

# Алгоритм послідовного виявлення траєкторії малорозмірного БпЛА FMCW радаром за критерієм «найсильніший сусід»

Маленчик Т. В., Жук С. Я.

Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", м. Київ, Україна

E-mail: [tarasmalenchik@gmail.com](mailto:tarasmalenchik@gmail.com)

Для забезпечення прийнятної ймовірності виявлення малорозмірних БпЛА виникає необхідність зниження порога виявлення, що призводить до суттєвого збільшення ймовірності хибної тривоги в елементі розрізнення (більше  $10^{-3}$ ). Для підвищення ефективності вирішення задач вторинної обробки радіолокаційної інформації при збільшенні кількості хибних відміток, використовуються вирішальні статистики відміток, отримані при первинній обробці сигналів. Відомі алгоритми послідовного виявлення траєкторії цілі з використанням вирішальних статистик відміток вимагають значних обчислювальних витрат. Для вирішення задачі виявлення траєкторії цілі використовується послідовний критерій відношення правдоподібності Вальда з постійними порогоми, що розраховуються на основі заданих ймовірностей правильного і хибного виявлення траєкторії цілі. Отримано математичний вираз часткового відношення правдоподібності, у якому враховано щільності ймовірності вирішальної статистики відмітки за умови, що вона є цільовою або хибною, а також ймовірності: виявлення цілі і хибної тривоги в елементі розрізнення, попадання цільової відмітки в строб підтвердження траєкторії, відсутності в стробі хибних відміток. Аналіз запропонованого алгоритму та його порівняння з відомим, у якому ототожнення відміток відбувається за критерієм близькості до центру стробу, проведено за допомогою статистичного моделювання на прикладі виявлення траєкторії цілі за даними FMCW радара, що вимірює дальність та радіальну швидкість цілі. Для опису щільностей ймовірності вирішальної статистики відмітки за умови, що вона є цільовою або хибною використовуються нецентральний і центральний розподіли  $\chi^2$ -квадрат з двома ступенями свободи. Для розглянутого прикладу, на відміну від відомого алгоритму, в якому не враховуються вирішальні статистики відмітки, розроблений алгоритм забезпечує збільшення ймовірності виявлення траєкторії цілі при  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-3}$  на 14%-50% і 4%-34% відповідно. При цьому середнє число оглядів при  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-3}$  зменшується приблизно в 4 та 2.5 рази. Ймовірність хибного виявлення траєкторії цілі  $F_{\Sigma_T}$  для розробленого алгоритму менше ніж на порядок. При цьому середнє число оглядів при  $\alpha = 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-3}$  зменшується приблизно в 3.8 та 2.3 рази відповідно.

**Ключові слова:** виявлення траєкторії; критерій Вальда; відношення правдоподібності; хибна тривога; вирішальна статистика; розподіл  $\chi^2$ -квадрат; відмітка цілі; строб

DOI: [10.20535/RADAR.2024.98.23-29](https://doi.org/10.20535/RADAR.2024.98.23-29)

## Вступ

Малорозмірні безпілотні літальні апарати (БпЛА) викликають живий інтерес у широкого кола користувачів завдяки своєму величезному потенціалу, який може бути реалізований в таких галузях: кінематограф, сільське господарство, картографування, криміналістика, логістика, правоохоронна діяльність, мобільний зв'язок, моніторинг тощо [1]. Оскільки технології бездротового зв'язку розвиваються так, щоб забезпечити більш високі швидкості передачі даних і меншу затримку, з'являються нові сфери застосування БпЛА, наприклад, автономне пілотування [1]. Важливо розуміти, що БпЛА можуть як приносити користь, так і становити загрозу

національній безпеці, порушувати приватне життя та бути небезпечними для оточуючих. Тому слід розробити надійні методи виявлення та супроводження БпЛА, щоб мінімізувати можливі ризики від їх застосування [1].

FMCW (Frequency Modulated Continuous Wave) радар часто є частиною рішень для виявлення та класифікації малорозмірних БпЛА [2, 3]. Такі радари використовують передову електроніку, вироблену на основі нітриду галію, компактні антени та високоефективні методи обробки сигналів [3] і мають низку переваг, а саме: малі габарити, енергоспоживання і вартість. При цьому вони дозволяють

виміряти з високою точністю дальність та радіальну швидкість об'єкта.

Ефективна поверхня розсіювання БпЛА має вирішальне значення як для їхнього виявлення, так і для класифікації [2]. Відбиті сигнали від малорозмірних БпЛА зі значенням ефективної поверхні розсіювання порядку  $0,01 \dots 0,1 \text{ м}^2$  [4] характеризуються малими відношеннями сигнал/шум (ВСП). Головним чином це пов'язано з невеликим розміром, складною формою та використанням композитних матеріалів, а також їхньою здатністю літати близько до поверхні Землі [3, 5].

Підвищення ймовірності виявлення БпЛА FMCW радаром можна досягти за рахунок збільшення потужності зондуючого сигналу, коефіцієнта підсилення антен, часу когерентного накопичення, зниження порогового ВСП. Зниження порогового ВСП порівняно з іншими методами не вимагає внесення змін в конструкцію радара. Але ж при цьому відбувається зростання ймовірності хибної тривоги.

Для підвищення достовірності рішення про наявність цілі в області огляду радара, перш ніж передати її на супровід при вторинній обробці інформації, необхідно вирішити задачу виявлення траєкторії цілі. До найпростіших методів відносяться алгоритми виявлення траєкторії цілі з використанням евристичних критеріїв « $l/n$ » [7, 8]. Для оптимального прийняття рішення за фіксованої кількості оглядів використовується критерій Неймана-Пірсона [8], а також послідовний критерій Вальда [9, 10]. При цьому послідовні алгоритми виявлення дозволяють зменшити середній час виявлення траєкторії цілі порівняно з алгоритмами прийняття рішення на фіксованому інтервалі. Проте за великої кількості хибних відміток ефективність традиційних алгоритмів зав'язки траєкторії також знижується.

Для підвищення ефективності вирішення задач вторинної обробки радіолокаційної інформації при великій кількості хибних відміток використовуються вирішальні статистики, отримані в оптимальному приймачі первинної обробки сигналів. Так для ототожнення відмітки в стробі при виявленні траєкторії цілі використовується критерій «найсильніший сусід», при якому в якості цільової обирається відмітка з максимальною вирішальною статистикою в стробі супроводження [11, 12]. Значення вирішальних статистик відміток, отриманих в стробі, використовується при вирішенні задач супроводження вже виявлених цілей [13–15]. Необхідно відмітити, що завдання виявлення траєкторії цілі з використанням вирішальних статистик відміток також має схожість із завданням «супроводу до виявлення» [16, 17], в якому для підтвердження виявлення цілі спільно використовується траєкторна та амплітудна інформація відміток за кілька циклів огляду РЛС.

У статті [18] отримані алгоритми послідовного виявлення траєкторії цілі з використанням фун-

кцій правдоподібності відмітки з максимальною вирішальною статистикою та всіх відміток у стробі супроводу. Розрахунок відношення правдоподібності з використанням функцій правдоподібності всіх наявних в стробі відміток вимагає значних обчислювальних витрат і ускладнює їх реалізацію в реальному часі.

**Метою статті** є розробка алгоритму виявлення траєкторії малорозмірного БпЛА FMCW радаром за критерієм «найсильніший сусід» з використанням вирішальної статистики відмітки, що забезпечує більшу ефективність у порівнянні з послідовним алгоритмом виявлення траєкторії, в якому не враховуються вирішальні статистики відміток і який не вимагає значних обчислювальних витрат.

## 1 Виявлення траєкторії на основі критерію Вальда

Виявлення траєкторії відбувається шляхом виділення відміток, які задовольняють деякій моделі траєкторії руху цілі. Для цього використовується алгоритм супроводження цілі, який складається з екстраполяції координат і стробування відміток. В разі потрапляння в строб декількох відміток за критерієм «найсильніший сусід» в якості цільової обирається відмітка з максимальним значенням вирішальної статистики.

Статистична задача виявлення траєкторії цілі полягає в перевірці двох альтернативних гіпотез [9, 18]:  $H_0$  – гіпотези про відсутність траєкторії цілі і  $H_1$  – гіпотези про наявність траєкторії цілі. При справедливості гіпотези  $H_1$  в стробі підтвердження траєкторії можливі наступні ситуації: міститься одна цільова і хибні відмітки, лише хибні відмітки, відмітки відсутні. При справедливості гіпотези  $H_0$  усі відмітки в стробі підтвердження траєкторії є хибними або відмітки відсутні. У відповідності з підходом «найсильніший сусід» [11, 12] для подальшого підтвердження траєкторії в стробі в якості цільової обирається відмітка з максимальною вирішальною статистикою.

Для вирішення задачі виявлення траєкторії цілі використовується послідовний критерій відношення правдоподібності Вальда з постійними порогами, відповідно до якого логарифм відношення правдоподібності

$$L_k = \sum_{i=1}^k \ln l_i \quad (1)$$

на поточному  $k$ -у огляді порівнюється з вихідними порогоми

$$A = \ln \frac{D_{\Sigma_T}}{F_{\Sigma_T}}; \quad B = \ln \frac{1 - D_{\Sigma_T}}{1 - F_{\Sigma_T}}, \quad (2)$$

де  $l_i$  – часткове відношення правдоподібності, яке визначається на  $i$ -у огляді;  $D_{\Sigma_T}$ ,  $F_{\Sigma_T}$  – задані ймовір-

ності правильного і хибного виявлення траєкторії цілі.

Якщо виконується нерівність  $B < L_k < A$ , то спостереження триває. Якщо виконується умова  $L_k \leq B$ , то приймається гіпотеза  $H_0$ , а якщо  $L_k \geq A$  – гіпотеза  $H_1$ .

Геометрична інтерпретація процедури виявлення траєкторії цілі на основі послідовного критерію Вальда представлена на Рис. 1.

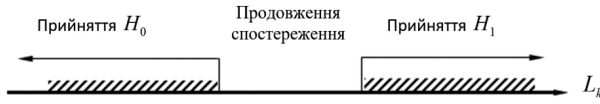


Рис. 1. Геометрична інтерпретація процедури виявлення траєкторії на основі критерію Вальда

Необхідно відмітити, що ймовірності  $D_{\Sigma T}$  і  $F_{\Sigma T}$  є умовними, оскільки визначаються за умови, що в першому огляді отримана цільова та хибна відмітка відповідно. Безумовні ймовірності правильного  $D_{\text{тр}}$  і хибного  $F_{\text{тр}}$  виявлення траєкторії цілі визначаються за формулами

$$D_{\text{тр}} = D_{\text{вх}} D_{\Sigma T}; \quad F_{\text{тр}} = a F_{\Sigma T}, \quad (3)$$

де  $D_{\text{вх}}$  – ймовірність первинного виявлення цільової відмітки;  $a$  – ймовірність хибної тривоги в елементі роздільної здатності.

Таким чином, задача послідовного виявлення траєкторії цілі зводиться до обчислення часткового відношення правдоподібності  $l_k$ .

## 2 Розрахунок відношення правдоподібності з використанням вирішальної статистики відмітки

Позначимо значенням вирішальної статистики, отриманої підходом «найсильніший сусід» відмітки,  $\tilde{z}_k$ . Розглянемо процедуру визначення часткового відношення правдоподібності  $l_k$  з використанням вирішальної статистики  $\tilde{z}_k$ . Введемо наступні обмеження :

- кількість відміток в стробі не рахується, а лише обирається відмітка з максимальним значенням вирішальної статистики;
- при наявності в стробі супроводження цільової відмітки її вирішальна статистика перевищує значення вирішальних статистик хибних відміток.

Для визначення часткового відношення правдоподібності  $l_k$  необхідно розглянути два випадки:  $\mu_k^1$  – в стробі знаходяться відмітки,  $\mu_k^0$  – в стробі відміток немає. Перший випадок є більш загальним. Тому спочатку визначимо відношення правдоподібності  $l_k$  при  $\mu_k^1$ . Для цього необхідно знайти часткові спільні умовні щільності ймовірності  $f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_i)$ ,

$i = \overline{0, 1}$ . При цьому часткове відношення правдоподібності має вигляд:

$$l_k = \frac{f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_1)}{f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_0)}. \quad (4)$$

Умовну сумісну щільність ймовірності  $f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_1)$  можна представити у вигляді

$$\begin{aligned} f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_1) &= f(\tilde{z}_k, \mu_k^1, n_k^1 | H_1) + f(\tilde{z}_k, \mu_k^1, n_k^0 | H_1) = \\ &= f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^1, H_1) P(\mu_k^1 | n_k^1, H_1) P(n_k^1 | H_1) + \\ &+ f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^0, H_1) P(\mu_k^1 | n_k^0, H_1) P(n_k^0 | H_1), \end{aligned} \quad (5)$$

де  $n_k^1, n_k^0$  – гіпотези наявності і відсутності відмітки цілі в стробі відповідно;

$f(\tilde{z}_k, \mu_k^1, n_k^l | H_1)$ ,  $l = \overline{0, 1}$  – спільні умовні щільності ймовірності  $\tilde{z}_k, \mu_k^1, n_k^l$  за умови  $H_1$ ;

$f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^l, H_1)$  – умовні щільності ймовірності вирішальної статистики  $\tilde{z}_k$  за умови  $\mu_k^1, n_k^l, H_1$ ;

$P(\mu_k^1 | n_k^l, H_1)$  – ймовірність появи відміток в стробі за умови  $n_k^l, H_1$ ;

$P(n_k^l | H_1)$  – ймовірність гіпотези  $n_k^l$ ,  $l = \overline{0, 1}$  за умови  $H_1$ .

Ймовірності в (5) обчислюються за формулами

$$P(\mu_k^1 | n_k^1, H_1) = 1; \quad (6)$$

$$P(n_k^1 | H_1) = D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}; \quad (7)$$

$$P(\mu_k^1 | n_k^0, H_1) = 1 - P_0; \quad (8)$$

$$P(n_k^0 | H_1) = 1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}, \quad (9)$$

де  $P_{\text{стр}}$  – ймовірність попадання цільової відмітки в строб підтвердження траєкторії;  $P_0$  – ймовірність відсутності в стробі хибних відміток.

Сумісна умовна щільність ймовірності  $f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_0)$  описується виразом

$$f(\tilde{z}_k, \mu_k^1 | H_0) = f(\tilde{z}_k, \mu_k^1, H_0) P(\mu_k^1 | H_0), \quad (10)$$

де  $f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, H_0)$  – умовна щільність ймовірності вирішальної статистики  $\tilde{z}_k$ , за умови  $\mu_k^1, H_0$ ;

$P(\mu_k^1 | H_0)$  – ймовірність появи відміток в стробі за умови  $H_0$ , яка визначається за формулою

$$P(\mu_k^1 | H_0) = 1 - P_0. \quad (11)$$

Умовні щільності ймовірності  $f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^1, H_1)$ ,  $f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^0, H_1)$  описуються усіченими законами розподілу, які враховують перевищення вирішальною статистикою  $\tilde{z}_k$  вхідного порогу  $H_{\text{вх}}$  і можуть бути представлені у вигляді

$$f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^1, H_1) = \frac{f_S(\tilde{z}_k)}{\int_{H_{\text{вх}}}^{\infty} f_S(\tilde{z}_k) d\tilde{z}_k} = \frac{f_S(\tilde{z}_k)}{D_{\text{вх}}}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, n_k^0, H_1) &= f(\tilde{z}_k | \mu_k^1, H_0) = \\ &= \frac{f_N(\tilde{z}_k)}{\int_{H_{\text{вх}}}^{\infty} f_N(\tilde{z}_k) d\tilde{z}_k} = \frac{f_N(\tilde{z}_k)}{\alpha}, \end{aligned} \quad (13)$$

де  $f_S(\tilde{z}_k)$ ,  $f_N(\tilde{z}_k)$  – щільності ймовірності вирішальних статистик цільової і хибної відміток.

Використовуючи вирази (5)-(13) отримаємо остаточний вираз для сумісних умовних щільностей ймовірності  $f(\tilde{z}_k, \mu_k|H_1)$ ,  $f(\tilde{z}_k, \mu_k|H_0)$  на  $k$ -му огляді за наявності в стробі відміток

$$f(\tilde{z}_k, \mu_k|H_1) = \frac{f_S(\tilde{z}_k)}{\int_{H_{\text{вх}}} f_S(\tilde{z}_k) d\tilde{z}_k} D_{\text{вх}} P_{\text{стр}} + \frac{f_N(\tilde{z}_k)}{\int_{H_{\text{вх}}} f_N(\tilde{z}_k) d\tilde{z}_k} (1 - P_0)(1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}); \quad (14)$$

$$f(\tilde{z}_k, \mu_k|H_0) = \frac{f_N(\tilde{z}_k)}{\int_{H_{\text{вх}}} f_N(\tilde{z}_k) d\tilde{z}_k} (1 - P_0). \quad (15)$$

Випадак відсутності в стробі підтвердження траєкторії відміток є виродженням, оскільки при цьому відсутні вирішальні статистики відміток, і відомо лише, що відміток немає. Для визначення часткового відношення правдоподібності  $l_k$  необхідно знайти ймовірності  $P(\mu_k^0|H_i)$ ,  $i = \overline{0,1}$ . З урахуванням розглянутого вище вони визначаються за формулами

$$P(\mu_k^0|H_i) = \begin{cases} (1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}) P_0, & i = 1, \\ P_0, & i = 0. \end{cases} \quad (16)$$

При цьому часткове відношення правдоподібності має вид

$$l_k = \frac{P(\mu_k^0|H_0)}{P(\mu_k^0|H_1)} = 1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}. \quad (17)$$

З урахуванням виразів (4), (14), (15), (17) часткове відношення правдоподібності  $l_k$  набуде вигляду

$$l_k = \begin{cases} \frac{f_S(\tilde{z}_k) P_{\text{стр}} \alpha + f_N(\tilde{z}_k) (1 - P_0) (1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}})}{f_N(\tilde{z}_k) (1 - P_0)}, & \mu_k \neq 0, \\ (1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}), & \mu_k = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Таким чином логарифм відношення правдоподібності (1) розраховується з використанням формули (18).

### 3 Аналіз синтезованого алгоритму послідовного виявлення траєкторії

Аналіз синтезованого алгоритму виконаємо на прикладі виявлення траєкторії цілі FMCW радаром, що вимірює дальність  $r_k^e$  і радіальну швидкість  $\dot{r}_k^e$  цілі [1]. Дальнісно-доплерівська матриця FMCW радара включає  $N \times M$  елементів, де  $N$  відповідно кількість елементів розрізнення за дальністю, а  $M$  – за радіальною швидкістю. Покладалося  $N = 256$  і

$M = 16$ . Розміри елементів розрізнення за дальністю і радіальною швидкістю приймалися рівними  $\Delta r = 3.9$  м,  $\Delta \dot{r} = 4.9$  м/с.

Для опису щільності ймовірності вирішальних статистик при наявності цілі  $f_S(\tilde{z}_k)$  використовується нецентральний розподіл хі-квадрат  $\chi^2(q)$  з параметром нецентральності  $q$ , який дорівнює ВСШ [8]. При відсутності цілі щільність ймовірності вирішальних статистик  $f_N(\tilde{z}_k)$  має центральний розподіл хі-квадрат  $\chi^2_2$  з двома ступенями свободи.

На Рис. 2 наведено залежності ймовірності правильного виявлення цілі від ВСШ при ймовірності хибної тривоги  $\alpha = 1 \times 10^{-2}$ ,  $5 \times 10^{-3}$ ,  $1 \times 10^{-3}$ . Аналіз алгоритму виявлення траєкторії відбувся в діапазоні ВСШ  $q = -1 \dots 4$  дБ для забезпечення прийнятного рівня ймовірності виявлення цілі  $D_{\text{вх}}$ .

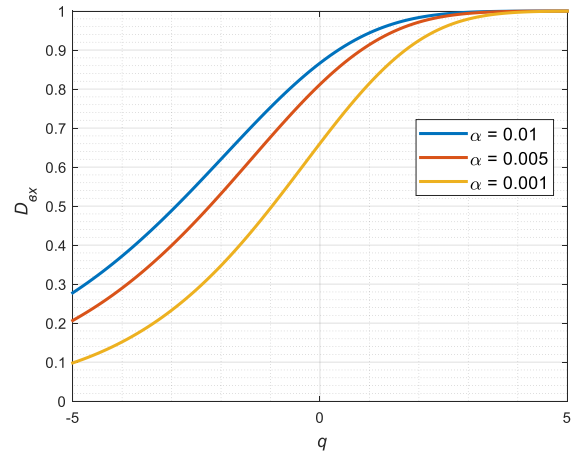


Рис. 2. Залежності ймовірності виявлення цілі  $D_{\text{вх}}$  від ВСШ  $q$

Для виділення траєкторії цілі використовується найпростіший алгоритм супроводження, який складається з екстраполяції координат і стробування відміток [7, 18]. Екстраполяція координат відмітки  $r_{k+1}^*$ ,  $\dot{r}_{k+1}^*$  на наступний огляд проводиться відповідно до гіпотези про рівномірний і прямолінійний рух цілі та виконується за допомогою рівнянь

$$r_{k+1}^* = r_k^e + \dot{r}_k^e T; \quad \dot{r}_{k+1}^* = \dot{r}_k^e, \quad (19)$$

де  $T$  – темп надходження даних. Темп надходження даних покладался  $T = 2$  с.

Дисперсії помилки прогнозу дальності і швидкості мають вигляд

$$\sigma_r^{*2} = \sigma_r^2 + \sigma_{\dot{r}}^2 T^2 + \frac{\sigma_a^2 T^4}{4}; \quad \sigma_{\dot{r}}^{*2} = \sigma_{\dot{r}}^2 + \sigma_a^2 T^2, \quad (20)$$

де  $\sigma_r^2$ ,  $\sigma_{\dot{r}}^2$  – дисперсії помилки вимірювання дальності і радіальної швидкості;  $\sigma_a^2$  – дисперсія прискорення цілі за дальністю.

Дисперсії нев'язок вимірювань з дальності і швидкості, які використовуються для визначення розмірів стробів супроводу, визначаються за формулами

$$\sigma_{sr}^2 = \sigma_r^{*2} + \sigma_r^2; \quad \sigma_{s\dot{r}}^2 = \sigma_{\dot{r}}^{*2} + \sigma_{\dot{r}}^2. \quad (21)$$

У разі відсутності в стробі відміток для продовження супроводу використовуються екстрапольовані параметри руху цілі на поточному огляді.

Ймовірність попадання в строби відміток цілі  $P_{стр} = 0.994$ , що відповідає розміру стробу з дальності  $\Delta r_{st} = 6\sigma_{sr}$  і з радіальної швидкості  $\Delta \dot{r}_{st} = 6\sigma_{s\dot{r}}$ . Вважаючи, що вимірювання рівномірно розподілені в елементах роздільної здатності, дисперсії помилок вимірювання радару визначаються за допомогою виразів  $\sigma_r^2 = \frac{\Delta r^2}{12} = 1.27 \text{ м}^2$ ,  $\sigma_{\dot{r}}^2 = \frac{\Delta \dot{r}^2}{12} = 1.59 \text{ (м/с)}^2$  [18].

Для опису руху цілі використовувалася модель першого порядку [7, 18]. Середньоквадратичне відхилення шуму збудження, що характеризує випадкове прискорення цілі, приймалося  $\sigma_a = 2 \text{ м/с}^2$ .

Задані ймовірності правильного і хибного виявлення траєкторії цілі, що використовуються при розрахунку верхнього і нижнього порогів вирішального правила Вальда, покладались  $D_{\Sigma T} = 0.99$ ,  $F_{\Sigma T} = 0.01$ .

На Рис. 3 суцільними лініями показані отримані за допомогою статистичного моделювання залежності ймовірності правильного виявлення траєкторії цілі  $D_{\Sigma T}$  від ВСШ  $q$  при значеннях ймовірності хибної тривоги в елементі розрізнення  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}, 10^{-3}$ . Траєкторія вважається виявленою вірно, якщо остання відмітка траєкторії є цільовою. Зі зменшенням ВСШ  $q$  ймовірність  $D_{\Sigma T}$  знижується. Це обумовлено зменшенням ймовірності  $D_{вх}$ , що призводить до використання хибних відміток і відповідно зриву супроводу цілі. Ймовірність виявлення траєкторії цілі  $D_{\Sigma T} = 0.99$  досягається при  $q = 2.5$  дБ.

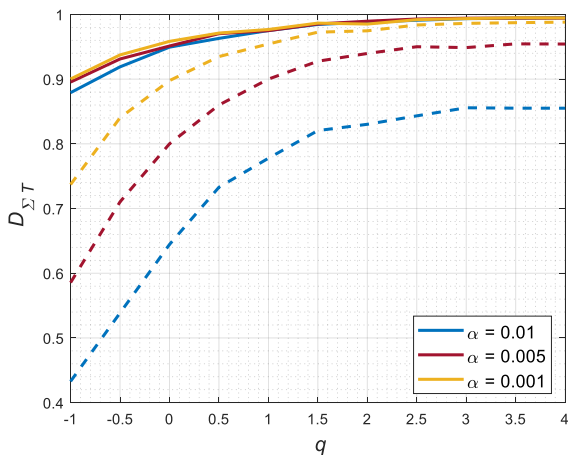


Рис. 3. Залежності ймовірностей правильного виявлення траєкторії цілі  $D_{\Sigma T}$  від ВСШ  $q$

На Рис. 4 суцільними лініями показані отримані за допомогою методу Монте-Карло залежності середнього числа оглядів  $\bar{n}_1$  при правильному виявленні траєкторії цілі від ВСШ  $q$  при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}, 10^{-3}$ . Зі зменшенням ВСШ середнє число оглядів  $\bar{n}_1$  збільшується. Також середнє число

оглядів  $\bar{n}_1$  збільшується при збільшенні ймовірності хибної тривоги  $\alpha$ .

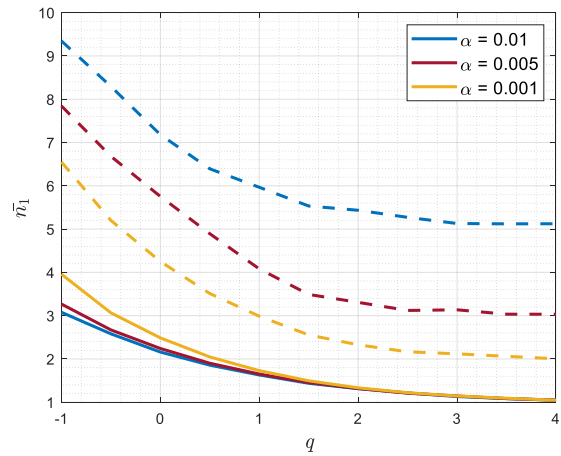


Рис. 4. Залежності середнього числа оглядів  $\bar{n}_1$  при правильному виявленні від ВСШ  $q$

На Рис. 5 суцільними лініями показані отримані за допомогою методу Монте-Карло ймовірності хибного виявлення траєкторії цілі  $F_{\Sigma T}$  від ВСШ  $q$  при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}, 10^{-3}$ . Отримані експериментальні значення  $F_{\Sigma T}$  не перевищують задане значення  $F_{\Sigma T}$  при розглянутих значеннях ВСШ  $q$ .

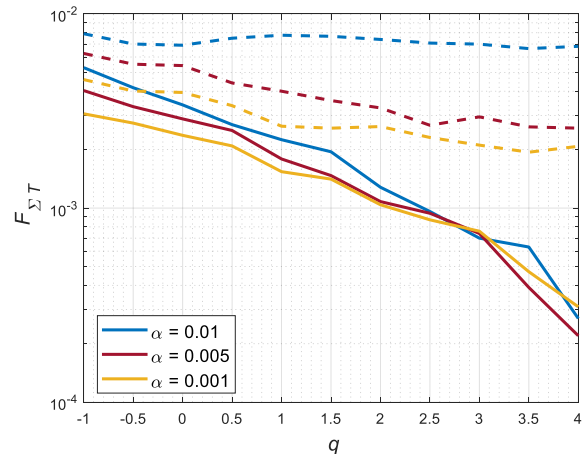


Рис. 5. Залежності ймовірностей хибного виявлення траєкторії цілі  $F_{\Sigma T}$  від ВСШ  $q$

На Рис. 6 суцільними лініями показані отримані за допомогою методу Монте-Карло залежності середнього числа оглядів при хибному виявленні траєкторії цілі  $\bar{n}_0$  від ВСШ  $q$  при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}, 10^{-3}$ . Зі зменшенням ВСШ середнє число оглядів зростає відповідно від 1.1 до 5.4.

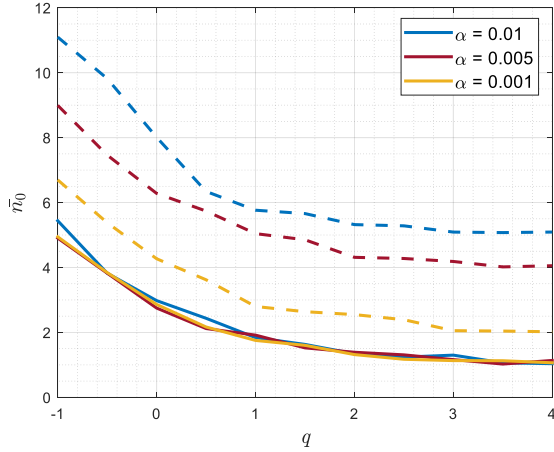


Рис. 6. Залежності середнього числа оглядів  $\bar{n}_0$  при хибному виявленні від ВСП  $q$

Для порівняльного аналізу використовувався відомий послідовний алгоритм виявлення траєкторії [7,18], в якому враховується наявність  $\mu_k^1 = 1, \mu_k^0 = 0$  або відсутність  $\mu_k^0 = 1, \mu_k^1 = 0$  відмітки у стробі підтвердження траєкторії, а також ймовірності: виявлення цілі в елементі розрізнення, попадання цільової відмітки в строб підтвердження траєкторії, відсутності в стробі хибних відміток. Логарифм відношення правдоподібності розраховується за виразом

$$L_k = \sum_{i=1}^k \left[ \mu_k^1 \ln \frac{1 - P_0(1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}})}{1 - P_0} + \mu_k^0 \ln(1 - D_{\text{вх}} P_{\text{стр}}) \right]. \quad (22)$$

За наявності у стробі кількох відміток, як цільова вибирається та відмітка, яка найближча до центру стробу. У розглянутому алгоритмі виявлення траєкторії цілі не враховуються вирішальні статистики відміток.

На Рис. 3-Рис. 6 штриховими лініями показані отриманні за допомогою методу Монте-Карло характеристики ефективності відомого алгоритму у залежності від ВСП  $q$  при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}, 10^{-3}$ . При  $\alpha = 10^{-2}$  ймовірність правильного виявлення траєкторії цілі  $D_{\Sigma_T}$  для алгоритму (22) зменшується на 14%-50%, а при  $\alpha = 5 \times 10^{-3}$  – на 4%-34% відповідно (Рис. 3). При цьому середнє число оглядів  $\bar{n}_T$  при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  збільшується приблизно в 4 та 2.5 рази відповідно (Рис. 4). Ймовірність хибного виявлення траєкторії цілі  $F_{\Sigma_T}$  для алгоритму (22) у порівнянні з розробленим алгоритмом (1), (18) більше ніж на порядок (Рис. 5). При цьому середнє число оглядів  $\bar{n}_0$  при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  збільшується приблизно в 3.8 та 2.3 рази відповідно (Рис. 6).

Хоча хід суцільних кривих на Рис. 5,6 має спотворення, які викликані обмеженою кількістю випробувань Монте-Карло, це суттєво не впливає на

результати якісного порівняння досліджених алгоритмів та дозволяє робити загальні висновки про їхню ефективність.

## Висновки

Розроблений алгоритм послідовного виявлення траєкторії цілі за критерієм Вальда при розрахунку часткового відношення правдоподібності використовує щільності ймовірності вирішальної статистики «найсильнішої відмітки» в стробі супроводження за умови, що вона є цільовою або хибною і для його реалізації не вимагається значних обчислювальних витрат.

Для розглянутого прикладу, на відміну від відомого алгоритму, в якому не враховуються вирішальні статистики відмітки, розроблений алгоритм забезпечує збільшення ймовірності виявлення траєкторії цілі при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  на 14%-50% і 4%-34% відповідно. При цьому середнє число оглядів при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  зменшується приблизно в 4 та 2.5 рази. Ймовірність хибного виявлення траєкторії цілі  $F_{\Sigma_T}$  для розробленого алгоритму менше ніж на порядок. При цьому середнє число оглядів при  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  зменшується приблизно в 3.8 та 2.3 рази відповідно.

В якості обмежень запропонованого алгоритму слід відмітити ситуації, коли хибні відмітки можуть перевищувати за потужністю луна-сигнал цілі, наприклад у разі виявленні цілей на тлі відбиттів від підстильної поверхні. В цьому випадку доцільно використовувати алгоритм, заснований на величині нев'язки відміток або на використанні інших сигнальних параметрів.

## References

- [1] Semkin V., Yin M., Hu Y., Mezzavilla M. and Rangan S. (2021). Drone Detection and Classification Based on Radar Cross Section Signatures. *2020 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP)*, pp. 223-224. doi: 10.23919/ISAP47053.2021.9391260.
- [2] Speirs, P.; Murk, A.; Renker, M.; Wellig, P.; Aulenbacher, U. (2021). *High-Detail Simulations of Consumer-Grade UAV RCS Signatures, and Comparisons against Measurements*. In Proceedings of the STO-MP-MSG-SET-183, Virtual Mode via WebEX, 26 p.
- [3] Khawaja W., Ezuma M., Semkin V., Erden F., Ozdemir O., Guvenc I. (2024). A Survey on Detection, Classification, and Tracking of Aerial Threats using Radar and Communications Systems. *TechRxiv*, doi: 10.36227/techrxiv.170629593.30210818/v1.
- [4] Sedivy P. & Nemecek O. (2021). *Drone RCS Statistical Behaviour*. In Proceedings of the STO-MP-MSG-SET-183, 18 p.
- [5] Santos, D., Sebastião, P., & Souto, N. (2019). Low-cost SDR based FMCW radar for UAV localization. *22nd*

*International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC) IEEE*, pp. 1-6. doi: 10.1109/WPMC48795.2019.9096117.

- [6] McDonough R. N. and Whalen A. D. (1995). *Detection of Signals in Noise*, 2nd. ed. Academic Press, Inc., USA.
- [7] Kuz'min S. Z. (2000). *Tsifrovaya radiolokatsiya. Vvedeniye v teoriyu [Digital Radar. Introduction to Theory]*. Kyiv, KViTs Publ., 428 p. ISBN: 966-7192-20-2.
- [8] Edited by Richards M. A., Melvin W. L. (2023). *Principles of Modern Radar. Volume 1: Basic Principles*, 2nd Edition. Scitech Publishing, 1152 p.
- [9] Blackman S. S., Popoli R. F. (1999). *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Norwood, MA: Artech House, 1232 p. ISBN: 9781580530064.
- [10] Willett P. (2012). *Issues in Target Tracking*. NATO RTO-EN-SET-157 Multisensor Fusion: Advanced Methodologies and Applications. 22 p.
- [11] Li X. R. (1998). Tracking in Clutter with Strongest Neighbor Measurements – Part I: Theoretical Analysis. *IEEE Trans. On Automatic Control.*, Vol. 43, Iss. 11, pp. 1560–1578. DOI: 10.1109/9.728872.
- [12] Richards, Mark A. (2022). *Fundamentals of Radar Signal Processing*, 3rd ed. McGraw Hill, 736 p.
- [13] Bar-Shalom Y., Daum F., Huang J. (2009). The probabilistic data association filter. *IEEE Control Systems*, Vol. 29, Iss. 6, pp. 82-100. DOI: 10.1109/MCS.2009.934469.
- [14] Li Z., Li G., Tan J., Tian F., Jin G., Ren Y. (2010). Low Observable Moving Target Tracking Based on Modified PDA-AI. *Journal of Infrared Millimeter and Terahertz Waves*, Vol. 31, Iss. 10, pp. 1245-1256. DOI:10.1007/s10762-010-9684-2.
- [15] Jung Min Pak (2023). Hybrid PDA/FIR Filtering for Indoor Localization Using Wireless Sensor Networks. *Electronics*, Vol. 12(1), 180. doi: 10.3390/electronics12010180.
- [16] Buzzi S., Lops M., Venturino L. (2005). Track-before-detect procedures for early detection of moving target from airborne radars. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol.41, Iss. 3, pp. 937-954. DOI: 10.1109/TAES.2005.1541440.
- [17] Rawat, S. S., Verma, S. K., & Kumar, Y. (2020). Review on recent development in infrared small target detection algorithms. *Procedia Computer Science*, Vol. 167, pp. 2496–2505. doi: 10.1016/j.procs.2020.03.302
- [18] Neuimin, O. S., Zhuk, S. Y. (2014). Sequential detection of target trajectory using the decision statistics of pips. *Radioelectron. Commun. Syst.*, Vol. 57, pp. 262–273. doi: 10.3103/S0735272714060041.

## Algorithm for Sequential Detection of Trajectory of Small Sized UAV by FMCW Radar According to Strongest Neighbor Criterion

*Malenchyk T. V., Zhuk S. Ya.*

To ensure an acceptable probability of detection of small UAVs, it is necessary to reduce the detection threshold, which leads to a significant increase of the probability of false alarm in the range-doppler bin (more than  $10^{-3}$ ). To increase efficiency of solving the problems of secondary radar processing information with an increase of the number of false pips, the decision statistic of pips obtained during signal detection are used. The known algorithms for sequential target trajectory detection using decisive pips statistics require significant computational costs.

To solve the problem of detecting the target trajectory, a sequential Wald likelihood ratio criterion with constant thresholds is used, which are based on the given probabilities of true and false detection probabilities of the target trajectory. A mathematical expression of the partial likelihood ratio is obtained, which considers the probability density of the decision statistic of the pip, provided that it is a target or not, as well as the probabilities of: target detection and false alarm in the bin, the target pip falling into the trajectory confirmation gate, and the absence of false pips in the gate.

The analysis of the proposed algorithm and its comparison with the known one, in which the pips are identified by the criterion of the nearest neighbor, is carried out using statistical modeling using FMCW radar data (range and radial velocity of the target). The non-central and central chi-square distributions with two degrees of freedom are used to describe the probability densities of the decisive statistics of a pip, provided that it is either a target or a false pip.

For the considered example, unlike the known algorithm, which does not consider the decisive statistics of the pip, the developed algorithm provides an increase in the probability of detection the target trajectory at  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  by 14%-50% and 4%-34%, respectively. At the same time, the average number of cycles at  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  decreases by approximately 4 and 2.5 times. The probability of false detection of the target trajectory  $F_{\Sigma T}$  for the developed algorithm is less than an order of magnitude. At the same time, the average number of times at  $\alpha = 10^{-2}, 5 \times 10^{-3}$  decreases by approximately 3.8 and 2.3 times, respectively.

*Keywords:* trajectory detection; Wald's maximin model; likelihood ratio; false alarm; decision statistic; chi-square distribution; target pip; gate