

ДОСЛІДЖЕННЯ СИГНАЛУ ФАЗОМАНІПУЛЬОВАННОГО  
ПОСЛІДОВНІСТЮ ГОЛДА

*Мрачковський О.Д., к.т.н., доцент,*

*Часник А. А. аспірант*

*Реутська Ю.Ю. асистент*

*Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна*

**Вступ**

На сьогоднішній день сигнали з бінарною фазовою маніпуляцією знаходять широке застосування в різних областях. Серед них радіолокація, радіонавігація, системи передачі інформації з кодовим розділенням каналів (напр. CDMA). В більшості з цих систем застосовуються сигнали фазоманіпульовані (ФМн) кодами різних типів, що дозволяють отримати оптимальні характеристики по роздільній здатності, захищеності, завадостійкості, енергетиці.

Одним з кодів, що широко застосовується в радіонавігації є послідовність Голда. Тому досить цікаво дослідити кореляційні властивості сигналів ФМн послідовностями Голда, що було розглянуто в попередній роботі[1].

**Функція невизначеності сигналу фазоманіпульованого  
послідовністю Голда.**

Функція невизначеності(ФН) для всіх сигналів ФМн послідовністю Голда аналітично записується як[7]

$$R(\mu\tau_0, \Omega) = \frac{R_0(\Omega)}{N} \sum_{n_1}^{n_2} a_n^* a_{n-\mu} \exp(i(n-1)\Omega\tau_0) \quad (1)$$

де  $a_n$  – символи послідовності Голда,  $\mu = \tau/\tau_0$ ,  $R_0(\Omega)$  – функція невизначеності одиночного прямокутного імпульсу, яка залежить тільки від двох параметрів частоти  $\Omega$  і тривалості  $\tau_0$ . [7]

$$R_0(\Omega) = \left( \frac{\sin(0.5 \Omega \tau_0)}{0.5 \Omega \tau_0} \right) \exp(i \cdot 0.5 \Omega \tau_0)$$

межі підсумовування визначаються наступною рівністю:

$$n_1 = \mu + 1, n_2 = N \text{ при } \mu > 0;$$

$$n_1 = 1, n_2 = N - |\mu| \text{ при } \mu < 0;$$

Виходячи з обмеженості об'єму тіла невизначеності довільного сигналу, середньоквадратичне значення ФН рівне  $1/N$ . На рис.6 приведена ФН

сигналу ФМн послідовністю Голда з  $N=1023$ ,  $f_0=1$  ГГц,  $T_i=1$  мкс, де  $T_i$  – довжина парціального імпульса,  $N$  – кількість імпульсів у послідовності.

Як видно з рисунка, як і в М-послідовності, тіло невизначеності має малі бічні сплески в області слабкої кореляції. На рис.2 наведено розріз ФН за осями  $f$  та  $\tau$ .

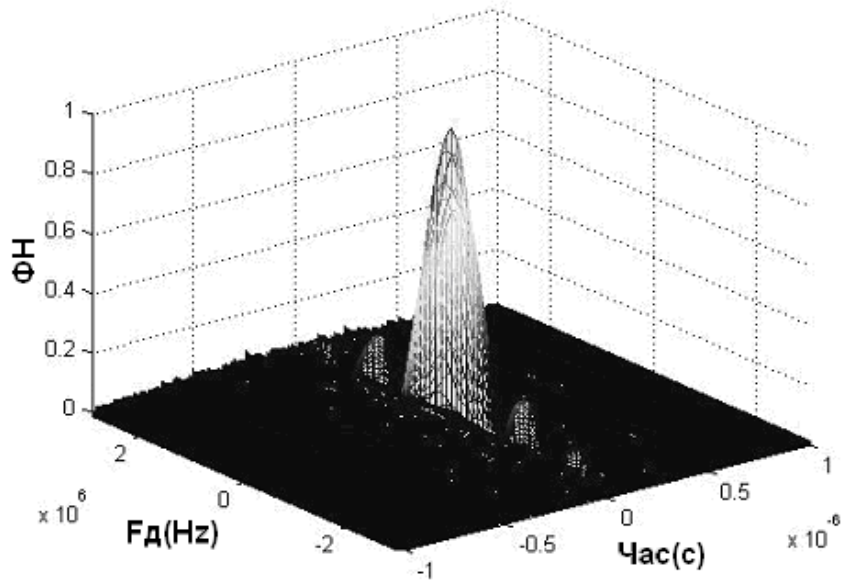


Рис.1 Функція невизначеності для сигналу ФМн послідовністю Голда

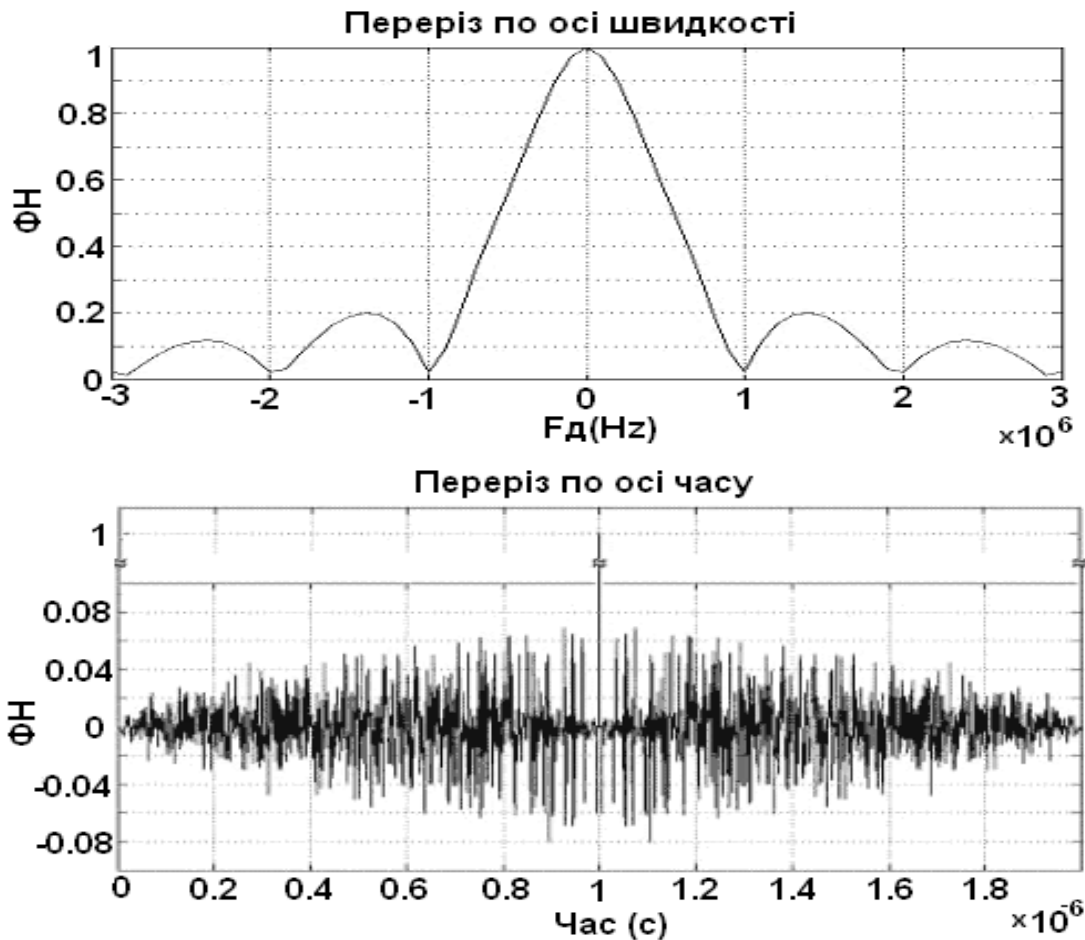


Рис.2. Розріз функції невизначеності за віссю  $f$  та  $\tau$ .

**Кореляційні функції сигналу фазоманіпульованного послідовністю Голда.**

На рис.3а приведена аперіодична автокореляційна функція сигналу фазоманіпульованного (ФМн) послідовністю Голда. Наведені результати були отримані в програмному пакеті Matlab, з використанням вбудованої функції `xcorr` [8]. Сигнал було згенеровано за допомогою функції `modulate` [8]. Параметри сигналу:  $f_0=1$  ГГц,  $N=1023$ ,  $T_i=1$  мкс, де  $T_i$  – довжина парціального імпульса,  $N$  – кількість імпульсів у послідовності.

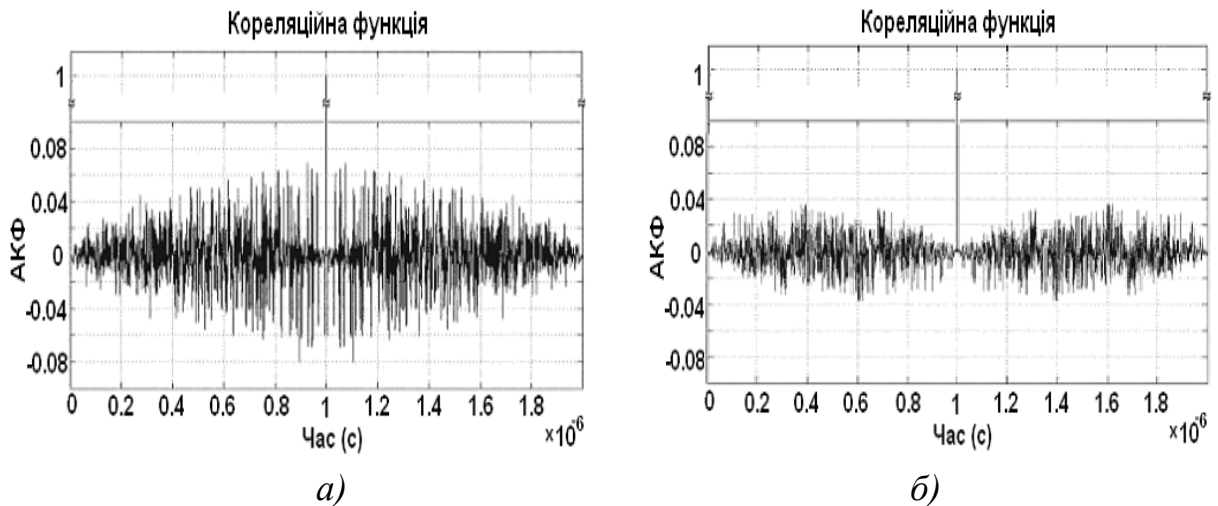


Рис.3. Аперіодична автокореляційна функція: а) сигналу ФМн послідовністю Голда; б) сигнал ФМн M- послідовністю при однакових  $N=1023$ .

Порівнюючи рівень бічних сплесків аперіодичної автокореляційної функції (ААКФ) сигналів ФМн послідовністю Голда (рис. 3а), з сигналами ФМн M-послідовністю (рис.3б), при однакових значеннях періоду послідовності  $N=1023$ , слід сказати, що у сигналів ФМн M-послідовністю він менший, ніж у сигналів ФМн послідовністю Голда, приблизно в 2,6 разів.

Як вже згадувалося вище, якщо M-послідовності вибрані за методом Голда, то їх періодичні ВКФ є тривірневими, тобто приймають тільки три значення (1).

Вірогідність появи цих значень наступна:

$$P_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}N \quad P_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}N - \frac{1}{\sqrt{8N}} \quad P_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}N + \frac{1}{\sqrt{8N}} \quad (2)$$

Відома оцінка ВКФ сигналів циклічної системи [7]:

$$R_{\max}(\lambda) \leq \max_{\lambda} |Q(\lambda)| + \max_{\lambda, \rho} |Q(\lambda, \rho)| \delta \quad (3)$$

Таким чином, оцінка першого доданку в (3) дається максимальним значенням (1), рівним  $\sqrt{\frac{2}{N}} + \frac{1}{N}$ . Максимум модуля періодичної ВКФ.

$$\max_{\lambda, \rho} |Q(\lambda, \rho)| < (2^{3/2} \pi^{-1} N^{-1/2} + N^{-1})^{1/2} \approx 0.94 N^{-1/4} \quad (4)$$

Підставляючи в (3) оцінки (1), (4), знаходимо оцінку максимальних піків ВКФ циклічної системи:

$$R_{\max}(\lambda) < \sqrt{\frac{2}{N}} + \frac{1}{N} + 0.94 \frac{\delta}{\sqrt[4]{N}} \quad (5)$$

На рис. 4-6 представлені аперіодичні ВКФ сигналу ФМн послідовністю Голда. Параметри сигналу:  $f_0=1$  ГГц,  $N=1023$ ,  $T_i=1$  мкс, де  $T_i$  – довжина парціального імпульса,  $N$  – кількість імпульсів у послідовності.

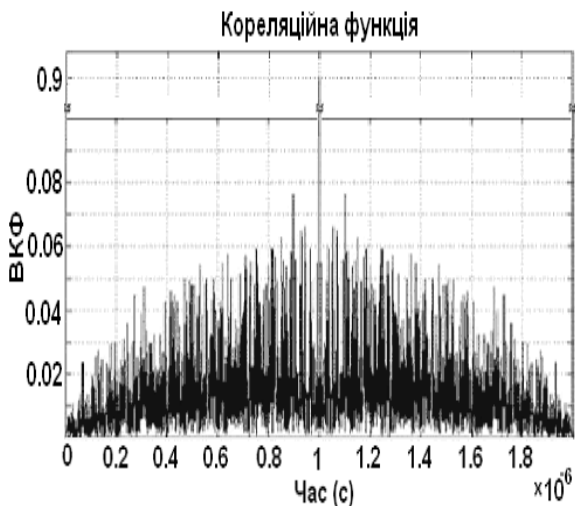


Рис.4 ВКФ сигналу ФМн послідовністю Голда на рівні -1 дБ, швидкість  $0,5 \cdot 10^7$  м/с

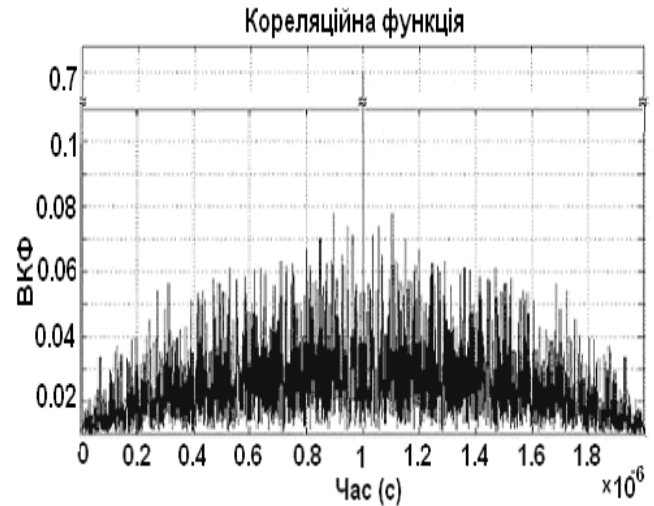


Рис.5 ВКФ сигналу ФМн послідовністю Голда на рівні -3 дБ, швидкість  $0,75 \cdot 10^7$  м/с

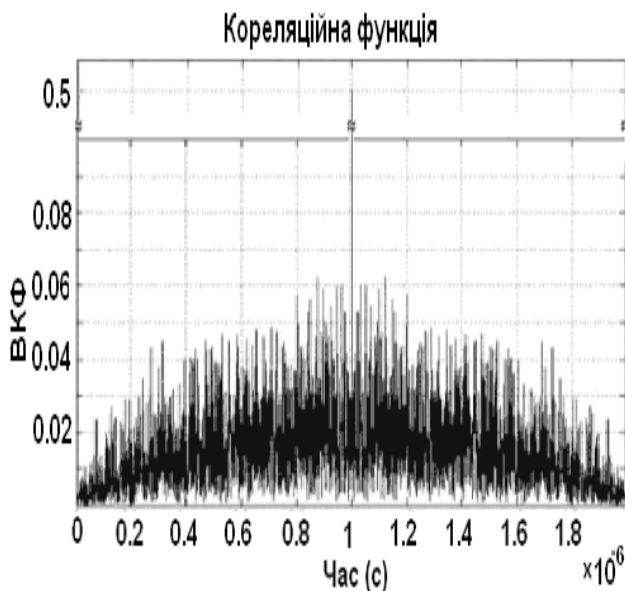


Рис.6. ВКФ сигналу ФМн послідовністю Голда на рівні -6 дБ, швидкість  $1 \cdot 10^7$  м/с

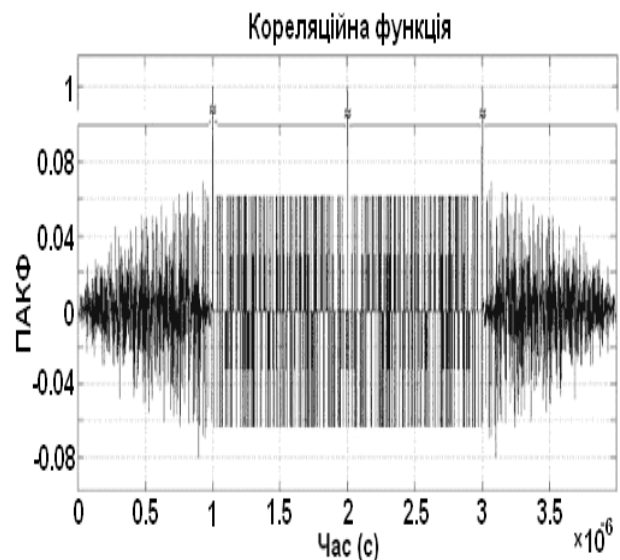


Рис.7. Періодична автокореляційна функція сигналу ФМн послідовністю Голда.

З рисунків видно, що при зміні рівня кореляції спостерігається спад бічних піків з рівня 0,71(-1 дБ) до рівня 0,62 (-6 дБ), на відміну від сигналів ФМн М-последовностями, де, навпаки, із спадом кореляції відбувається ріст бічних піків. Це є важливим фактом з точки зору застосування сигналів ФМн аперіодичними последовностями Голда у радіолокації.

На рис.7 приведена періодична автокореляційна функція для сигналу ФМн последовністю Голда з параметрами  $f_0=1$  ГГц,  $N=1023$ ,  $T_i=1$  мкс, де  $T_i$  – довжина парціального імпульса,  $N$  – кількість імпульсів у последовності. Кількість періодів дорівнює 3.

З рисунка видно, що в області між основними списками автокореляційна функція приймає 3 значення. Нижче розраховані теоретичні значення при  $N=1023$ .

$$Q(\lambda) = \begin{cases} Q_1 = -1/N = -0.00098 \\ Q_2 = \sqrt{2/N} - 1/N = 0.043 \\ Q_3 = -\sqrt{2/N} - 1/N = -0.045 \end{cases}$$

На рис.8 приведені ізокореляти в області сильної кореляції.

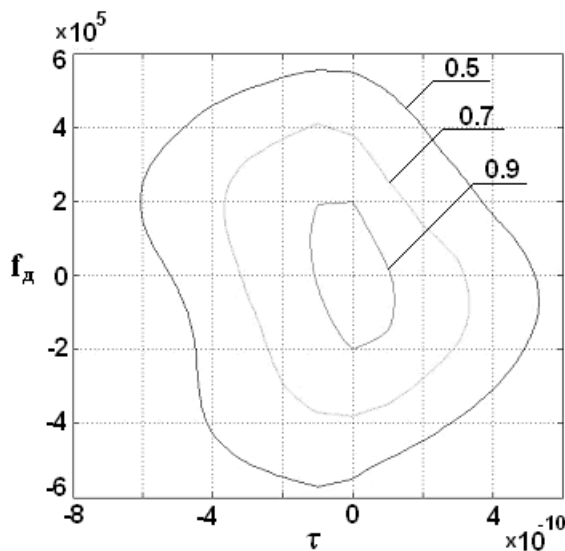


Рис.8 Ізокореляти в області сильної кореляції

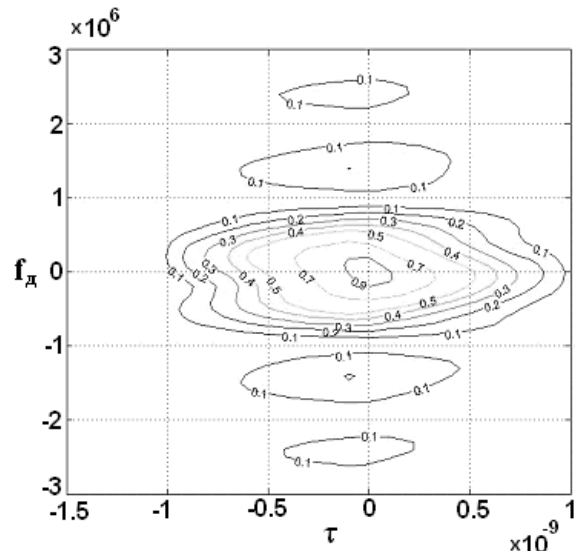


Рис.9 Ізокореляти в області слабкої кореляції

Таблиця

Параметр \ Рівень	0,9	0,707	0,5
$\Delta\tau$	0.00013	0.00035	0.00056
$\Delta\Omega$	0,41	0,82	1,16

В таблиці зазначено коефіцієнт перерахунку роздільної здатності до теоретичного значення роздільної здатності М-последовності:

$$\Delta\Omega = \frac{1}{\tau_0} = 9.78 \cdot 10^5$$

$$\Delta\tau = \frac{1}{2\Delta f} = 2 \cdot 10^{-6},$$

де  $2\Delta f = [f_0 + 1/\tau_0] - [f_0 - 1/\tau_0] = 2/\tau_0$ ,  $\tau_0$  – довжина парціального імпульсу

На рис.9 приведені ізокореляти в області слабкої кореляції. Як видно з рис.2 та рис.9 по осі швидкості присутні бічні викиди, які викликані тим, що частотна кореляційна функція, як і для М-последовності, описується виразом  $\sin(x)/x$ , де  $x=\Omega\tau/2$ .

### Висновки

Застосування сигналів ФМн послідовністю Голда в радіолокації не доцільно з огляду на те, що рівень бічних викидів у таких сигналів в 2,6 разів більший ніж у сигналів ФМн М-последовністю, при однакових значеннях періоду последовності  $N$ . Проте, у сигналів ФМн послідовністю Голда зі зменшення рівня кореляції знижується і рівень бічних викидів, на відміну від сигналів ФМн М-последовністю.

Сигнали ФМн послідовностями Голда використовуються в системах GPS в грубих С/А кодах з довжиною последовності 1023 елементів (чіпів) і частотою 1 МГц, і в точному Р коді з довжиною 7 днів і частотою 10 МГц.

### Література

1. Мрачковський О.Д. Часник А.А. Ганзенко В.А. Формування та властивості последовностей Голда. – Вісник НТУУ КПІ „Радіотехніка, Радіоапаратобудування” (стаття в друці).
2. Пітерсон У., Уелдон Э. Коды, що виправляють помилки: Пер. з англ./Под ред. Р.Л. Добрушина, С.И. Самойленко. –М: Мир, 1976. –594 з.
3. Gold R. Maximal Recursive Sequences with 3-valued Recursive Cross-correlation Functions/–IEEE Trans. Inf. Th., 1968, v. IT-14, N 1, p. 154-156.
4. Gold R. Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing.–IEEE Trans., Inf. Th., 1967, v. IT-13, N 4, p. 619-621.
5. Peter H. Dana. Global positioning system overview. <http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps.html>, 1999
6. F. Jessie MacWilliams and Neil A. Sloane. Psuedo-random sequences and arrays. Proceedings of the IEEE, 1976.
7. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1978 – 304 с.
8. Holly Moore. MATLAB for Engineers (2nd Edition)

*Мрачковський О.Д. Часник А.А. Реутська Ю.Ю. Кореляційні властивості последовностей Голда. У статті докладно розглянуті кореляційні властивості сигналу фазоманіпульованного (ФМн) последовністю Голда. Нами була розрахована функція невизначеності для цього сигналу та проведено її всебічне дослідження: перерізи по осях часу і швидкості, дослідження ізокорелят в області сильної і слабкої кореляції, обчислені потенційні роздільні здатності сигналу ФМн послідовністю Голда. Також був проведений аналіз функцій взаємної кореляції для різних швидкостей та періодичної автокореляційної функції. На основі отриманих даних був проведений порівняльний аналіз сигналів ФМн послідовністю Голда і сигналів ФМн М-последовністю*

**Ключові слова:** Сигнали фазоманіпульовані послідовністю Голда, АКФ, ВКФ, функція невизначеності, потенційні роздільні здатності.

Мрачковский О.Д. Часнык А.А. Реутская Ю.Ю. **Корреляционные свойства последовательностей Голда.** В статье подробно рассмотрены корреляционные свойства сигнала фазоманипулированного(ФМн) последовательностью Голда. Нами была рассчитана функция неопределенности для этого сигнала и проведено ее всестороннее исследование: сечения по осям времени и скорости, исследования изокорелят в области сильной и слабой корреляции, вычислены потенциальные разрешающие способности сигнала ФМн последовательностью Голда. Также был проведен анализ функций взаимной корреляции для различных скоростей и периодической автокорреляционной функции. На основе полученных данных был проведен сравнительный анализ сигналов ФМн последовательностью Голда и сигналов ФМн М-последовательностью.

**Ключевые слова:** Сигналы фазоманипулированные последовательностью Голда, АКФ, ВКФ, функция неопределенности, разрешающие способности.

*O. Mrachkovkiy A. Chasnyk J. Reutska **Properties of correlation functions of Gold's sequence** The article shows the correlation properties of phase manipulated signal (PSK) Gold's sequence. We have calculated the ambiguity function for this signal and held her comprehensive study: cross-section along the axes of time and speed, the research of isocorelation in the strong and weak correlations area were calculated potential resolutions for the PSK Gold's sequence. Also analyzed the cross-correlation function for different speeds and the periodic autocorrelation function. Basing on these results a comparative analysis of the PSK Gold's sequence and PSK max length sequence were realized.*

**Key words:** phase manipulated signal Gold's sequence, correlation analyze, ambiguity function, potential resolutions.