

алгоритм сумісної фільтрації стану кодера S_k^m і інтерполяції інформаційних символів b_k^j на ковзаючому інтервалі Δ є рекурентним. Кількість гіпотез що потрібно перевіряти розраховуються по формулі $M \cdot L^\Delta$.

Для розглянутого прикладу використання інтерполяції дозволяє зменшити помилку декодування на порядок, а кількість гіпотез які перевіряються у порівнянні з алгоритмом на основі харківської моделі кодера в 16 разів.

Подальшим напрямком роботи є розробка алгоритмів сумісного декодування згортальних кодів і для каналу з пам'яттю.

Література

1. Прокис Д. Цифровая связь. Пер. с англ. М.: Радио и связь. 2000. 800с.
2. Moon Todd K. Error correction coding: mathematical methods and algorithms. 2005 by John Wiley & Sons. ISBN 0-471-64800-0.
3. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / Монография. К.: НТУУ «КПИ», 2008. -232с.

Шпилька О.О., Жук С.Я. Інтерполяційно-фільтровий алгоритм декодування згортальних кодів. Синтезовано інтерполяційно-фільтровий алгоритм декодування згортальних кодів за критерієм максимуму апостеріорної ймовірності, в якому виконується сумісна фільтрація стану кодера і інтерполяція інформаційних символів на ковзаючому інтервалі.

Ключові слова: декодування згортальних кодів, марківська послідовність

Шпилька А.А., Жук С.Я. Интерполяционно-фильтровой алгоритм декодирования сверточных кодов. Синтезировано интерполяционно-фильтровой алгоритм декодирования сверточных кодов по критерию максимума апостериорной вероятности, в котором выполняется совместная фильтрация состояния кодера и интерполяция информационных символов на скользящем интервал.

Ключевые слова: декодирование сверточных кодов, марковская последовательность

Shpylka O.O., Zhuk S.Y. Interpolating and filtering decoding algorithm for convolution codes. There has been synthesized interpolating and filtering decoding algorithm for convolution codes on maximum of a posteriori probability criterion, in which combined filtering coder state and interpolation of information signs on sliding interval are processed.

Key words: decoding for convolution codes, Markov's sequence

УДК621.391

АЛГОРИТМ ОБЪЕДИНЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОДНОМЕРНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Вишневый С.В., Жук С.Я.

Оптимальная фильтрация изображений является важным этапом их цифровой обработки во многих приложениях. Основной трудностью является отсутствие точного решения задачи оптимальной каузальной фильтрации изображений, даже для линейной гауссовской модели изображений. Оптимальные фильтры требуют бесконечной памяти и часто являются расходящимися [1]. Поэтому актуальной задачей является разработка практически реализуемых алгоритмов фильтрации, которые в целом учитывают двумерный характер изображения.

В работе [2] предложен подход, основу которого составляет разбиение процедуры оптимальной фильтрации изображения на два этапа. Он основывается на предположении независимости вероятностных характеристик изображения по строкам и столбцам. На первом этапе выполняется оптимальная одномерная фильтрация изображения соответственно по строкам и столбцам. На втором производится объединение полученных одномерных оценок в каждой точке изображения. Применение такого подхода позволяет получить заметно лучшие результаты при незначительном увеличении вычислительных затрат по сравнению с результатами одномерной фильтрации изображений только по строкам или столбцам.

Однако, предложенный в работе [2] алгоритм объединения оптимальных одномерных оценок обладает избыточностью, которая заключается в необходимости дополнительного решения задачи одношаговой фильтрации в каждой рассматриваемой точке, что приводит к увеличению вычислительных затрат. Целью статьи является устранение отмеченного недостатка известного алгоритма.

Наиболее полное решение задачи оптимальной фильтрации заключается в вычислении апостериорной плотности вероятности фильтруемого процесса [3]. Поэтому вначале синтезируем алгоритм объединения результатов одномерной оптимальной фильтрации в общем случае при описании изображения и механизма формирования наблюдений с помощью законов распределения вероятностей. На втором этапе конкретизируем полученный алгоритм объединения для модели изображения в виде гауссовского случайного поля.

1. Синтез нелинейного алгоритма объединения результатов одномерной оптимальной фильтрации

Представим фильтруемое изображение в виде матрицы, состоящей из элементов $x(n, m)$, соответствующие им наблюдения - $y(n, m)$, где $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, M}$. Введем векторы $X_n = (x(n, 1), \dots, x(n, m-1))$, $X_m = (x(1, m), \dots, x(n-1, m))$. $x(n, m)$ - текущий отсчет изображения. Далее для краткости опустим аргументы (n, m) . Совместную плотность вероятности $P(X)$ отсчетов изображения вдоль строки и столбца можно представить в виде

$$P(X) = P(X_n, x, X_m) = p(x)P(X_n, X_m / x), \quad (1)$$

где x - элемент изображения, расположенный на пересечении строки и столбца; X_n - вектор, содержащий элементы изображения строки до элемента x , X_m - вектор, содержащий элементы изображения столбца до элемента x , X - вектор, который включает в себя элементы X_n , X_m , x .

При разработке двухэтапной процедуры обработки изображения используется свойство условной независимости отсчетов случайного поля по строке X_n и по столбцу X_m [2]. Поэтому формулу (1) можно представить в виде:

$$P(X) = p(x) \frac{P(X_n, x)}{p(x)} \frac{P(X_m, x)}{p(x)} = \frac{1}{p(x)} P(X_n, x) P(X_m, x). \quad (2)$$

Функція правдоподібності для розглянутої задачі має вигляд:

$$Q(Y/X) = Q(Y_n, y, Y_m / X_n, x, X_m) = Q(Y_n, y / X_n, x) Q(Y_m / X_m), \quad (3)$$

де Y – масив спостережень, який включає в себе спостереження Y_n, Y_m, y ; Y_n, Y_m – вектори спостережень, відповідні X_n і X_m ; y – спостереження, яке відповідає точці x .

Спільна апостеріорна густина ймовірності відліків випадкового поля $P(X/Y)$ з урахуванням (2), (3) описується виразом:

$$P(X/Y) = \frac{1}{p(x)P(Y)} P(X_n, x) Q(Y_n, y / X_n, x) P(X_m, x) Q(Y_m / X_m). \quad (4)$$

де $P(Y)$ – спільна густина ймовірності спостережень Y .

Застосовуючи теорему множення ймовірностей, вираз (4) можна представити в наступному вигляді:

$$P(X/Y) = \frac{1}{p(x)P(Y)} P(X_n, x / Y_n, y) P(Y_n, y) p(x / X_m) P(X_m) \frac{P(X_m / Y_m) P(Y_m)}{P(X_m)} = \quad (5)$$

$$= \frac{1}{p(x)P(Y)} P(X_n, x / Y_n, y) P(Y_n, y) p(x / X_m) P(X_m / Y_m) P(Y_m).$$

Апостеріорна густина ймовірності $p(x/Y)$ відліку x визначається шляхом інтегрування виразу (5) по X_n і X_m :

$$p(x/Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{p(x)P(Y)} P(X_n, x / Y_n, y) P(Y_n, y) P(Y_m) \times \quad (6)$$

$$\times p(x / X_m) P(X_m / Y_m) dX_n dX_m = \frac{P(Y_n, y) P(Y_m)}{p(x)P(Y)} \int_{-\infty}^{\infty} P(X_n, x / Y_n, y) dX_n \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} p(x / X_m) P(X_m / Y_m) dX_m = \frac{p(y / Y_n) P(Y_n) P(Y_m)}{P(Y)} \cdot \frac{p(x / Y_n, y) p(x / Y_m)}{p(x)}$$

В алгоритмі об'єднання одномерних оцінок (6), на відміну від отриманого в [2], для елемента зображення x обчислюються апостеріорна густина ймовірності $p(x/Y_n, y)$ по одній координаті і екстраполювана густина ймовірності $p(x/Y_m)$ по другій координаті. При цьому відпадає необхідність обчислення одноточкової апостеріорної густини ймовірності $p(x/y)$ для кожного елемента зображення, що дозволяє скоротити обчислювальні витрати.

2. Синтез лінійного алгоритму об'єднання результатів одномерної оптимальної фільтрації

Широке застосування при розв'язанні задачі оптимальної фільтрації зображень знаходять гауссовські випадкові поля. Для розв'язання задачі

фільтрації по строкам и столбцам на первом этапе может быть применен алгоритм калмановской фильтрации [4, 5], который позволяет получить оптимальное ее решение по каждой координате.

При использовании гауссовских моделей, плотности вероятности $p(x/Y_n, y) = N(\mathfrak{E}, \mathfrak{E}^2)$, $p(x/Y_m) = N(x^*, \sigma^{*2})$, $p(x) = N(\bar{x}, \bar{\sigma}^2)$ также являются гауссовскими. Показатель экспоненты в выражении (6) имеет вторую и первую степени переменной x . Поэтому апостериорная плотность вероятности $p(x/Y)$ является гауссовской вида

$$p(x/Y) = C \exp\left(-\frac{(x - \tilde{x})^2}{2\tilde{\sigma}^2}\right), \quad (7)$$

где \tilde{x} , $\tilde{\sigma}^2$ - математическое ожидание и дисперсия апостериорной плотности вероятности $p(x/Y)$; C - константа.

Приравнивая в (6), (7) коэффициенты при x и x^2 получим алгоритм объединения результатов одномерной фильтрации в виде

$$\tilde{x} = \mathfrak{E} + \frac{\sigma_{\Pi}^2}{\sigma^{*2}} (x^* - \mathfrak{E}); \quad (8)$$

$$\tilde{\sigma}^2 = \tilde{x} - \bar{\sigma}^2 \frac{(\bar{x} - \tilde{x})}{\bar{\sigma}^2}; \quad (9)$$

$$\sigma_{\Pi}^2 = \sigma^{*2} - \frac{\sigma^{*4}}{\mathfrak{E}^2 + \sigma^{*2}}; \quad (10)$$

$$\tilde{\sigma}^2 = -\bar{\sigma}^2 - \frac{\bar{\sigma}^4}{\sigma_{\Pi}^2 - \bar{\sigma}^2}. \quad (11)$$

Уравнения (8), (9) описывают алгоритм объединения апостериорной \mathfrak{E} и экстраполированной x^* оценок, полученных при одномерной фильтрации по строкам и столбцам. С помощью формул (10), (11) рассчитывается дисперсия $\tilde{\sigma}^2$ ошибки полученной оценки \tilde{x} .

Результаты экспериментальных исследований

В качестве примера рассмотрим гауссовскую модель изображения с разделимой корреляционной функцией вида [6]:

$$R(\Delta_1, \Delta_2) = \sigma^2 \rho_1^{|\Delta_1|} \rho_2^{|\Delta_2|}, \quad (12)$$

где Δ_1, Δ_2 - приращения в горизонтальном и вертикальном направлении соответственно; ρ_1, ρ_2 - коэффициенты корреляции элементов строк и столбцов соответственно; σ^2 - дисперсия случайного поля.

Анализ предложенного алгоритма фильтрации изображения и его сравнение с известными алгоритмами проведены с помощью статистического моделирования на ЭВМ. Размеры изображения $N \times M$ полагались $N = M = 10$.

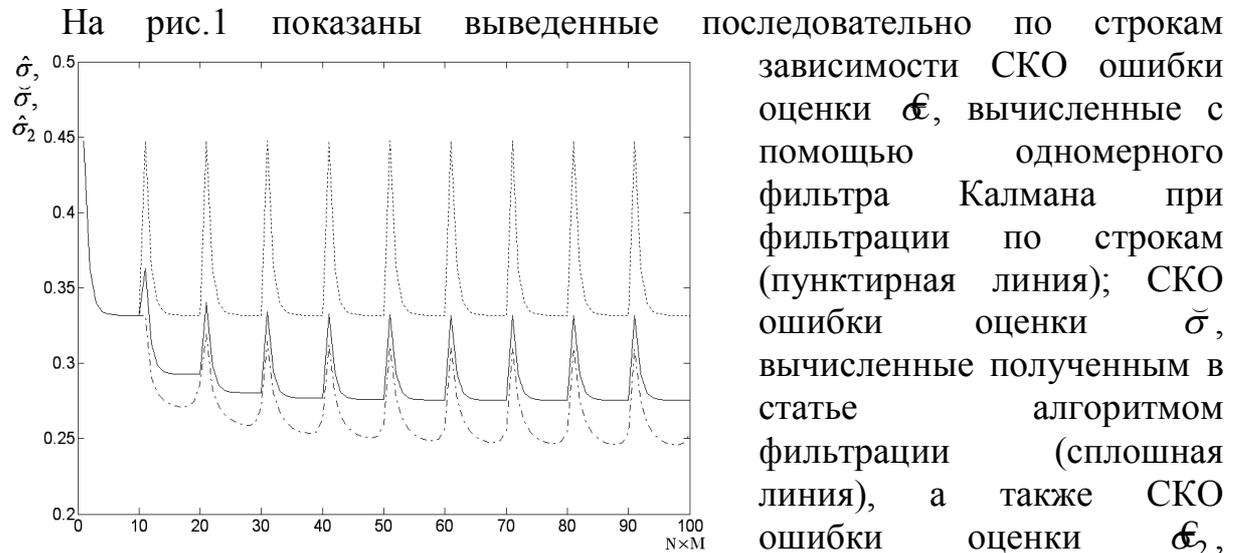


Рис.1.

Из рис.1 следует, что СКО ошибки оценки предложенного алгоритма меньше СКО ошибки измерения на 45%. Для рассмотренного примера алгоритм фильтрации с использованием объединения оценок (8)-(11) позволяет получить выигрыш в точности фильтрации по сравнению с одномерным фильтром Калмана на 17%, при этом предложенный алгоритм уступает в точности двумерному фильтру Калмана на 8%.

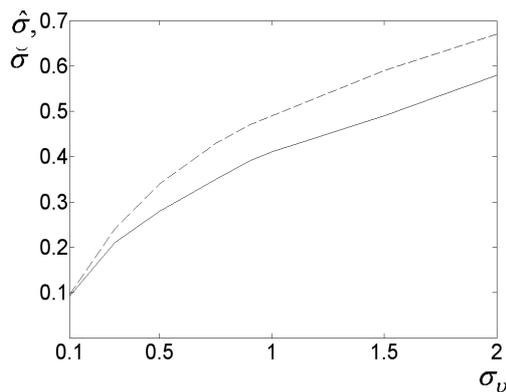


Рис.2.

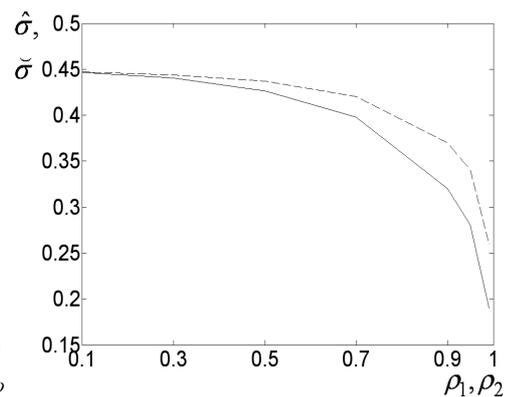


Рис.3.

На рис.2 представлены графики зависимости СКО ошибки оценки $\check{\sigma}$, вычисленные предложенным алгоритмом фильтрации (сплошная линия), а также СКО ошибки оценки $\hat{\epsilon}$, вычисленные одномерным фильтром Калмана (пунктирная линия) в зависимости от значения СКО ошибки измерения σ_v .

На рис.3 показаны аналогичные характеристики в зависимости от значений коэффициентов корреляции случайного поля ρ_1, ρ_2 . С увеличением СКО ошибки измерения σ_v и уменьшением коэффициентов корреляции случайного поля ρ_1, ρ_2 выигрыш в точности фильтрации предложенным алгоритмом увеличивается и достигает 15%-19%.

Выводы

Разработаны нелинейный и линейный алгоритмы объединения результатов одномерной оптимальной фильтрации изображений, в которых не требуется дополнительное решение задачи одношаговой фильтрации. Предложенные алгоритмы по точности вычисляемых оценок занимают промежуточное положение между алгоритмами оптимальной одномерной и двумерной фильтрации изображений. Однако синтез оптимальных двумерных каузальных алгоритмов фильтрации встречает значительные трудности, а предложенный алгоритм (8)-(11) часто позволяет получить приемлемые точностные характеристики.

Литература

1. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А. Соифера. М.: Физматлит, 2003 – 780с.
2. Грузман И.С., Микерин В.И., Спектор А.А. Двухэтапная фильтрация изображений на основе использования ограниченных данных.//Радиотехника и электроника. 1995. вып.5. С.817-822.
3. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991 – 608с.
4. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / Монография. К.: НГУУ «КПИ», 2008. - 232с.
5. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении: Пер. с англ./Под ред. Б.Р.Левина. – М.:Связь, 1976 - 496с.
6. Вишневы С.В., Жук С.Я. Совместная фильтрация и сегментация неоднородных случайных полей с экспоненциально коррелированными текстурами.// Вісник НТУУ "КПІ" Серія – Радіотехніка. Радіоапаратобудування. - 2009. - Вип. 39. С. 47-53.

Вишневы С.В., Жук С.Я. Алгоритм объединения результатов одномерной оптимальной фильтрации при обработке изображений. Синтезирован нелинейный алгоритм объединения результатов одномерной оптимальной фильтрации, который описывает вид апостериорной плотности вероятности отсчетов изображения. Линейный алгоритм объединения получен для модели изображения в виде гауссовского случайного поля.

Ключевые слова: *фильтрация изображения, объединение оценок, случайное поле.*

Вишневы С.В., Жук С.Я. Алгоритм об'єднання результатів одномірної оптимальної фільтрації при обробці зображень. Синтезовано нелінійний алгоритм об'єднання результатів одномірної оптимальної фільтрації, який описує вид апостеріорної густини імовірності відліків зображення. Лінійний алгоритм об'єднання отриманий для моделі зображення у вигляді гаусівського випадкового поля.

Ключові слова: *фільтрація зображення, об'єднання оцінок, випадкове поле*

Vishnevyy S.V., Zhuk S.Ya. Algorithm of uniting of optimal one-dimensional filtering outcomes for image processing. The nonlinear algorithm of uniting of one-dimensional optimal filtering outcomes which describes the form of a posteriori probability density of image pixel is synthesized. Linear algorithm of uniting is obtained for the Gaussian random field image model.

Key words: *image filtering, estimations uniting, a posteriori probability density, random field.*