

1. Gomilko A.M., Gourjii A.A., Katok V.B., Levandovskyy V.G., Shchepkina Y.D.. New types of planar waveguides for an integrated optics // Proceedings of LFNМ'2002 4<sup>th</sup> International Workshop on Laser and Fiber-Optical Network Modeling. – Kharkov. – 2002. – P. 328–330.
2. Гельфанд И.И., Левитан Б.М. Об определении дифференциального оператора по его спектральной функции // Изв. АН СССР, сер. математическая. – 1951. – № 4. – С. 309–316.
3. Case K.M. On wave propagation in inhomogeneous media // J. Math. Phys. – 1972. – V. 13. – № 23. – P. 360-387.
4. Katok V.B., Levandovskyy V.G., Shchepkina Y.D.. Optimization of transmission characteristics of singlemode fibers // Proceedings CAOL'2003. International Conference on Advanced Optoelectronics & Lasers. – Alushta. – 2003. – P. 99 – 101.

*Левандовський В.Г. Метод проектування профілю показника заломлення у хвилеводі круглого поперечного перерізу. Запропоновано метод проектування профілю показника заломлення у хвилеводі круглого поперечного перерізу з використанням математичного апарату Гельфанда-Левітана-Марченко розв'язку зворотної задачі розсіяння нерелятивістської квантової механіки.*

**Ключові слова:** профіль показника заломлення, хвилевід, стала поширення, зворотна задача розсіяння, поле електромагнітної хвилі

*Левандовский В.Г. Метод проектирования профиля показателя преломления в волноводе круглого поперечного сечения. Предложен метод проектирования профиля показателя преломления в волноводе круглого поперечного сечения с использованием математического аппарата Гельфанда-Левитана-Марченко решения обратной задачи рассеяния нерелятивистской квантовой механики.*

**Ключевые слова:** профиль показателя преломления, волновод, постоянная распространения, обратная задача рассеяния, поле электромагнитной волны

*Levandovskyy V.G. Method for engineering of refraction index profile of circular cross-section waveguide. Engineering method for circular cross-section waveguide refraction index profile is proposed. Mathematical apparatus of Gel'fund-Levitan-Martchenko for solving of inverse scattering problem of nonrelativistic quantum mechanic been used.*

**Key words:** refraction index profile, waveguide, propagation constant, inverse scattering problem, field of electromagnetic wave

УДК 681.586.5; 531.768

## АНАЛІТИЧНІ РОЗРАХУНКИ ДИНАМІКИ ВОЛОКОННО-ОПТИЧНОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

*Чубарєв О.А. Дем'яненко П.О.*

В даній роботі проведено аналітичний розрахунок руху волоконно-оптичного акселерометра (ВОА) та вплив зовнішніх дестабілізуючих факторів, таких як удари і вібраційні навантаження. Для опису руху ВОА застосовувались два методи: рівняння Лагранжа-Максвелла [2] та рівняння Ейлера [3].

Динаміка ВОА. Рівняння Лагранжа-Максвелла

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1)$$

де  $L$  - лагранжіан розглянутої нами системи,  $q_i$  – узагальнені координати,  $\dot{q}_i$  – узагальнені швидкості;  $Q_i$  – узагальнені сили, що діють на систему.

Лагранжіан системи  $L$  є різницею кінетичної  $K$  та потенціальної  $\Pi$  енергій:

$$L = K - \Pi \quad (2)$$

Кінетична енергія  $K$  має такі складові:  $K_0$  – кінетична енергія руху корпусу;  $K_\omega$  – кінетична енергія обертового руху корпусу;  $K_C$  – кінетична енергія сферичного маятника;  $K_P$  – складові, обумовлені складним рухом корпусу, та записується таким чином:

$$K = K_0 + K_\omega + K_C + K_P \quad (3)$$

$$K_P = V_0 Q_R + \omega K_R^0 + \frac{ml^2}{2} (\varphi^2 \sin^2 \theta + \theta^2)$$

де  $V_0$  – швидкість руху корпусу,  $\omega$  – кутова швидкість руху корпусу,  $Q_R$  – вектор кількості руху,  $K_R^0$  – момент кількості руху,  $\varphi$  – кутова швидкість маятника.

Потенціальна енергія  $\Pi$  ВОА складається з потенціальної енергії пружності  $\Pi_{\text{п}}$  та потенціальної енергії тяжіння  $\Pi_g$ :

$$\Pi = \Pi_{\text{п}} + \Pi_g \quad (4)$$

Оскільки електромагніти задають траєкторію руху маятника, то ми повинні розглянути реакції зв'язку, що накладені електромагнітами. Рівняння реакцій зв'язку має у нашому випадку такий вигляд [4]:

$$Xdx + Ydy + Zdz - \dot{R} \cdot Rdt = 0; \quad (5)$$

де  $R$  - радіус обертання маятника.

Як вказано у [4], якщо рівняння реакцій зв'язку є таким, що інтегрується, то реакції зв'язку голономні. У нашому випадку реакції зв'язку голономні, а отже робота, яку вони виконують, рівна 0. Звідси маємо, що рівняння Лагранжа II-го роду повністю описують рух системи, а завдання траєкторії руху виконується при запису лагранжіану системи.

Принцип дії ВОА [1] побудований на вимірюванні зміщення положення рівноваги маятника при дії на нього прискорення. Виходячи з цього, нам необхідні рівняння руху, які б описували різницю між рухом системи з прискоренням та рухом системи без прискорення. Тому розглянемо два випадки руху системи: складний рух системи з прискоренням; складний рух системи без прискорення.

У першому і у другому випадках на систему будуть діяти ті ж самі сили за виключення прискорення. Для отримання рівнянь руху, які б описували

зміщення положення рівноваги маятника, нам потрібно записати різницю рівнянь випадку 1) та рівнянь випадку 2).

При складному русі системи з прискоренням після відповідних перетворень отримаємо наступні рівняння, що описують рух системи:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X} + \beta_X \dot{X} + 2\omega_Y \dot{Z} - 2\omega_Z \dot{Y} + \dot{\omega}_Y Z - \dot{\omega}_Z Y + \frac{C_1}{m} X = \\ \quad = \frac{F_X^{\text{ЦБ}}}{m} - g_X - a_X + (V_{0Y}\omega_Z - V_{0Z}\omega_Y) \\ \ddot{Y} + \beta_Y \dot{Y} + 2\omega_Z \dot{X} - 2\omega_X \dot{Z} + \dot{\omega}_Z X - \dot{\omega}_X Z + \frac{C_1}{m} Y = \\ \quad = \frac{F_Y^{\text{ЦБ}}}{m} - g_Y - a_Y + (V_{0Z}\omega_X - V_{0X}\omega_Z) \\ Z = \sqrt{l^2 - X^2 - Y^2} \end{array} \right. \quad (6)$$

У випадку руху системи без прискорення рівняння, що описують її рух, набудуть наступного вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{X}_0 + \beta_X \dot{X}_0 + 2\omega_Y \dot{Z}_0 - 2\omega_Z \dot{Y}_0 + \dot{\omega}_Y Z_0 - \dot{\omega}_Z Y_0 + \frac{C_1}{m} X_0 = \\ \quad = \frac{F_X^{\text{ЦБ}}}{m} - g_x + (V'_{0Y}\omega_Z - V'_{0Z}\omega_Y) \\ \ddot{Y}_0 + \beta_Y \dot{Y}_0 + 2\omega_Z \dot{X}_0 - 2\omega_X \dot{Z}_0 + \dot{\omega}_Z X_0 - \dot{\omega}_X Z_0 + \frac{C_1}{m} Y_0 = \\ \quad = \frac{F_Y^{\text{ЦБ}}}{m} - g_Y + (V'_{0Z}\omega_X - V'_{0X}\omega_Z) \\ Z_0 = \sqrt{l^2 - X_0^2 - Y_0^2} \end{array} \right. \quad (7)$$

Різниця (6) та (7) представляє собою рівняння, що описують рух системи у зміщеннях траєкторії руху маятника (8):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \ddot{x} + \beta_X \Delta \dot{x} + 2\omega_Y \Delta \dot{z} - 2\omega_Z \Delta \dot{y} + \dot{\omega}_Y \Delta z - \dot{\omega}_Z \Delta y + \frac{C_1}{m} \Delta x = \\ \quad = -a_x + ([V_{0Y} - V'_{0Y}]\omega_Z - [V_{0Z} - V'_{0Z}]\omega_Y) \\ \Delta \ddot{y} + \beta_Y \Delta \dot{y} + 2\omega_Z \Delta \dot{x} - 2\omega_X \Delta \dot{z} + \dot{\omega}_Z \Delta x - \dot{\omega}_X \Delta z + \frac{C_1}{m} \Delta y = \\ \quad = -a_Y + ([V_{0Z} - V'_{0Z}]\omega_X - [V_{0X} - V'_{0X}]\omega_Z) \\ \Delta z = \sqrt{l^2 - X_0^2 - Y_0^2} - \sqrt{l^2 - X^2 - Y^2} \end{array} \right. \quad (8)$$

### Динаміка ВОА. Рівняння Ейлера

Для розрахунку приймемо наш ВОА в якості фізичного маятника на рухомій основі.

Щоб визначити його положення рівноваги складемо систему диференціальних рівнянь, що характеризують рух на рухомій основі.

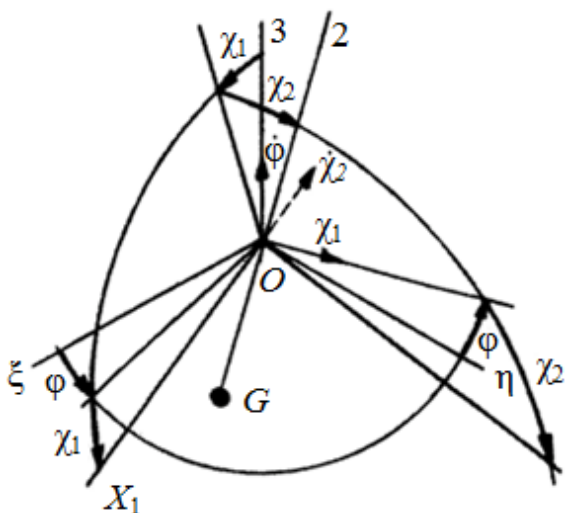


Рис. 1. Кути  $\chi_1$  і  $\chi_2$ , що визначають положення ВОА

В якості системи відліку, відносно якої будемо визначати положення ВОА, виберемо систему осей  $O\xi\eta\zeta$ , (рис. 1); вісь  $O\zeta$  спрямована по радіусі Землі; осі  $O\xi$ , і  $O\eta$  розташовані в площині обрїю і можуть мати різну в ній орієнтацію. Центр системи  $O$  робить довільний рух по земній сфері. Нехай осі  $Ox_1y_1z_1$  зв'язані з основою ВОА; вісь  $Oz_1$  — динамічна вісь симетрії, що передбачається жорстко зв'язаною з валом двигуна ВОА.

Для складання диференціальних рівнянь руху ВОА скористуємося

рівняннями Ейлера, відносячи їх до осей  $Ox_1y_1z_1$ , у розглянутому випадку маємо:

$$\begin{cases} J_x \frac{dp_1}{dt} + (J_z - J_y)q_1r_1 = M_{x_1} \\ J_y \frac{dq_1}{dt} + (J_x - J_z)r_1p_1 = M_{y_1} \\ J_z \frac{dr_1}{dt} + (J_y - J_x)p_1q_1 = M_{z_1} \end{cases} \quad (9)$$

де  $J_x, J_y, J_z$  — моменти інерції відносно осей  $Ox_1, Oy_1, Oz_1$ ;  $p_1, q_1, r_1$  — проекції на вісі  $Ox_1y_1z_1$  абсолютної кутової швидкості цих осей;  $M_{x_1}, M_{y_1}, M_{z_1}$  — проекції на ті ж вісі вектора  $\bar{M}$  моменту усіх зовнішніх сил, прикладених до маятника, включаючи і сили інерції від переносного руху осей  $O\xi\eta\zeta$ .

Визначимо  $p_1, q_1, r_1$ . При цьому варто врахувати відносні кутові швидкості  $\chi_1$  і  $\chi_2$  осей  $Ox_1y_1z_1$  по відношенню до  $O\xi\eta\zeta$ , а також переносну кутову швидкість  $\bar{\omega}$  осей  $O\xi\eta\zeta$  по відношенню до інерційного простору, обумовлену обертанням Землі і власним рухом об'єкта відносно Землі.

Для  $p_1, q_1, r_1$  у випадку малих  $\chi_1$  і  $\chi_2$  будемо мати:

$$\begin{cases} p_1 = -\dot{\chi}_2 + u_\xi - u_\zeta \chi_1 \\ q_1 = \dot{\chi}_1 + u_\eta - u_\zeta \chi_2 \\ r_1 = u_\xi \chi_2 + u_\eta \chi_1 + u_\zeta \end{cases} \quad (10)$$

де  $u_\xi, u_\eta, u_\zeta$  – проекції переносної кутової швидкості осей  $O\xi\eta\zeta$  на ці самі вісі.

Перейдемо до визначення моменту  $\bar{M}$ . У розглянутому випадку момент  $\bar{M}$  можна представити у вигляді:

$$\bar{M} = \bar{M}_g + \bar{M}_\omega \quad (11)$$

де  $\bar{M}_g$  – момент сили тяжіння;  $\bar{M}_\omega$  – момент сил інерції внаслідок прискорень тригранника  $O\xi\eta\zeta$ .

Проектуючи (11) на осі  $O\xi\eta\zeta$  і враховуючи, що з віссю  $z$  зв'язаний двигун ВОА на вал якого діють моменти двигуна отримаємо:

$$\begin{cases} M_{x_1} = ml \cdot [-W_\eta + (W_\zeta + g_0)\chi_2] \\ M_{y_1} = -ml \cdot [-W_\xi + (W_\zeta + g_0)\chi_1] \\ M_z = M_{дв} \end{cases} \quad (12)$$

Крім отриманих раніше формул корисно буде привести ще один вид залежностей для  $W_\xi, W_\eta, W_\zeta$ . Обмежимося при цьому найбільш простим випадком, коли об'єкт рухається по земній сфері; у цьому випадку вертикальна складова швидкості  $v_\zeta = 0$ .

При  $v_\zeta = 0, \dot{v}_\zeta = 0$  маємо:

$$\begin{cases} W_\xi = \dot{v}_\zeta = a_x \cos \varphi \\ W_\eta = \dot{v}_\eta = a_y \cos \varphi \\ W_\zeta = a_z \end{cases} \quad (13)$$

де  $a_x, a_y, a_z$  – прискорення об'єкта по відповідним осям.

Підставляючи (13) в (12) находимо:

$$\begin{cases} M_{x_1} = ml \cdot [-a_y \cos \varphi + (W_\zeta + g_0)\chi_2] \\ M_{y_1} = -ml \cdot [-a_x \cos \varphi + (W_\zeta + g_0)\chi_1] \\ M_z = M_{дв} \end{cases} \quad (14)$$

Для одержання диференціальних рівнянь руху маятника на рухомій основі підставимо (10) і (14) у перші два рівняння системи (9); зневажаючи членами, що містять добутки малих кутів  $\chi_1$  і  $\chi_2$  матимемо:

$$\begin{cases} J_x \left[ \ddot{\chi}_2 + \frac{d}{dt}(u_\zeta \chi_1) \right] - (J_z - J_y) [u_\zeta \chi_1 + u_\xi u_\eta \chi_1 + (u_\eta^2 - u_\zeta^2) \chi_2] + \\ \quad + ml \cdot (W_\zeta + g_0) \chi_2 + b \dot{\chi}_2 = J_x \dot{u}_\xi + (J_z - J_y) u_\eta u_\zeta + m l a_y \cos \varphi \\ J_y \left[ \ddot{\chi}_1 + \frac{d}{dt}(u_\zeta \chi_2) \right] + (J_x - J_z) [-u_\zeta \dot{\chi}_2 + u_\xi u_\eta \chi_2 + (u_\xi^2 - u_\zeta^2) \chi_1] + \\ \quad + ml \cdot (W_\zeta + g_0) \chi_1 + b \dot{\chi}_1 = -J_y \dot{u}_\eta - (J_x - J_z) u_\xi u_\zeta + m l a_x \cos \varphi \\ J_{дв} \dot{\omega} = M_{дв} \end{cases} \quad (15)$$

де  $J_{дв}\dot{\omega} = M_{дв}$  – рівняння двигуна ВОА,  $\omega = \sqrt{3g/2l \cos \theta} = \sqrt{3g/2l \cos \chi_1 \cos \chi_2}$ .

При цьому повинна виконуватися нерівність  $\omega = \sqrt{3g/2l}$  - умова відхилення волокна від вертикальної осі.

Результати моделювання руху ВОА, за виведеними рівняннями у лінійних та кутових координатах показали правильність цих двох математичних моделей ВОА.

Таким чином, можливо побудувати реальний ЦВОА, параметри та характеристики якого дозволяють йому конкурувати з вимірювачами прискорень інших типів, які сьогодні на ринку.

#### Література

1. Демьяненко П.А., Зиньковский Ю.Ф., Прокофьев М.И. Прецизионный цифровой акселерометр с волоконно-оптическим датчиком. // Радиоэлектроника. Известия высш. учеб. заведений. – 1997. – Т. 40. – № 1. – С. 39-47.
2. Левитский Н.И. Колебания в механизмах. Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1988. – 336 с.
3. Ривкин С.С. Теория гироскопических устройств. Ч. 1-2. – Л.: Судостроение. – 1962-1964. – 142 с.
4. Парс Л. Аналитическая динамика. Пер с англ. К. А. Лурье. – М.: Наука. – 1971. – 635 с.

*Чубарев О.А. Аналітичні розрахунки динаміки волоконно-оптичного акселерометра. Проведено аналітичний розрахунок руху волоконно-оптичного акселерометра та вплив зовнішніх дестабілізуючих факторів, таких як удари і вібраційні навантаження.*

**Ключові слова:** Акселерометр, динаміка ВОА, удари і вібраційні навантаження

*Чубарев О.А. Аналитический расчет динамики волоконно-оптического акселерометра. Проведен аналитический расчет движения волоконно-оптического акселерометра и влияние внешних дестабилизирующих факторов, таких как удары и вибрационные нагрузки.*

**Ключевые слова:** Акселерометр, динамика ВОА, удары и вибрационные нагрузки

*Chubarev O.A. Analytical calculation of motion fiber optic accelerometer. An analytical calculation of motion fiber optic accelerometer and impact of external destabilizing factors, such as impacts and vibration loads.*

**Key words:** Accelerometer, FOA motion, impacts and vibration loads,

УДК 621.317

## МЕТОДИКА ПОБУДОВИ ТА АНАЛІЗУ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПЕРЕТВОРЮВАЧА НАПРУГИ

*Зиньковський Ю.Ф., Смолянінов В.Г., Біденко В.А.*

Безвідмовність та ефективність функціонування РЕЗ в значній мірі залежить від ефективного перетворення, передачі та розподілення електроенергії, яке забезпечують перетворювачі напруги, що входять до складу РЕЗ.