

# Синтез алгоритмів фільтрації результатів вимірювань в системах навігації безпілотних літальних апаратів

Зімчук І. В., Шапар Т. М., Ковба М. В.

Житомирський військовий інститут імені С.П. Корольова, м. Житомир, Україна

E-mail: [tanushok201176@gmail.com](mailto:tanushok201176@gmail.com)

Безпілотні літальні апарати (БПЛА) є одним з основних напрямків розвитку світової авіаційної техніки. Широке застосування БПЛА різних класів як у військовій, так і в цивільній сферах вимагає розробки та виробництва високоточних бортових навігаційних систем малої вартості, ваги та габаритів. При проектуванні систем навігації безпілотних літальних апаратів передбачається використання інформації від багатьох датчиків та засобів корекції, що дозволяє суттєво підвищити точність систем, що розробляються. Для обробки навігаційної інформації в таких системах застосовують алгоритми стохастичної фільтрації, зокрема фільтр Калмана та різні його модифікації, які дозволяють врахувати нелінійний характер задачі. Існуючі алгоритми фільтрації характеризуються високою обчислювальною складністю, а інженери зустрічаються з проблемою їхньої практичної реалізації через абстрактну форму подання, яка не відображає деталей реалізації. Саме тому в роботі викладено методику структурного синтезу рекурентних алгоритмів поліноміальної фільтрації вимірювань в системах навігації безпілотних літальних апаратів. Викладений підхід ґрунтується на поданні згладжувальних фільтрів як динамічних систем, що описуються дискретними передаточними функціями, які підлягають визначенню. Теоретичною основою синтезу передаточних функцій є третя форма умов інваріантності помилки фільтра відносно моделі вхідного впливу. Рівняння рекурентного згладжування визначаються як функції часу, які пов'язують вхід та вихід синтезованих операторів перетворення фільтра. Запропонований підхід дозволяє: синтезувати ефективні алгоритми поліноміальної фільтрації, які мають мінімальну складність для своєї реалізації; на етапі синтезу формувати властивості фільтрів стосовно згладжування шумів та виключення динамічних помилок; в процесі синтезу визначати умови, при виконанні яких цифровий фільтр буде стійким. В роботі наводиться приклад синтезу алгоритму фільтрації, працездатність та ефективність якого досліджено шляхом комп'ютерного моделювання.

*Ключові слова:* фільтрація; згладжування; фільтр; поліном; інваріантність; навігація; система; точність; помилка; шум; вимірювання

DOI: [10.20535/RADAP.2024.96.21-27](https://doi.org/10.20535/RADAP.2024.96.21-27)

## Постановка проблеми в загальному вигляді

За останнє десятиліття застосування безпілотної авіації набуло вражаючих масштабів. Безпілотні літальні апарати (БПЛА) все більше застосовують для розв'язання великої кількості різноманітних завдань, серед яких моніторинг місцевості, кліматичний контроль, складання цифрових карт, здійснення розвідки, ураження повітряних та наземних цілей противника та ін. [1, 2]. Сфера застосування БПЛА постійно розширюється, створюючи тим самим умови для подальшого удосконалення їх технічних спроможностей з метою якісного виконання ними польотного завдання.

Виконання поставлених перед БПЛА завдань, як в автоматичному, так і в напівавтоматичному

режимах польоту потребує наявності інформації про кутову орієнтацію та координати місцеперебування БПЛА. Ця задача розв'язується пілотажно-навігаційним комплексом БПЛА, основу якого складають інерціальна та супутникова навігаційні системи (ІНС та СНС) [3].

Пріоритетним напрямком в розробці навігаційних систем БПЛА є використання комплексної обробки інформації різномірних датчиків, серед яких приймач СНС, датчик кутової швидкості, трикоординатний акселерометр, магнітний компас (магнітометр), бараметричний вимірювач висоти (цифровий датчик тиску) та доплерівський вимірювач швидкості [3]. Залежно від фізичних властивостей датчика, реальні навігаційні вимірювання характеризуються помилками систематичного або випадкового характеру. Для зниження рівня флюктуа-

ційних помилок (шумів) застосовуються алгоритми фільтрації [3, 7, 8]. Систематичні помилки, як правило, визначаються в результаті комплексування ІНС та СНС і також оцінюються із застосуванням процедури фільтрації [3]. Таким чином, застосування алгоритмів фільтрації вимірювань в системах навігації БпЛА є невід'ємним етапом процесу визначення параметрів руху.

## 1 Аналіз останніх досліджень і публікацій

При обробці навігаційної інформації широко застосовуються алгоритми калманівської фільтрації, які дозволяють отримати оцінку, оптимальну за критерієм мінімум середньоквадратичної помилки оцінювання, при умові наявності апріорної інформації про математичну модель даних, які вимірюються, та статистичні характеристики помилок вимірювань [9, 10]. Фільтр Калмана являє собою рекурентну відносно вимірювань обчислювальну процедуру та забезпечує отримання не лише самої оцінки, але й відповідну їй поточну характеристику точності у вигляді розрахованої матриці коваріації помилок оцінювання. Наявність такої характеристики є важливою при побудові сучасних інтегрованих навігаційних систем, в яких використовуються вимірювання від різних джерел, і точність цих вимірювань необхідно враховувати при їх комплексній обробці [11]. Можливість застосування таких алгоритмів в навігаційних системах обумовлена тим, що існують задачі, які можуть бути зведені до лінійних без помітних втрат у точності.

Разом з цим, для ряду задач застосування лінійних алгоритмів неприпустимо внаслідок нелінійного характеру рівнянь, які описують динаміку вектора стану та вимірювань. Традиційний підхід до побудови алгоритмів калманівського типу ґрунтується на лінеаризації рівнянь динаміки та вимірювань у визначеній точці шляхом розрахунку похідних від відповідних нелінійних функцій. Одним з таких рішень є розширений фільтр Калмана (Extended Kalman filter, ЕКФ) з різною кількістю змінних стану [12, 15, 16]. Синтез таких алгоритмів фільтрації ґрунтується на лінеаризації нелінійних моделей стану шляхом розкладання їх у ряд Тейлора. В моделі фільтра враховуються лише декілька перших складових такого ряду, а старші похідні ігноруються, що приводить до додаткових помилок фільтрації. Збільшення кількості змінних стану приводить до зростання розмірності фільтра і, як наслідок, до обчислювальної складності алгоритму, що вимагає потужних обчислювачів.

Ще одна група алгоритмів калманівського типу, яка широко застосовується останнім часом, – так звані ансцентні (unscented) або сигма-точкові фільтри Калмана (Unscented Kalman filter, UKF) [17, 18].

Такі фільтри не потребують розрахунку похідних при визначенні наближеного опису нелінійних функцій за допомогою їх лінійних аналогів. Лінеаризація відбувається на підставі процедури близької за своїм змістом до процедури стохастичної лінеаризації. Від розширеного фільтра Калмана такий підхід відрізняється лише способом лінеаризації моделей стану та спостереження.

Розглянуті алгоритми фільтрації відносяться до алгоритмів калманівського типу і з точки зору їх практичного застосування є досить універсальними, однак характеризуються високою складністю, а інженери часто стикаються з проблемою їх практичної реалізації через абстрактну форму опису, яка не відображає деталей реалізації.

Альтернативним підходом до розв'язання задачі фільтрації навігаційних параметрів є фільтри Махоні [20] та Маджвіка [8]. Фільтри являють собою варіанти комплементарних фільтрів, пристосованих для розв'язання задачі визначення орієнтації. Завданням фільтрів є розрахунок єдиної оцінки орієнтації отриманої за результатами вимірювань декількох датчиків. Позитивною властивістю зазначених фільтрів є низька обчислювальна складність. Застосування таких фільтрів обмежується конкретними динамічними властивостями системи, яка оцінюється. Крім того, під час динамічного швидкого руху БпЛА оригінальний фільтр Маджвіка не встигає вчасно та коректно обробляти дані, що надходять від датчиків і, як наслідок, БпЛА не може виконати політ за заданою траєкторією [8].

При розробці ефективних алгоритмів при вирішенні прикладних задач нелінійної фільтрації необхідно брати до уваги їх особливості. Зокрема, активно розвиваються методи поліноміальної фільтрації, в яких враховується той факт, що нелінійностям притаманний поліноміальний характер, а вимірювання навігаційних параметрів являють собою одновимірний потік даних. Для таких умов у [21] викладено метод, який дозволяє синтезувати ефективні згладжувальні фільтри при скалярних вхідних даних і дає можливість формувати алгоритми заданої структури виходячи із забезпечення необхідної точності оцінювання в сталому режимі. Однак в процесі синтезу фільтрів виникає невизначеність між формуванням умов стійкості та алгоритмом прогнозування параметрів. Зазначена невизначеність розв'язується застосуванням ряду припущень, які аналітично не доводяться.

Досить часто задачу оцінювання спрощують шляхом обмеження класу алгоритмів, в межах якого здійснюється їх вибір, наприклад в класі лінійних алгоритмів [19]. Незважаючи на те, що на теперішній час запропоновано досить велику кількість різноманітних алгоритмів фільтрації, задача їх розробки залишається актуальною.

## 2 Формулювання завдання дослідження

Метою статті є розробка методики синтезу рекурентних алгоритмів поліноміальної фільтрації результатів вимірювань в системах навігації безпілотних літальних апаратів. Синтезовані алгоритми фільтрації повинні задовольняти вимогам гарантованої збіжності процесу фільтрації та мінімальної обчислювальної складності щодо своєї реалізації. Остання вимога є надзвичайно актуальною в навігаційних системах малих БПЛА, оскільки їх бортове обладнання має бути дешевим, малоенергоємним та з мінімальними масою та об'ємом [3].

## 3 Виклад основного матеріалу. Математична постановка задачі

Оскільки обробка навігаційних вимірювань здійснюється цифровими пристроями, при розв'язанні задачі розглядаються математичні моделі процесів у дискретній формі. Припускається, що навігаційний параметр  $x(n)$  описується апріорною моделлю такого виду:

$$x(n) = x(n-1) + \sum_{m=1}^N \frac{T^m}{m!} \Delta^m x(n-1), \quad (1)$$

де  $x(n-1)$  – деякий інформаційний параметр;  
 $\Delta^m x(n-1)$  – кінцева різниця  $m$ -го порядку;  
 $N$  – порядок моделі;  
 $T$  – темп обробки інформації;  
 $n = 0, 1, 2, \dots$  – нормований відносно інтервалу дискретизації дискретний час.

Скалярний процес  $x(n)$  спостерігається в присутності адитивного «білого шуму»  $f(n)$  з нульовим середнім та дисперсією  $R(n) = M[f^2(n)]$ , причому

$$\begin{aligned} M[x(n)f(n)] &= 0, \\ M[f(n)f(n-i)] &= 0, \quad i > 0, \end{aligned} \quad (2)$$

тут  $M$  – символ математичного сподівання.  
Тоді рівняння спостереження буде таким

$$g(n) = x(n) + f(n), \quad (3)$$

де  $g(n)$  – результат вимірювання навігаційного параметра.

Для дискретного процесу (1) з урахуванням умов (2) та (3) необхідно синтезувати алгоритм фільтрації, який формує оцінку  $\hat{x}(n)$  оптимальну за критерієм мінімум дисперсії помилок оцінювання

$$P(n) = M[\varepsilon^2(n)] \rightarrow \min, \quad (4)$$

де  $\varepsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n)$  – помилка оцінювання.

## 4 Розробка методики

Основа рекурентних алгоритмів фільтрації складає принцип корекції передбачення, згідно з яким екстрапольоване значення навігаційного параметра, який оцінюється, порівнюється з його вимірюванням, а результат порівняння зважується за допомогою коефіцієнта згладжування фільтра. Узагальнену структурну схему такого фільтра показано на Рис. 1, де  $\tilde{u}(n)$  – нев'язка,  $x_e(n)$  – екстрапольоване значення навігаційного параметра.

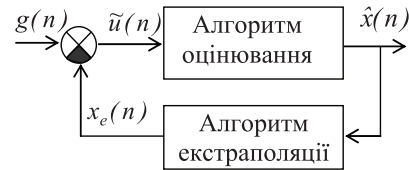


Рис. 1. Структурна схема рекурентного фільтра

За своєю суттю наведена структурна схема являє собою замкнену цифрову систему автоматичного управління з неединичним зворотнім зв'язком. Це дозволяє для визначення алгоритмів оцінювання та екстраполяції застосувати операторні методи синтезу автоматичних слідкувальних систем.

В основу методики синтезу покладено подання внутрішньої структури алгоритмів за допомогою дискретних передаточних функцій:

$$W_o(z) = \frac{\hat{x}(z)}{\tilde{u}(z)} = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad (5)$$

$$W_e(z) = \frac{x_e(z)}{\hat{x}(z)} = D(z), \quad (6)$$

де  $W_o(z)$ ,  $W_e(z)$  – передаточні функції алгоритмів оцінювання та екстраполяції відповідно;  $A(z)$ ,  $B(z)$ ,  $D(z)$  – поліноми, які підлягають визначенню.

В загальному вигляді визначається передаточна функція замкненої системи

$$W_3(z) = \frac{B(z)}{C(z)}, \quad (7)$$

де

$$C(z) = A(z) + B(z)D(z), \quad (8)$$

– характеристичний поліном.

За виразом

$$W_\varepsilon(z) = 1 - W_3(z),$$

розраховується передаточна функція за помилкою оцінювання

$$W_\varepsilon(z) = \frac{A(z) - B(z) + B(z)D(z)}{A(z) + B(z)D(z)} = \frac{\varepsilon(z)}{x(z)},$$

звідки отримаємо

$$\varepsilon(z) = \frac{A(z) - B(z) + B(z)D(z)}{A(z) + B(z)D(z)} x(z),$$

тут  $W_3(z)$  – передаточна функція замкненої системи.

Для виключення динамічної помилки необхідно досягти виконання умови

$$[A(z) - B(z)(1 - D(z))]x(n) = 0, \quad (9)$$

при

$$A(z) \neq 0, \quad B(z) \neq 0, \quad D(z) \neq 0, \quad x(n) \neq 0, \quad n \rightarrow \infty. \quad (10)$$

У виразі (9)  $z$  виконує функцію оператора часового зсуву.

За своєю суттю умови (9) та (10) являють собою третю форму умов інваріантності помилки  $\varepsilon(z)$  відносно  $x(z)$  [22] і дозволяють визначити поліноми  $A(z)$  та  $D(z)$ . Рівняння (9) буде справедливим, якщо

$$A(z)x(n) = 0, \quad (11)$$

$$(1 - D(z))x(n) = 0. \quad (12)$$

Рівність (11) буде виконуватись, якщо структура полінома  $A(z)$  забезпечить розрахунок кінцевої лівої різниці від  $x(n)$ . Тому загальний вираз для визначення полінома  $A(z)$  буде таким:

$$A(z) = (1 - z^{-1})^v \left[ 1 + \sum_{i=1}^k a_i z^{-i} \right], \quad (13)$$

де  $v = m + 1$  – порядок астатизму фільтра;  $a_i$  – коефіцієнти полінома.

По аналогії, для того, щоб виконувалась рівність (12), отримаємо загальне рівняння

$$1 - D(z) = (1 - z^{-1})^v \left[ 1 + \sum_{i=1}^q d_i z^{-i} \right],$$

з якого вираз для визначення полінома  $D(z)$  буде таким:

$$D(z) = 1 - (1 - z^{-1})^v \left[ 1 + \sum_{i=1}^q d_i z^{-i} \right], \quad (14)$$

де  $d_i$  – коефіцієнти полінома  $D(z)$ .

Через те, що праві частини рівнянь (13) та (14), однакового змісту, поліном  $D(z)$  може визначатись в виразу

$$D(z) = 1 - A(z). \quad (15)$$

Враховуючи викладене, виконання умови (9) не залежить від полінома  $B(z)$ , тому його загальний вигляд може бути подано таким чином:

$$B(z) = \sum_{j=0}^l b_j z^{-j}, \quad (16)$$

де  $b_j$  – коефіцієнти згладжування.

За виразами (13)-(16) визначаються передаточні функції (5), (6) та синтезується алгоритм фільтрації:

$$\begin{aligned} x_e(n) &= D(z)\hat{x}(n), \\ \tilde{u}(n) &= g(n) - x_e(n), \\ \hat{x}(n) &= \frac{B(z)}{A(z)}\tilde{u}(n). \end{aligned} \quad (17)$$

Узагальнюючи викладене, слід зазначити:

1. Поліном  $A(z)$  є знаменником передаточної функції (5) та у вигляді (13) визначає порядок астатизму згладжувального фільтра. Фізичний зміст коефіцієнтів  $a_i$  полягає у підвищенні порядку астатизму фільтра до значення  $\gamma$ , такого, що  $v \leq \gamma \leq v + 1$ . Значення коефіцієнтів розраховуються з умови зменшення динамічної помилки фільтра.

2. Поліном  $B(z)$  є чисельником передаточної функції (7) та у вигляді (16) містить коефіцієнти згладжування фільтра  $b_j$ . Значення коефіцієнтів  $b_j$  визначають якість фільтрації і для виконання критерію (4) можуть розраховуватись з виразу

$$\frac{\partial P}{\partial b_j} = 0.$$

3.  $C(z)$  є характеристичним поліномом замкненої системи (вираз (8)). З аналізу  $C(z)$  визначаються значення  $a_i$  та  $b_j$ , при яких згладжувальний фільтр буде стійким.

Застосування методики синтезу алгоритмів фільтрації розглядається на прикладі.

**Приклад.** Припускається, що модель вхідного сигналу описується лінійною моделлю ( $m = 1$ ), а в непередбачувані для спостерігача моменти часу – поліномом другого порядку ( $m = 2$ ). Рівняння спостереження – вираз (3). Виконуються умови (2) та (4).

Синтез відбувається в такій послідовності. На підставі (13) визначається поліном  $A(z)$  у вигляді

$$A(z) = (1 - z^{-1})^2 (1 + a_1 z^{-1}).$$

За виразом (15) розраховується екстраполюючий поліном

$$D(z) = 1 - (1 - z^{-1})^2 (1 + a_1 z^{-1}).$$

З рівняння (16) визначається

$$B(z) = b_0.$$

Алгоритм фільтрації синтезується за виразами (17):

$$x_e(n) = (2 - a_1)\hat{x}_e(n-1) - (1 - 2a_1)\hat{x}_e(n-2) - a_1\hat{x}_e(n-3),$$

$$\tilde{u}(n) = g(n) - x_e(n),$$

$$\hat{x}(n) = b_0\tilde{u}(n) + \hat{x}_e(n).$$

З (8) розраховується характеристичний поліном

$$C(z) = 1 - (1 - b_0)(2 + a_1)z^{-1} + (1 - b_0)(1 - 2a_1)z^{-2} + a_1(1 - b_0)z^{-3},$$

а за алгебраїчним критерієм стійкості визначаються умови стійкості фільтра

$$0 < b_0 \leq 1, \quad -1 < a_1 < 0, \quad a_1 > -b_0 - 0,3.$$

Аналізуючи отриманий результат, видно, що при  $a_1 = 0$ , фільтру притаманний другий порядок астатизму, а при  $a_1 = -1$  – третій. При  $-1 < a_1 < 0$  фільтр набуває властивостей системи, астатизм якої визначається як  $2 < \gamma < 3$ .

## 5 Результати моделювання

Ефективність синтезованого алгоритму оцінювалась шляхом комп'ютерного моделювання. Розроблено імітаційну модель, яка дозволяє шляхом виконання послідовності обчислень з подальшим графічним відображенням результатів імітувати процес фільтрації вхідних сигналів в “реальному” часі. Моделювався процес фільтрації вимірювань висоти БПЛА, яка описувалась поліномом змінної структури. На інтервалах часу  $t = 0-20$  с та  $t = 50-70$  с модель вхідного сигналу  $x(n)$  відповідала поліному першого порядку ( $m = 1$ ), а на інтервалах часу  $t = 20-35$  с та  $t = 35-50$  с – поліному другого порядку ( $m = 2$ ) при прискореннях  $5 \text{ м/с}^2$  та  $-5 \text{ м/с}^2$  відповідно. Помилки вимірювань формувались з нормальним законом розподілу, нульовим середнім та середньоквадратичним відхиленням  $0,5 \text{ м}$ . Вимірювання моделювались як адитивна суміш істинного значення висоти БПЛА та помилки вимірювання (рівняння (3)). Вимірювання оброблялись з періодом  $T = 0,1$  с. Значення коефіцієнтів згладжування обирались з нижньої межі області стійкості:  $b_0 = 0,1$  та  $a_1 = -0,3$ . Результат моделювання синтезованого алгоритму у вигляді помилки оцінювання показано на Рис. 2. Ефективність алгоритму оцінювалась за середньоквадратичним відхиленням (СКВ) помилки оцінювання  $\sigma_\varepsilon$  при лінійній моделі вхідного сигналу ( $m = 1$ ) та за середнім значенням динамічної помилки  $\varepsilon_\partial$  при  $m = 2$ . При обраних умовах моделювання синтезований алгоритм забезпечив наступні значення показників ефективності:  $\sigma_\varepsilon = 0,37 \text{ м}$  та  $\varepsilon_\partial = 0,9 \text{ м}$ .

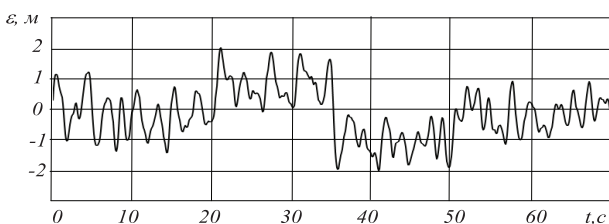


Рис. 2. Помилка оцінювання синтезованого фільтра

Отримані результати порівнювались з результатами роботи фільтра Калмана першого (налаштованого на модель при  $m=1$ ) (Рис. 3) та другого (налаштованого на модель при  $m=2$ ) (Рис. 4) порядків [23].

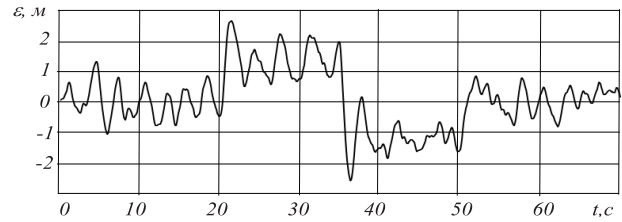


Рис. 3. Помилка оцінювання фільтра Калмана першого порядку

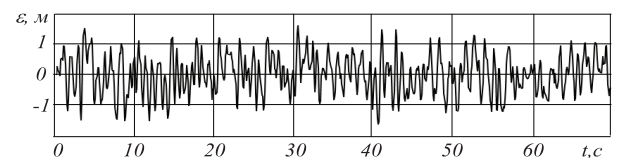


Рис. 4. Помилка оцінювання фільтра Калмана другого порядку

Показники ефективності мають наступні значення: для фільтра Калмана першого порядку –  $\sigma_\varepsilon = 0,3 \text{ м}$  та  $\varepsilon_\partial = 1,4 \text{ м}$ , а для фільтра Калмана другого порядку –  $\sigma_\varepsilon = 0,45 \text{ м}$  та  $\varepsilon_\partial = 0 \text{ м}$ .

Порівняно з фільтром Калмана першого порядку на інтервалах часу, де модель вхідного сигналу містить прискорення, в синтезованому алгоритмі динамічна помилка в 1,5 раза менше. Однак, при лінійній моделі вхідного сигналу СКВ помилок оцінювання збільшилось в 1,2 раза.

Порівняно з фільтром Калмана другого порядку на інтервалах часу, де модель вхідного сигналу змінюється лінійно, в синтезованому алгоритмі СКВ помилок оцінювання менше в 1,2 раза. Однак, наявність у складі моделі вхідної дії прискорення спричиняє наявність динамічної помилки.

Таким чином, в умовах зміни математичної моделі вхідного сигналу, застосування синтезованого алгоритму дозволило досягти компромісного результату між фільтрами, які налаштовані на апріорно визначену модель вхідного сигналу.

Слід зазначити, що коефіцієнти згладжування синтезованого фільтра обирались виключно з нижньої межі умов стійкості. Розрахунок оптимальних значень коефіцієнтів в роботі не розглядався.

## Висновки

В роботі викладено узагальнений аналіз найбільш поширених підходів до розв'язання задачі фільтрації при вирішенні задач навігації. Показано, що, незважаючи на велику кількість існуючих рішень, задача синтезу ефективних алгоритмів фільтрації залишається актуальною.

Викладено методику синтезу поліноміальних алгоритмів фільтрації вимірювань навігаційних параметрів. В основу методики покладено опис згладжувальних фільтрів за допомогою дискретних передаточних функцій, які визначаються із застосуванням третьої форми умов інваріантності. Запропонований підхід дає можливість синтезувати алгоритми фільтрації виходячи із заданих умов якості та проводити їхній аналіз із застосуванням відомих операторних методів теорії автоматичного управління. Ефективність методики показано на прикладі синтезу алгоритму фільтрації результатів навігаційних вимірювань. За результатами комп'ютерного моделювання синтезований фільтр показав досить високу якість згладжування помилок вимірювань при лінійній моделі вхідного сигналу та дозволив зменшити динамічну помилку в 1,5 раза в умовах нелінійної моделі вхідного сигналу порівняно з фільтром, астатизм якого дорівнює двом.

За напрямком подальших досліджень слід вважати поширення викладеного підходу для синтезу багатовимірних та комплементарних алгоритмів фільтрації для систем навігації БПЛА.

## References

- [1] Golembo V., Melnikov R. (2018). Organization of work for a group of drones. *The Journal of Lviv Polytechnic National University "Computer Systems and Networks"*, Vol. 905, pp. 56-63.
- [2] Samoylenko O., Bohoslavets S., Khlopiachyi V. (2022). Main Directions of Development of Unmanned Aviation of the Armed Forces of Ukraine. *Collection of scientific papers of State Research Institute of Aviation*, Vol. 18, Iss. 25, pp. 218-226. DOI:10.54858/dndia.2022-18-33.
- [3] Kharchenko V. P., Chepizhenko V. I., Tunik A. A., Pavlova S. V. (2012). *Avionika bezpilotnykh litalnykh aparativ [Avionics of unmanned aerial vehicles]*. Kyiv: TOV «Abrysprint», 464 p. ISBN: 978-966-1653-05-3.
- [4] Weisong Wen, Tim Pfeifer, Xiwei Bai and Li-Ta Hsu (2021). Factor graph optimization for GNSS/INS integration: A comparison with the extended Kalman filter. *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, Vol. 68, Iss. 2, pp. 315-331; DOI:10.1002/navi.421.
- [5] Ponomarenko K. V., Ryzhkov L. M. (2013). Kompleksna systema vymiryuvannya navihatsiinoi informatsii dlia systemy keruvannya polotom [A comprehensive navigation information measurement system for the flight control system]. *Vostochno-Evropeyskyi zhurnal peredovykh tekhnolohiy*, Vol. 6/9(66), pp. 44-55.
- [6] Maluf N., Williams K. (2004). *An Introduction to Microelectromechanical Systems Engineering*. Artech house, Inc, 304 p. ISBN: 1-58053-590-9.
- [7] Novatsky A. A., Kolomiitsev P. E., Sapsay P. A. (2014). Quadrator Complementary Filter With Zero Drift Temperature Compensation of the Angular Velocity Sensor. *«Young Scientists»*, Vol. 5, Iss. 8, pp. 15-18.
- [8] Fesenko O. D. (2018). Improved method for orienting VAUs in three-dimensional space with the help of mems inertial navigation system on the basis of the Madgwick filter. *Academic notes of TNU named after V.I. Vernadsky. Series: technical sciences. Aviation and rocket and space technology*, Vol. 29(68), Part 1, Iss. 3, pp. 35-42.
- [9] Ghahremani N. A., Alhassan H. M. (2022). Generalized Incremental Predictive Filter for Integrated Navigation System INS/GPS in Tangent Frame. *Journal of Control (English Edition)*, Vol. 01, No. 01, pp. 49-59. DOI: 10.52547/jocee.1.1.49.
- [10] Tsukanov O., Yakornov Y. (2022). Methods for evaluating the motion parameters of maneuvering unmanned aerial vehicles in info-communication sensor networks. *Information communication and computer technologies*, Vol. 2(04). DOI:1036994/2788-5518-2022-02-04-08.
- [11] Stepanov O. A. (2016). Optimal and Suboptimal Filtering in Integrated Navigation Systems. Chapter 8 In book: *Aerospace Navigation Systems*. Wiley, pp. 244-298. DOI:10.1002/9781119163060.ch8.
- [12] Daum, F. (2005). Nonlinear filters: beyond the Kalman filter. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, Vol. 20, Iss. 8, pp. 57-69. DOI:10.1109/MAES.2005.1499276.
- [13] Lefebvre, T., Bruyninckx, H., de Schutter, J. (2005). *Nonlinear Kalman Filtering for Force-Controlled Robot Tasks*. Berlin: Springer. 266 p. ISBN: 3540315047, 9783540315049.
- [14] Bar-Shalom Y., Li X., Kirubarajan T. (2001). *Estimation with applications to tracking and navigation*. New York, Wiley-Interscience. 581 p. ISBN: 9780471416555.
- [15] Afshari, H. H., Gadsden, S. A., Habibi, S. (2017). Gaussian filters for parameter and state estimation: A general review of theory and recent trends. *Signal Processing*, Vol. 135, pp. 218-238. DOI:10.1016/j.sigpro.2017.01.001.
- [16] Mao G., Drake S., Anderson B.D.O. (2007). Design of an Extended Kalman Filter for UAV Localization. *Conference: Information, Decision and Control*, pp. 224-229. DOI: 10.1109/IDC.2007.374554.
- [17] Meng Y., Gao S., Zhong Y., Hu G., Subic A. (2016). Covariance matching based adaptive unscented Kalman filter for direct filtering in INS/GNSS integration. *Acta Astronautica*, Vol. 120, pp. 171-181. DOI: 10.1016/j.actaastro.2015.12.014.
- [18] Crassidis J. L. (2006). Sigma-point Kalman filtering for integrated GPS and inertial navigation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 42, Iss. 2, pp. 750-756, doi: 10.1109/TAES.2006.1642588.
- [19] Zhankue Zhao, Rong X., Li V., Jilkov P. (2004). Best Linear Unbiased Filtering with Nonlinear Measurements for Target Tracking. *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, Vol. 40, Iss. 4, pp. 1324-1336. DOI:10.1109/TAES.2004.1386884.
- [20] Mahony R., Hamel T., Pfimlin J.-M. (2008). Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 53, Iss. 5, pp. 1203-1218, doi: 10.1109/TAC.2008.923738.
- [21] Pushkaryov Yu. A., Revenko V. B. (1995). Novyi strukturnyi metod synteza efektyvnykh tsyfrovnykh fyltrov obrabotky informatsyy dlia avtomaticheskyykh slediashykh system [A new structural method for synthesizing effective digital information processing filters for automatic tracking systems]. *Problemy upravleniya i informatyky [Problems of management and computer science]*, Vol. 1, pp. 138-148.

- [22] Zimchuk I. V., Ishchenko V. I., Kankin I. O. (2015). Syntez alhorytmiv tsyfrovoho upravlinnia dlia avtomatychnykh slidkuvalnykh system [Synthesis of digital control algorithms for automatic tracking systems]. *Systemni doslidzhennia ta informatsiini tekhnologii [System research and information technologies]*, Vol. 1, pp. 30-38.
- [23] Kozheshkurt V. I., Yuzefovych V. V. (2010). Doslidzhennia skhem filtratsii alhorytmiv trasovoi obrobky informatsii v systemakh monitorynhu dynamichnykh ob'ektiv [Research of filtering schemes of trace information processing algorithms in dynamic object monitoring systems]. *Reiestratsiia, zberihannia i obrobka danykh [Registration, storage and processing of data]*, Vol. 12, Iss. 4, pp. 3-12.

## Synthesis of Measurement Filtering Algorithms in Navigation Systems of Unmanned Aircraft

*Zimchuk I. V., Shapar T. M., Kovba M. V.*

Unmanned aerial vehicles (UAVs) are one of the main areas of development of world aviation technology. The wide application of UAVs of various classes in both military and civilian spheres requires the development and production of high-precision on-board navigation systems of low cost, weight and dimensions. When designing navigation systems

of unmanned aerial vehicles, it is assumed to use information from many sensors and correction tools, which allows to significantly increase the accuracy of the systems being developed.

To process navigational information in such systems, stochastic filtering algorithms, often the Kalman filter, and various modifications of it, which allow taking into account the nonlinear nature of the problem, are used.

Existing filtering algorithms are characterized by high computational complexity, and engineers face the problem of their practical implementation through an abstract form. That is why the work describes the method of structural synthesis of recurrent algorithms of polynomial filtering of measurements in navigation systems of unmanned aerial vehicles.

The proposed approach allows synthesizing effective polynomial filtering algorithms. At the synthesis stage, the properties of the filters are formed in terms of noise smoothing and dynamic error exclusion, and the conditions under which the digital filter will be stable are determined. The work presents an example of the synthesis of a filtering algorithm, the workability and efficiency of which is confirmed by the results of mathematical modeling.

*Keywords:* filtering; smoothing; filter; polynomial; invariance; navigation; system; accuracy; error; noise; measurement