математичних перетворень цих переходів. Зворотні переходи (інтегрування диференціального гіпервипадкового рівняння, знов-таки без деталізації математичних операцій), дозволяють отримувати рішення вихідних гіпервипадкових рівнянь у вигляді гіпервипадкових функцій.

Системний аналіз структури РЕА показує, що основні складові конструктивної складності будь-якого РЕЗ – це комірки та мікрозбірки, які у загальному обсязі всієї РЕА складають не менше 67-85%. Рівень їхньої конструктивної складності практично однаковий: основою кожної з них є пластмасова, металева або керамічна плата, на якій встановлені ЕРЕ, ФВ, від яких потрібно відводити тепло; мікрозбірки та комірки необхідно захищати від механічних впливів, а деякі екранувати.

Для розглянутих конструктивних модулів головні дестабілізуючі впливи, що можуть призвести до відмови від виконання функціонального призначення – механічні та теплові (зовнішні та внутрішні).

Зовнішні механічні впливи – вібрації, удари – призведуть до появи внутрішніх напруг в елементах конструкції, ЕРЕ та ФВ; теплові впливи – до підвищення їх температур внаслідок внутрішнього тепловиділення та впливу температури зовнішнього середовища. Тому нижче розглянуті гіпервипадкові математичні моделі основних механічних, теплових, електромагнітних процесів, що здійснюються в РЕЗ, і пов'язаних з ними показників надійності.

### 3.4 Приклади реалізації методів визначення гіпервипадкових показників величин і процесів

#### 3.4.1 Динамічні деформації плат

Диференціальне рівняння механічних коливань пластини (друкованої плати) з розмірами  $l \times b \times h$  при кінематичному збудженні зсувом опор  $z_0(\tau)$ , що враховує гіпервипадковий характер первинних

фізичних величин, отримуємо з (2) у вигляді:

$$m^h \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \right)^h + D^h (1 + j\gamma^h) \times \left[ \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right)^h + 2 \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \right)^h + \left( \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right)^h \right] = m^h z_0^h(\tau), \quad (3)$$

де  $w$  – динамічні прогини;  $m$  – приведена маса плати;  $D$  – циліндрична жорсткість плати;  $\gamma$  – коефіцієнт механічних втрат матеріалу;  $j$  – уявна одиниця;  $\tau$  – час.

Вирішуючи це рівняння, отримують вертикальні прогини плати у вигляді гіпервипадкової функції:

$$w(x, y) = \sum_i \sum_k z_0^h K R_z^h w_i(\xi) w_k(\vartheta), \quad (4)$$

де  $K$  – коефіцієнт, що враховує характер закріплення сторін;  $w_i(\xi)$ ,  $w_k(\vartheta)$  – т. зв. базисні функції відносних координат  $\xi = x/l$ ,  $\vartheta = y/b$ .

Коефіцієнт передачі  $R_z$  залежить від відношення гіпервипадкових частот зовнішнього збудження  $\omega_z$  і власної  $\omega_0$  – коефіцієнта відхилення  $\tilde{\omega}^h = \omega_z/\omega_0$ , і тому може розглядатися як гіпервипадкова функція:

$$R_z^h = \frac{\sqrt{1 + (\gamma^h \tilde{\omega}^h)^2}}{\sqrt{[1 - (\tilde{\omega}^h)^2]^2 + (\gamma^h \tilde{\omega}^h)^2}}, \quad (5)$$

власна частота

$$\omega_0^h = \frac{\varphi(\beta)}{l^2} \sqrt{\frac{D^h}{m^h}},$$

де  $\varphi(\beta)$  – функція, що враховує відношення сторін плати  $\beta = l/b$  і характер закріплення сторін.

Циліндричну жорсткість плати  $D$  також слід вважати гіпервипадковою функцією:

$$D^h = \frac{E^h (h^h)}{12 \cdot [1 - (v^h)^2]}, \quad (6)$$

де  $E$  – модуль пружності;  $h$  – товщина плати;  $v$  – коефіцієнт Пуассона матеріалу.

Отже, динамічні прогини плати  $w(x, y)$  – гіпервипадкові функції гіпервипадкових величин  $m$ ,  $E$ ,  $\gamma$ ,  $v$ ,  $z_0$ ,  $\omega_z$ ,  $\omega_0$ .

#### 3.4.2 Температурне поле плати

Температури плати РЕЗ та встановлених на ній ЕРЕ та ФВ визначаються їх тепловиділеннями, теплопровідністю матеріалу плати, умовами охолодження та температурою зовнішнього середовища.

Математична модель нестационарного теплового поля, що враховує поширення тепла в платі кондукцією та охолодження її конвекцією, може бути

отримана з (3) як диференціальне рівняння параболічного типу [1, 11]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^h} \left[ \frac{\partial T(x, y, \tau)}{\partial \tau} \right]^h &= \left[ \frac{\partial^2 T(x, y, \tau)}{\partial x^2} \right]^h + \\ &+ \left[ \frac{\partial^2 T(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right]^h - \frac{\alpha^h}{\lambda^h h} [T(x, y, \tau)]^h + \\ &+ \sum_i \frac{q_i^h(x_i, y_i, \tau)}{\lambda^h}, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $T(x, y, \tau)$  – температура;  $q_i(x, y, \tau)$  – потужності теплових джерел, встановлених на платі;  $a$  і  $\lambda$  – коефіцієнти теплопроводності матеріалу плати;  $\alpha$  – коефіцієнт конвективної тепловіддачі від поверхонь плати до охолоджуючого середовища.

Рішення рівняння (7), отримане методом кінцевих інтегральних перетворень [1], має вигляд гіпервипадкової функції:

$$\begin{aligned} T^h(x, y, \tau) &= \\ &= 16 \sum_{i=1}^k \frac{B_i^h l b}{\alpha^h h^2} \frac{q_i^h}{\Delta x_i \Delta y_i} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (K_n^h)^2 (K_m^h)^2 \times \\ &\times \frac{I_n^h(\xi) \cdot I_m^h(\vartheta)}{(\mu_n^h)^2 \frac{b}{l} + (\mu_m^h)^2 \frac{l}{b} + B_i^h \frac{l b}{h^2}} \times \\ &\times [\mu_n^h \cos(\mu_n^h \xi) + B_{i1}^h \sin(\mu_n^h \xi)] \times \\ &\times [\mu_m^h \cos(\mu_m^h \vartheta) + B_{i2}^h \sin(\mu_m^h \vartheta)] \cdot \Phi(\tau), \end{aligned} \quad (8)$$

де  $K_n, K_m$  – ядра інтегральних перетворень;  $I_n, I_m$  – функції розподілу температур у поздовжньому та поперечному напрямках;  $B_i, B_{i1}, B_{i2}$  – критерії Біо, що характеризують тепловіддачу з поверхонь плати;  $\mu_n, \mu_m$  – коріння характеристичних рівнянь;  $\Phi(\tau)$  – функція часу.

Температура  $T(x, y, \tau)$  – функція гіпервипадкових величин  $q_i, a, \alpha$  і  $\lambda$ , причому дві останні ( $\alpha, \lambda$ ) формують критерії Біо, коріння  $\mu_n, \mu_m$ , ядра  $K_n, K_m$ , функції  $I_n, I_m$ .

### 3.4.3 Електромагнітні впливи

Рівняння (2) відображають фундаментальну природу будь-якого енергетичного процесу.

Для електромагнітних процесів у РЕА в стохастичному вигляді з рівнянь (2), використовуючи на початковому етапі математичні моделі та розглядаючи значення електродинамічних об'єктів гіпервипадковими, отримуємо:

$$\begin{aligned} (\text{rot} \bar{H})^h &= \bar{j}^h + \left( \frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau} \right)^h; \quad (\text{rot} \bar{E})^h = - \left( \frac{\partial \bar{B}}{\partial \tau} \right)^h; \\ (\text{div} \bar{B})^h &= 0; \quad (\text{div} \bar{D})^h = \rho^h, \end{aligned}$$

де вектори:  $\bar{H}$  – магнітної напруженості;  $\bar{j}$  – щільності струму;  $\bar{D}$  – електричної індукції;  $\bar{B}$  – магнітної індукції;  $\rho$  – щільності зарядів.

Для електричних кіл – з послідовним та паралельним з'єднанням – з резистором  $R$ , індуктивністю  $L$ , ємністю  $C$ :

$$\begin{aligned} L^h \left( \frac{d^2 q_e}{d\tau^2} \right)^h + R^h \left( \frac{dq_e}{d\tau} \right)^h + \frac{1}{C^h} (q_e)^h &= E^h(\tau); \\ C^h \left( \frac{d^2 U}{d\tau^2} \right)^h + \frac{1}{R^h} \left( \frac{dU}{d\tau} \right)^h + \frac{1}{L^h} U^h &= \left( \frac{di}{d\tau} \right)^h. \end{aligned}$$

Якщо стохастичність величин визначається різними глибокими процесами зміни фізико-хімічних явищ у них під дією часу, зовнішніх впливів, то гіпервипадковість похідних свідчить про складний ймовірнісний характер швидкості змін у часі цих фундаментальних функцій будь-якої схеми.

Оскільки інформаційні процеси – генерація, передавання, перетворення, приймання, збереження – у тому чи іншому вигляді завжди відбуваються в радіоелектронній апаратурі, то можливо також одержати математичну модель інформаційного процесу на основі рівняння (2), якщо пов'язати витрати енергії на обробку одного біта інформації з перетворенням вхідного сигналу на вихідний, тобто на одиничний акт зміни стану мікрочарунки пам'яті (що лежить в межах 0,01–15 пДж).

### 3.4.4 Розрахунок імовірнісних характеристик гіпервипадкових скалярних функцій гіпервипадкових величин

Одним із завдань проектування є визначення імовірнісних характеристик гіпервипадкових функцій – наприклад, функцій (4)–(6), (8) – за імовірнісними характеристиками первинних гіпервипадкових величин.

Розглянуті приклади показують, що кожна з цих функцій – багатовимірна гіпервипадкова. Математичного апарату для подібних перетворень гіпервипадкових величин і функцій загального виду в теорії гіпервипадкових явищ поки що немає. Відповідні методи розроблені для одновимірних гіпервипадкових скалярних величин, що перетворюються функціями виду  $y = f(x)$  і деяких двовимірних векторних гіпервипадкових величин.

Подібні завдання при проектуванні можна вирішувати за допомогою методу Монте-Карло, коли за допомогою генератора випадкових чисел задають випадкові поєднання значень вихідних гіпервипадкових величин у діапазоні розсіювання кожної з них, а потім обчислюють за детермінованою моделлю значення вихідної характеристики. Процедура повторюється багаторазово до отримання функції та щільності розсіювання цієї характеристики, її числових показників (моментів відповідних порядків).

Метод вимагає складання спеціалізованих програмних модулів для систем автоматизованого проектування та потужного інструментального забезпечення (електронно-обчислювальної техніки).

### 3.4.5 Особливості розрахунку гіпервипадкових характеристик функціональних показників РЕЗ

Складності розрахунку імовірнісних або числових характеристик функціональних показників РЕЗ – операторів  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Z}$ , функціонала  $\mathcal{F}$  стають ясними з наведених вище прикладів: всі ці показники є досить складними математичними виразами, для розрахунку значень яких може знадобитися спеціалізований математичний апарат.

Характеристики операторів  $Y = \varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})$  як гіпервипадкових функцій векторів  $\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$  в найпростішому випадку досить легко можна визначити, вводячи деякі припущення.

Імовірнісні характеристики кожного з векторів  $\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$  повинні бути відомі на основі наявних статистичних даних або задані, тобто, повинні бути відомі їх умовні густини розподілу  $f_X = f(x_1, \dots, x_m)$ ,  $f_P = f(p_1, \dots, p_r)$ ,  $f_Q = f(q_1, \dots, q_s)$ .

Якщо припустити, що вектори  $\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}$  за певних умов незалежні, маємо для меж вектора  $Y$  з урахуванням існування верхньої  $P_S(X)$  та нижньої  $P_I(X)$  меж функції розподілу [12]:

– щільність розподілу

$$f_S(y) = f_S(x)f_S(p)f_S(q),$$

$$f_I(y) = f_I(x)f_I(p)f_I(q);$$

– математичні очікування

$$m_S(Y) = M[\varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}) f_S(y) dx dp dq,$$

$$m_I(Y) = M[\varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}) f_I(y) dx dp dq;$$

– дисперсії

$$D_S(Y) = D_S[\varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}) - m_S(Y)]^2 f_S(y) dx dp dq,$$

$$D_I(Y) = D_I[\varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q}) - m_I(Y)]^2 f_I(y) dx dp dq.$$

Так само можна оцінити характеристики функцій  $Z$ , які будуть отримані в результаті проектування.

## 4 Перспективність проектування РЕА як об'єкта з гіпервипадковими характеристиками

Проектування РЕЗ – це процес створення математичних і фізичних моделей майбутнього при-

строю, який повинен мати задані характеристики, що надаються операторами  $Z$  або функціоналом  $\mathcal{F}$ .

Поняття найвищої якості зазвичай розуміють, як отримання мінімальної різниці між заданим значенням оператора  $\mathbf{Z}_p$ , і отриманим у спроектованому пристрої  $\mathbf{Z}$ :

$$\Delta Z = |Z - Z_p| \rightarrow \min.$$

Внаслідок гіпервипадковості всіх складових функції  $\mathbf{Z}$ , насправді вона завжди буде безліччю  $Z_v$  зі своїм законом розподілу, його межами, характеристики яких будуть визначатися структурою об'єкта, відповідними гіпервипадковими законами розподілу його складових (аналогічне явище буде і у разі, коли комплексна функція пристрою – функціонал  $\mathcal{F}$ ).

Отже, у процесі проектування РЕЗ, внаслідок суттєвої складності останнього, необхідно насамперед для всіх параметрів – зовнішніх впливів  $\mathbf{q}_r$ , вхідних  $\mathbf{x}_j$ , внутрішніх  $\mathbf{p}_k$ , вихідних  $\mathbf{y}_i$  – визначити ймовірнісні характеристики та межі останніх, а за ними розрахувати ймовірнісні характеристики операторів  $Y, Z$ , функціоналу  $\mathcal{F}$ .

У багатьох випадках закони розподілу первинних гіпервипадкових величин невідомі (вони ніколи не визначалися), тому видається доцільним вважати їх відповідними нормальному закону, а положення меж розподілу оцінювати за допусками на номінальні значення (ці допуски зазвичай вважають відомими або їх задають).

Насправді завдання визначення числових характеристик функціональних показників проектованого РЕЗ може виявитися складнішою з наступних причин:

- функції  $Y = \varphi(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{Q})$  можуть бути досить складними;
- оператори (функції)  $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$  можуть бути взаємно корельованими.

При цьому можуть виникнути проблеми обчислювального характеру при розрахунках значень кратних інтегралів у формулах, якими визначаються гіпервипадкові показники меж. Такі розрахунки зазвичай проводять за допомогою математичних пакетів (наприклад, *MathCad*), проте для інтегралів великої кратності або для складних математичних виразів операторів  $Y$  результат отримати не завжди вдається.

## Висновки

1. Показано, що найбільш адекватно реальні фізичні процеси, що здійснюються в пристроях РЕА, доцільно описувати за допомогою теорії гіпервипадкових явищ.

РЕЗ виділяються своєю унікальністю (насамперед, складністю) серед усіх технічних об'єктів; всі

процеси в них також доцільно розглядати, як гіпервипадкові, тому і функціональні показники РЕЗ необхідно визначити, як гіпервипадкові величини та функції.

2. Запропоновано створювати методи проектування РЕЗ з урахуванням математичного апарату теорії гіпервипадкових явищ. У процесі проектування для кожного з функціональних показників РЕЗ буде отримано безліч значень, що визначаються відповідними законами розподілу; межі, в яких знаходиться ця множина, також повинні мати свої закони розподілу.

3. Показано, що на всіх етапах проектування РЕЗ з безлічі варіантів його характеристик, отриманих у вигляді гіпервипадкових векторів, можливо вибрати оптимальні, що найближче відповідають заданим; для цього в комплекс методів проектування повинні бути включені процедури такого вибору, що базуються на аналізі характеристик гіпервипадкових величин і функцій.

4. Показано необхідність створення бази даних для гіпервипадкових показників електро-радіоелементів (ЕРЕ), функціональних вузлів (ФВ), конструкційних матеріалів РЕЗ, які давали б можливість прогнозувати ймовірнісні характеристики функціональних показників всього РЕЗ, одержувані як результат проектування.

5. Показано, що для комплексів програм систем автоматизованого проектування можуть знадобитися спеціальні програмні модулі визначення числових показників гіпервипадкових функціональних характеристик РЕЗ.

## References

- [1] Gorban I. I. (2017) The physical-mathematical theory of hyper-random Phenomena. *Computer Science Journal of Moldova*, Vol. 25, Iss. 2 (74), pp. 145–193.
- [2] Gorban I. I. (2010) Transformation of hyper-random quantities and processes. *Radioelectronic & Communication System*, Vol. 53, pp. 59–73. DOI:10.3103/S0735272710020019.
- [3] Gorban I. I. (2016) The Statistical Stability Phenomenon. *Springer*, 361 p. DOI:10.1007/978-3-319-43585-5.
- [4] Tarara A. M. (2019) Proiektuvannia i konstruiuvannia ob'ektiv tekhniki: navchalnyi posibnyk [Design and construction of technical objects: a study guide]. *K.:KONVI PRINT [K.:KONVI PRINT]*, 144 p.
- [5] Bošković, M. Č., Šekara, T. B., and Rapačić M. R. (2023) A New Analytical Design Method of Controllers in Modified Parallel Cascade Structure for Stable, Integrating and Unstable Industrial Primary Processes including Time Delay under Robustness Constraints. *2023 22nd International Symposium INFOTEH-JAHORINA (INFOTEH)*, pp. 1-6, doi: 10.1109/INFOTEH57020.2023.10094068.
- [6] Honciuc M. and Honciuc A. (2024) Morphological Design and Synthesis of Nanoparticles. *Nanomaterials (Basel)*, Vol. 14(4): 360. doi: 10.3390/nano14040360.
- [7] Xuelai Zhang, Zhe Ji, Jifen Wang, Xin Lv. (2023) Research progress on structural optimization design of microchannel heat sinks applied to electronic devices. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 235, 121294. doi:10.1016/j.applthermaleng.2023.121294.
- [8] Rivett P. (1972) *Principles of Model Building: The Construction of Models for Decision Analysis*. Wiley, 141 p.
- [9] Horban I. I. (2000) *Osnovy teorii vypadkovykh funktsii i matematychnoi statystyky [Basics of the theory of random functions and mathematical statistics]*. Kyiv: KI VPS MO Ukraine, 245 p.
- [10] Saukh S. Ye., Borysenko A. V. (2020) Matematychno modeliuвання elektro-enerhetychnykh system v rynkovykh umovakh: monohrafiia [Mathematical modeling of electric power systems in market conditions: monograph]. *K.: «Try K»*, 340 p.
- [11] Uvarov B. M., Zinkovskyi Yu. F. (2010) *Optymizatsiia stii-kosti do teplovykh vplyviv konstruksii radio-elektronnykh zasobiv z imovirnosnymy kharakterystykamy [Optimizing resistance to thermal effects of radio-electronic devices with probabilistic characteristics]*. Luhansk, LNU, 190 p.
- [12] Uvarov B. M., Zinkovskyi Yu. F. (2010) *Proiektuvannia ta optymizatsiia mekhanostiikykh konstruksii radio-elektronnykh zasobiv z imovirnosnymy kharakterystykamy [Design and optimization of mechanically resistant structures of radio-electronic devices with probabilistic characteristics]*. Luhansk, LNU, 201 p.

## Hyperrandom Properties of Functional Characteristics of Electronic Equipment

Zinkovsky Yu. F., Uryvsky L. O.

The problems are considered, and methods are proposed for determining the indicators of the radio-electronic devices functional purpose at designing based on hyper-random phenomena theory.

The hyperrandom nature of a physical quantity or process is manifested in their violation of the conditions of statistical stability, which is expediently characterized by coefficients of statistical instability - fluctuations of mathematical expectation, etc.

The task of the presented work is to outline the design methods that consider the hyperrandom nature of the processes occurring in radio electronic means (REM), and to determine the REM operation characteristics by methods of calculating hyperrandom indicators. To describe hyperrandom variables, probabilistic characteristics of random processes are used: distribution functions and probability density. The existing methods of design of REM do not consider the hyperrandom nature of physical processes occurring in radio electronic equipment (REE). During the operation of the REE, the characteristics and parameters are displayed in the form of operators. At the same time, each operator is the result of input influences, internal processes, and external factors.

A systematic analysis of the REE structure shows that the main components of its structural complexity are cells and microassemblies, which make up at least 75-80% of the total volume of the REE. For them, the main destabilizing factors are mechanical and thermal (external and internal). The equation of mechanical vibrations of the printed circuit

board is proposed, considering the hyperrandom nature of physical quantities that determine the probabilistic values of the dynamic deflection of the circuit board, the natural frequency of oscillations, the frequency of external excitation, etc.

The hyperrandom model of the non-stationary thermal field in the board is considered, which considers the propagation of thermal energy in the board by conduction and its cooling by convection through a parabolic-type differential equation. The obtained solution within the limits of the mathematical model was implemented by the method of finite integral transformations and has the form of a hyperrandom function.

To calculate the functional indicators of the REE, considering hyperrandomness, a specialized mathematical apparatus may be required to find the distribution density, mathematical expectation, and dispersion of their random values.

Further appropriate research should be considered problems of a computational nature, since, unlike standard mathematical packages (for example, MathCad), specialized mathematical support is needed for the output parameters calculations of the apparatus with hyperrandomness signs.

*Keywords:* hyper-random phenomena theory; radio-electronic means; functional characteristics