УДК 621.372.061

АНАЛИЗ РАЗЛИЧИЯ И ПОДОБИЯ СИГНАЛОВ В БАЗИСЕ СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ ИХ КОВАРИАЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ.

Андриенко О.И.

Предложен критерий оценивания различия сигналов на базе ортогональних разложений тестового сигнала.

Вступление. Постановка задачи

Анализ подобия и различия информативных сигналов имеет большое значение при решении задач диагностики состояния системы (биологической, технической и т.д.) [1,2]. Такую задачу часто решают в метрических системах [3] при помощи функций метрического подобия, для создания которых должны выполняться условия

$$\Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_j\right)\geq 0;\quad \Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_j\right)=\Pi\left(\overline{X}_j,\overline{X}_i\right);\quad \Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_j\right)\leq \Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_k\right)+\Pi\left(\overline{X}_k,\overline{X}_j\right),$$

а $\Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_i\right)=\max_{ij}\Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_j\right)$ в случае оценки подобия и

$$\Pi\left(\overline{X}_i,\overline{X}_i\right)=0 \qquad (1)$$

в случае оценки различия, $\overline{X}_k$ – вектор значений отсчетов сигналов.

Анализ различия и подобия сигналов

Предлагается критерий оценивания различия сигналов на базе ортогональних разложений тестового сигнала для реализации условия (1). В качестве иллюстрации предлагаемой процедуры оценки отличий двух сигналов (эталонного и исследуемого), рассмотрим пульсограммы $X_{эт.}(t)$ и $X_{иссл.}(t)$ - рис.1а и 1б, соответственно. Для эталонной пульсограммы (рис. 1а) была вычислена ковариационная матрица как математическое ожидание призведений векторов отсчетов на периодах эталона:

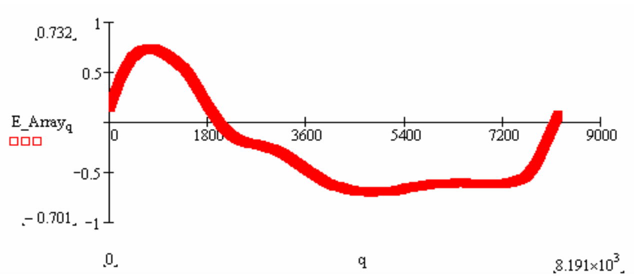

Рис. 1а. Эталонная пульсограмма

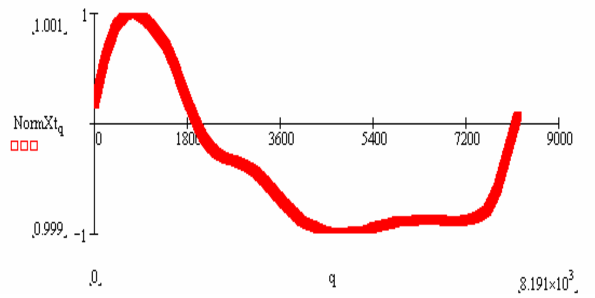

Рис. 1б. Вид пульсограммы после курения

$$\overline{\overline{Cov}}=M\left\{\overline{X}_{эт}^{(k)}\overline{X}_{эт}^{(t)}\right\}\approx\frac{1}{K}\sum_{k^{-1}}^{K}\overline{X}_{эт}\overline{X}_{эт}^{t} \qquad (2)$$

где $\overline{X}_{эт}=\left[X_1^{(k)},\ldots,X_N^{(k)}\right]^t$; t–транспонирование, k–номер периода; K–количество периодов, участвующих в оценке ковариационной матрицы; N–число отсчетов на период. Вычислив диапазоны отсчетов $D_{X_{эт_i}} = M\left\{(x_i - m_i)^2\right\}$, можно по диагональным элементам коварицонной матрицы восстановить средние значения отсчетов, поскольку каждый *i*–й диагональный элемент матрицы (2) имеет вид $Cov_{i_m} = m_{i_{эт}}^2 + D_{эт_i}$.

Коварицонная матрица является положительно полуопределенной [4], т.е. ее собственные значения λ_i - решения уравнения для определителя

$$\left| \overline{\overline{Cov}} - \lambda \overline{\overline{E}} \right\|_{\lambda = \lambda_i} = 0\,, \tag{3}$$

являются неотрицательными числами (здесь $\overline{\overline{E}}$ - единичная матрица). Тогда ковариационная матрица может быть разложена по собственным значениям λ; и собственным векторам $\overline{\pi_i}$ в виде

$$\overline{\overline{Cov}} = \overline{\overline{\Pi \lambda \Pi}}^{t}\,, \tag{4}$$

где $\overline{\overline{\Pi}}^{t}$ –матрица собственных векторов, т.е. её *i*–я строка которой есть вектор π_i ; $\overline{\overline{\lambda}}$ –диоганальная матрица собственных значений , а собственный вектор π_i есть решение матричного уравнения

$$\left[\overline{\overline{Cov}} - \lambda_i \overline{\overline{E}}\right]\overline{\pi_i} = \overline{0}\,, \tag{5}$$

где $\overline{0}$–столбец нулей. Уравнение (4) может быть представлено в более удобной для обработки сигнала форме

$$\overline{\overline{Cov}} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \overline{\pi_i}\,\overline{\pi_i}^{t}\,, \tag{6}$$

откуда следует, что квадратными матрицами $\overline{\pi_i} \cdot \overline{\pi_i}^{t}$ можно пренебречь, если λ_i мало, т.е. сумму в (5) ограничить числом $M << N$. После такого ограничения матрица $\overline{\overline{\lambda}}_{эт}$ в (4) будет иметь порядок *M*, а матрицы $\overline{\overline{\Pi}}_{эт}$ и $\overline{\overline{\Pi}}^{t}_{эт}$ размерности $N \times M$ и $M \times N$ соответственно.

Для сравниваемого с эталоном сигнала $\overline{X}_{ср}$ построим ковариационную матрицу $\overline{\overline{Cov}}_{ср}$, учитывая, что из (4) следует $\overline{\overline{\Pi}}^{t}_{эт} \overline{\overline{Cov}}_{эт} \overline{\overline{\Pi}}_{эт} = \overline{\overline{\lambda}}_{эт}$, поскольку $\overline{\overline{\Pi}}^{t}\, \overline{\overline{\Pi}} = \overline{\overline{\Pi \Pi}}^{t} = \overline{\overline{E}}$. Тогда для ковариационной матрицы сравниваемого с эталоном сигнала $\overline{\overline{\Pi}}^{t}_{эт} \overline{\overline{Cov}}_{ср} \overline{\overline{\Pi}}_{эт} = \overline{\overline{\lambda}}_{ср}$, где $\overline{\overline{\lambda}}_{ср}$ уже не является диагональной матрицей и для нее разложение, подобное (6), имеет вид $\overline{\overline{Cov}}_{ср} = \overline{\overline{\Pi}}_{эт} \overline{\overline{\lambda}}_{ср} \overline{\overline{\Pi}}^{t}_{эт} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i_{ср}} \overline{\pi}_{i_{эт}} \overline{\pi}_{i_{эт}}^{t} + \sum_{i \neq j}^{N} \sum_{i \neq j}^{N} \lambda_{ij_{ср}} \overline{\pi}_{i_{эт}} \overline{\pi}_{j_{эт}}^{t}$, где $\lambda_{ij\text{ср}}$ – недиагональные элементы, которые появились вследствие отличий сигналов $\overline{X}_{эт}$ и $\overline{X}_{ср}$. Т.е., поскольку элементы собственных векторов велики, но меньше единицы вследствие нормирования модулем соответствующего собственного вектора, степень отклонения матрицы $\overline{\overline{Cov}}_{cp}$ и $\overline{\overline{Cov}}_{эт}$ (как и степень различия самих исследуемых сигналов) будут определятся величинами λ_i и λ_{ij}.

Пусть, например, с достаточной точностью эталонный сигнал определяется только одним значением λ_N (обычное явление для усредненных пульсограмм). Тогда мерой различия двух сигналов может служить “собственный” коэффициент $K_\lambda = \dfrac{\sqrt{\sum\limits_{i \neq N} \lambda^2_{i_{cp}} + \sum\limits_i \sum\limits_j \lambda^2_{ij_{cp}}}}{\lambda_{N_{cp}}}$. При наличии в эталонном сигнале m существенных отличных от нуля собственных значений $\lambda_{Nэт.}$, аналогичной оценкой может служить $K_\lambda = \dfrac{\sqrt{\sum\limits_{i \neq N} \lambda^2_{i_{cp}} + \sum\limits_i \sum\limits_j \lambda^2_{ij_{cp}}}}{\sqrt{\lambda^2_{N1_{cp}} + \ldots + \lambda^2_{Nm_{cp}}}}$.

Выводы

Для эталонного сигнала (рис. 1а) $K_\lambda = 0$, тогда как для исследуемого сигнала (рис. 1б) $K_\lambda = 0{,}552551$, т.е. K_λ существенно отличаются. Это позволяет сделать вывод, что предложеный критерий можно использовать в качестве меры различия эталонного и обрабатываемого сигналов.

Литература

1. Рыбин А.И. Нормализация дискретных ортогональных преобразований тестовым сигналом//Радиоэлектроника.- 1999. №7. с.39-46. (Изв. высш. учебн. заведений).
2. Рибін О.І., Шарпан О.Б. Діагностичні можливості процедури нормалізації ортогональних функцій при аналізі пульсограм // Вісник ЖДКТУ. Технічні науки. – 2004. – т.1 - №4.- с.144-149.
3. Абакумов В.Г., Рибін О.І., Сватош Й. Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг. – К: Нораприінт, 2001. – 516с.

Андрієнко О.И. **Аналіз різниці і подібності сигналів в базисі власних векторів їх коваріаційних функцій** Запропоновано критерій оцінювання різниці сигналів на базі ортогональних розкладень тестового сигналу.	Andrienko O.I. **The analysis of distinction and similarity of signals in basis of own vectors them of covariation functions.** Criterion estimate distinctions of signals on base ortigonahional decomposition of a test signal is offered.