

РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.372.061

АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ РІЗНИХ СТРАТЕГІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ АНАЛОГОВИХ КІЛ

*Земляк О.М., к.т.н., доцент,
Маркіна Т.М., аспірант*

*Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна*

Раніше були сформульовані [1-2] основи нової методології в проектуванні аналогових кіл у термінах теорії управління. Показано, що новий підхід дозволяє потенційно суттєво зменшити машинний час проектування кіл. Ця властивість виникає внаслідок появи можливості управляти процесом проектування шляхом перерозподілу машинних витрат між аналізом кола й процедурою параметричної оптимізації. Можна вважати доведеним той факт, що традиційна стратегія проектування (ТСП), що включає аналіз кола на кожному кроці процедури оптимізації, не є оптимальною за часом. Більше того, вигреш у часі проектування для деякої оптимальної або точніше квазіоптимальної стратегії в порівнянні із ТСП зростає при збільшенні розмірів і складності проектуваного кола [3].

Виявлення ефекту додаткового прискорення процесу проектування [4] і дослідження умов існування цього ефекту приводять до збільшення виграшу в часі і є відправним пунктом побудови квазіоптимальної стратегії проектування.

Постановка задачі

Відповідно до запропонованої методології, процес проектування електронного кола визначений як керована динамічна система. Ця система визначається диференціальними або різницевиими рівняннями для змінних стану і системою обмежень, у якості яких виступає математична модель електронного кола. Різницеві рівняння для змінних системи можуть бути записані у вигляді:

$$x_i^{s+1} = x_i^s + t_s \cdot f_i(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

Система обмежень може бути визначена наступними рівняннями:

$$(1 - u_j) g_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (2)$$

Структура функцій $f_i(X, U)$ визначається методом оптимізації і, напри-

клад, для градієнтного методу має вигляд:

$$f_i(X, U) = -\frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U), \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

$$f_i(X, U) = -u_{i-K} \frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) + \frac{(1-u_{i-K})}{dt} [-x_i' + \eta_i(X)], \quad i = K+1, K+2, \dots, N \quad (3')$$

де M – кількість залежних змінних електронного кола, K – кількість незалежних змінних, N – загальна кількість змінних ($N=K+M$) і t_s – ітераційний параметр. Функція $F(X, U)$ є узагальненою цільовою функцією процесу проектування і може бути визначена, наприклад, наступним адитивним виразом:

$$F(X, U) = C(X) + \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^M u_j g_j^2(X), \quad (4)$$

де $C(X)$ – цільова функція (не від'ємно визначена) процесу проектування, а другий член формули являє собою додаткову штрафну функцію. Функція $\eta_i(X)$, що записана у неявному вигляді, визначає поточне значення змінної x_i^{s+1} ($x_i^{s+1} = \eta_i(X)$), яке знаходиться в результаті розв'язку системи (2). Вектор керуючих функцій $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$, де $u_j \in \Omega$; $\Omega = \{0; 1\}$, є основним інструментом описаної методології і управляє динамічним процесом приведення цільової функції $C(X)$ до мінімуму за можливий мінімальний час проектування. При цьому кожне нове значення вектора U визначає нову стратегію проектування і відповідну їй траєкторію. Зрозуміло, що кількість можливих стратегій проектування, обумовлена залежним від часу керуючим вектором U , необмежена, але множина стратегій, що визначають структурний базис проектування при векторі U , незмінному протягом процесу проектування, цілком обмежене і дорівнює 2^M .

Спираючись на досвід, можна констатувати, що час проектування для кожної стратегії обумовлений властивостями збіжності та стійкості траєкторії, відповідної до даної стратегії. Один з найбільш загальних підходів до аналізу стійкості динамічної системи заснований на прямому методі Ляпунова [5-6]. Ми визначили алгоритм проектування системи як керований динамічний процес. У цьому випадку, основна мета управління може бути визначена як задача мінімізації перехідного часу цього процесу. При цьому стає можливим аналіз стійкості кожної траєкторії та характеристик перехідного процесу, яким є процес проектування, на основі прямого методу Ляпунова. Пропонується використовувати поняття функції Ляпунова процесу проектування для аналізу стійкості та пошуку оптимальних позицій точок

перемикання керуючого вектора.

Існує певна свобода у виборі функції Ляпунова внаслідок неєдиності її форми. Визначимо функцію Ляпунова процесу проектування (1)-(3) наступною формулою:

$$V(X) = \sum_i (x_i - a_i)^2, \quad (5)$$

де a_i – стаціонарне значення координати x_i . За своїм змістом множина всіх коефіцієнтів a_i є основним результатом процесу проектування, тому що при цих значеннях параметрів системи досягається мінімум цільової функції $C(X)$, тобто досягаються всі цілі проектування. Ясно, що ці коефіцієнти стають визначеними лише наприкінці проектування. Незручність формули (5) полягає в тому, що точка $a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ невідома, тому що вона може бути отримана тільки наприкінці процесу проектування. Таким чином можливість аналізувати стійкість різних стратегій проектування на основі формули (5) з'являється в тому випадку, коли розв'язок задачі, тобто точка a , вже знайдений яким-небудь способом. З іншого боку, викликає інтерес можливість аналізувати стійкість процесу протягом процедури оптимізації. В цьому випадку потрібно визначити іншу форму функції Ляпунова, яка б не залежала від кінцевої стаціонарної точки a .

Визначимо функцію Ляпунова наступною формулою:

$$V(X, U) = [F(X, U)]^r \quad (6)$$

де $F(X, U)$ – узагальнена цільова функція процесу проектування і степінь $r > 0$. Ця формула, при деяких додаткових умовах, визначає функцію Ляпунова в достатньо великому околі стаціонарної точки.

Відповідно до методу Ляпунова інформація про стійкість траєкторії пов'язана з похідної за часом від функції Ляпунова. Прямий розрахунок похідної за часом від функції Ляпунова \dot{V} дозволяє судити про стійкість динамічної системи. Процес проектування і відповідна траєкторія є стійкими, якщо ця похідна є від'ємною. З іншого боку, прямий метод Ляпунова, як відомо, дає достатні умови стійкості, а не необхідні. Це означає, що процес втрачає стійкість або не втрачає її у випадку додатної похідної. Якщо в окремих точках траєкторії проектування похідна \dot{V} стає додатною, це ще не означає появу нестабільності траєкторії проектування в цих точках. Лише у випадку появи додатної похідної \dot{V} на множині додатної міри можна констатувати появу нестабільності, що проявляється в зростанні, хоч можливо й невеликому, функції Ляпунова. При цьому можна ствер-

джувати, що, починаючи із цього моменту, цільова функція процесу проектування не зменшується, а зростає. Якщо така поведінка спостерігається далеко від стаціонарної точки, то це означає, що процес проектування не сходиться, тобто розв'язок не може бути отриманий на цій траєкторії. У цьому випадку потрібно міняти або відправну точку процесу проектування або саму стратегію проектування. У випадку появи додатної похідної \dot{V} наприкінці процесу проектування недалеко від стаціонарної точки, можна говорити про значну затримку процесу проектування. Дана стратегія проектування починає «тупцювати на місці» і не може забезпечити необхідну точність, що виливається в істотне зростання часу проектування.

Результати

Як приклад для аналізу стійкості різних стратегій проектування розглянемо двокаскадний транзисторний підсилювач, зображений на Рис. 1.

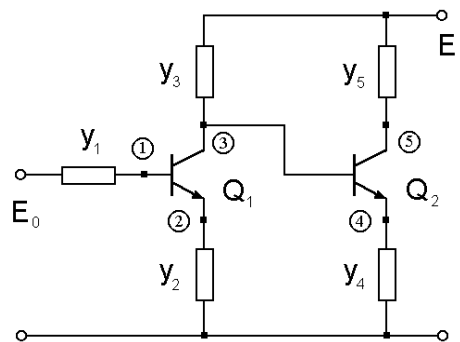


Рис. 1

Прямий розрахунок похідної за часом від функції Ляпунова \dot{V} , яка визначається за формулою (6), при $r = 0,5$ показав, що вона є від'ємною в початковій точці процесу проектування для всіх траєкторій, тобто всі можливі стратегії проектування і їх траєкторії спочатку є стійкими, за умови достатньо малого кроку інтегрування системи (1). У той же час, при досягненні поточною точкою траєкторії деякого ε -околу стаціонарної точки (a_1, a_2, \dots, a_N) , дана стратегія проектування втрачає стійкість, тому що похідна функції Ляпунова стає додатною. Це означає, що така стратегія не гарантує збіжності траєкторії до стаціонарної точки (a_1, a_2, \dots, a_N) , починаючи з деякого ε -околу, тобто не гарантується досягнення мінімуму цільової функції $F(X, U)$, а значить і функції $C(X)$ з точністю вище значення ε . Насправді кожна траєкторія має свій власний ε -окіл, починаючи з якого виникають проблеми збіжності, і цей окіл визначає максимально досягнуту точність для даної стратегії. У таблиці 1 представлена інформація про результати проектування підсилювача, зображеного на Рис. 1. Проектування кола здійснювалося за допомогою різних стратегій, що входять у структу-

рний базис і визначені керуючим вектором U .

Закінчення процесу проектування визначалося досягненням похідною \dot{V} додатних значень на додатній мірі. Слід зазначити, що оптимізація здійснювалася на основі формули (1) і градієнтного методу зі змінним оптимальним кроком t_s , внаслідок чого оптимальний крок t_s міг бути як малим, так і великим. Наслідком цього з'явилися різкі зміни в значенні похідної \dot{V} від одного кроку до іншого. Для згладжування похідної \dot{V} проводилося усереднення її значень на інтервалі в 30 кроків.

Аналіз результатів таблиці 1 дозволив виявити деякі суттєві закономірності. По-перше, можна констатувати сильну кореляцію між процесорним часом проектування та критичним значенням ε - околу, після досягнення якого значення похідної \dot{V} залишається додатним.

Таблиця 1

№	Вектор керуючих функцій $U(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$	Кількість ітерацій	Процесорний час (с)	Критичне значення ε - околу
1	(0 0 0 0 0)	3177	7,25	2,78E-08
2	(0 0 0 0 1)	3074	8,02	3,36E-07
3	(0 0 0 1 1)	11438	26,36	8,18E-07
4	(0 0 1 0 1)	799	1,16	9,38E-09
5	(0 0 1 1 0)	1798	2,6	1,61E-08
6	(0 1 0 1 1)	43431	76,89	3,16E-05
7	(0 1 1 0 0)	1378	2,25	1,67E-08
8	(0 1 1 0 1)	571	0,72	6,83E-09
9	(0 1 1 1 0)	1542	2,03	2,05E-08
10	(1 0 0 1 1)	11839	21,37	1,68E-05
11	(1 0 1 0 0)	2097	3,57	5,47E-07
12	(1 0 1 1 0)	6026	8,31	4,94E-07
13	(1 1 1 0 0)	6602	8,84	7,41E-07
14	(1 1 1 0 1)	935	0,71	1,33E-08
15	(1 1 1 1 0)	2340	2,31	1,62E-07
16	(1 1 1 1 1)	1502	0,38	1,09E-08

Як правило, чим менше досягне значення ε - околу, тим менше процесорний час. Можна впорядкувати всі стратегії таблиці 1 в порядку зростання процесорного часу від стратегії 16 з часом 0,38 с., до стратегії 6 з часом 76,89 с. З іншого боку, можна впорядкувати ці стратегії в порядку зростання критичного значення ε - околу. Результат такого впорядкування при

порівнянні різних стратегій представлено в табл. 2.

Таблиця 2

Номер за порядком	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Номера стратегій, впорядкованих за процесорним часом	16	14	8	4	9	7	15	5	11	1	2	12	13	10	3	6
Номера стратегій, впорядкованих за значенням ε - околу	8	4	16	14	5	15	7	9	1	2	12	11	13	3	10	6

Місце, яке займає будь-яка стратегія в цій таблиці, обумовлене двома різними способами впорядкування, відрізняється досить незначно. Для двох стратегій (13 і 6) це місце збігається. У семи випадках спостерігається відмінність на одне місце, у чотирьох випадках – на два місця і в трьох – на три. Усереднене значення цієї відмінності дорівнює 1,5. Зважаючи на те, що критичні значення ε - околу отримані приблизно шляхом усереднення в процесі інтегрування системи (1), можна вважати, що відповідність між процесорним часом і значенням ε - околу цілком прийнятна. З іншого боку, параметри ε - околу отримані на основі аналізу функції Ляпунова і її похідній, отже можна констатувати тісний взаємозв'язок між процесорним часом проектування і властивостями функції Ляпунова процесу проектування. Виходячи із проведеного аналізу можна зробити висновок, що функція Ляпунова процесу проектування разом зі своєю похідною може служити досить інформативним джерелом для пошуку перспективних з погляду мінімального процесорного часу стратегій проектування.

Література

1. Zemliak A.M. Analog System Design Problem Formulation by Optimum Control Theory, IEICE Trans. Fundamentals Electronics Communication and Computer Sciences, 2001, Vol. E84-A, № 8, pp. 2029–2041.
2. Земляк А. М. Проектирования аналоговых цепей методами теории управления. I. Теория, Известия ВУЗов Радиоэлектроника, 2004, Т. 47, № 5, стр. 18–28.
3. Земляк А. М. Проектирования аналоговых цепей методами теории управления. II. Численные результаты, Известия ВУЗов Радиоэлектроника, 2004, Т. 47, № 6, стр. 65-71.
4. Земляк А.М., Маркіна Т.М., Эффект прискорення при оптимізації електронних кіл, Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут», сер. Радіотехніка-Радіоапаратобудування, вип. 40, 2010, стр. 12-16.
5. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости.–М.: Наука, 1967.–223 с.
6. Rouche N., Habets P., Laloy M. Stability Theory by Liapunov's Direct Method.– N.Y.: Springer-Verlag. – 1977.– 222 p.

Земляк О.М., Маркіна Т.М. Аналіз стійкості різних стратегій оптимізації аналогових кіл. Задача проектування аналогових кіл представлена в узагальненому формулюванні. Узагальнення полягає в можливості відмови від виконання законів Кірхгофа протягом процесу проектування при безумовному їх виконанні в його кінцевій точці. При цьому виникає можливість перерозподіляти витрати комп'ютерного часу між блоком аналізу кола й блоком параметричної оптимізації. Основним елементом цього перерозподілу є спеціально введений керуючий вектор. У такому випадку процес прое-

ктування кола сформулюється в термінах теорії управління як керована динамічна система. Для аналізу властивостей такої системи запропоновано використовувати концепцію функції Ляпунова динамічної системи. Запропоновані різні форми функції Ляпунова. Аналіз поведінки функції Ляпунова і її похідній дозволив установити значну кореляцію між властивостями цієї функції і процесорним часом проектування кола.

Ключові слова: оптимізація аналогових кіл, теорія управління, оптимальний алгоритм проектування, функція Ляпунова процесу проектування, стійкість траєкторії проектування, керуючий вектор.

Земляк А.М., Маркіна Т.М. Анализ стойкости разных стратегий оптимизации аналоговых цепей. Задача проектирования аналоговых цепей представлена в обобщенной формулировке. Обобщение состоит в возможности отказа от выполнения законов Кирхгофа в течение процесса проектирования при безусловном их выполнении в его конечной точке. При этом возникает возможность перераспределять затраты компьютерного времени между блоком анализа цепи и блоком параметрической оптимизации. Основным элементом этого перераспределения является специально введенный управляющий вектор. В таком случае процесс проектирования цепи сформулируется в терминах теории управления как управляемая динамическая система. Для анализа свойств такой системы предложено использовать концепцию функции Ляпунова динамической системы. Предложены различные формы функции Ляпунова. Анализ поведения функции Ляпунова и ее производной позволил установить значительную корреляцию между свойствами этой функции и процессорным временем проектирования цепи.

Ключевые слова: оптимизация аналоговых цепей, теория управления, оптимальный алгоритм проектирования, функция Ляпунова процесса проектирования, устойчивость траектории проектирования, управляющий вектор.

A.Zemliak, T.Markina Analysis of firmness of different strategies of optimization of analog circuits. The problem of designing of analog circuits is presented in the generalized formulation. Generalization consists in possibility of refusal of performance of laws of Kirchhoff during designing process at their unconditional performance in its final point. Thus there is a possibility to redistribute an expense of computer time between the block of the analysis of a circuit and the block of parametrical optimization. Basic element of this redistribution is specially entered vector of control. In such a case the process of designing of a circuit will be formulated in terms of the theory of control as controlled dynamic system. For the analysis of properties of such system it is offered to use the concept of function of Lyapunov of dynamic system. Various forms of function of Lyapunov are offered. The analysis of behavior of function of Lyapunov and its derivative has allowed establishing considerable correlation between properties of this function and processor time of designing of a circuit.

Keywords: optimization of analog circuits, the control theory, optimum algorithm of designing, Lyapunov function of process of designing, stability of a trajectory of the designing, vector of control.