

УДК 621.321.853

ДИСПЕРСІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ І РОЗПОДІЛ ПОЛІВ  
В ПРЯМОКУТНОМУ ХВИЛЕВОДІ З ПОГЛИНАЮЧИМИ ВСТАВКАМИ  
НА ВИЩИХ ТИПАХ ХВИЛЬ

Найденко В. І., Долженко Д. С., Сушко О. Ю.

*Розглядається задача обчислення характеристик резонатора з вищими типами коливань для підвищення потужності багатопроменевих приладів. Знайдені поля з поглинаючими вставками на вищих типах коливань.*

**Вступ**

Багато застосувань мікрохвильової енергії потребують збільшення потужності. Для збільшення потужності приладів, як видно з формули для потужності  $P=U \cdot I$ , потрібно збільшувати або напругу, або силу струму, або і те і те. Збільшення напруги не бажано внаслідок декількох факторів, основними з яких є збільшення маси і габаритів як приладів, так і джерел живлення. Збільшення струму можливе шляхом збільшення густини струму, або числа променів в резонаторі. Можливості збільшення густини струму обмежені з одного боку можливостями сучасних катодів, з іншого боку зростанням сил Кулона. Збільшення числа променів обмежується силами Кулона і поперечними розмірами резонатора, які, як правило, приблизно дорівнюють половині довжини хвилі. Для подолання цих обмежень пропонується використовувати надрозмірний резонатор – резонатор на вищому типі коливань. Це дає можливість рознести промені в просторі, а значить, зменшити сили Кулона і досягти потрібної потужності збільшенням числа променів.

В звичайному резонаторі можуть збуджуватися не тільки робочий вид коливань, а й вищі типи. В резонаторі з вищим типом коливань можуть збуджуватися також нижчі типи коливань. Тому основна задача полягає у виділенні одного типу коливань в надрозмірному резонаторі та погашення всіх інших, наприклад, за допомогою введення поглинаючих вставок з певними розмірами і параметрами поглинання.

Зміст ідеї можна розглянути на простому прикладі, коли потрібно виділити коливання типу  $E_{220}$  в резонаторі з поздовжнім розміром, меншим половини довжини хвилі. Для погашення нижчих не робочих коливань типу  $E_{110}$ ,  $E_{120}$ ,  $E_{210}$  поглинаючі вставки потрібно розмістити так, як показано на рис. 1, тобто в максимумах поздовжнього електричного поля коливань типу  $E_{110}$ ,  $E_{120}$ ,  $E_{210}$ . Це забезпечить максимальне поглинання цих типів коливань. Для робочого типу коливань вставки будуть розміщені в мінімумі електричного поля і, отже, будуть мінімально впливати на його добротність. Розміщені

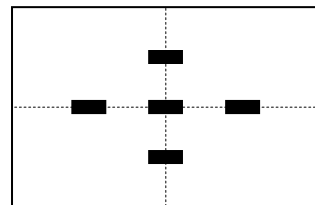


Рис. 1. Надрозмірний резонатор зі вставками

таким способом поглинаючі вставки будуть впливати також на добротність вищих типів коливань, наприклад  $E_{130}$ ,  $E_{310}$ ,  $E_{230}$ ,  $E_{320}$  тощо. Але, оскільки для цих типів коливань поглинаючі вставки розташовані не в максимумах електричного поля, поглинання буде меншим.

Як видно з рис. 1, геометрія резонатора з поглинаючими вставками складна. Один із способів аналізу полягає в розбитті його на часткові області I, II, III і т. д., як показано на рис. 2. В результаті з'являються області, які можна трактувати як відрізки хвилеводів з поглинаючими вставками. Знаючи власні хвилі в таких хвилеводах, зшиваючи поля в сусідніх областях і накладаючи граничні умови на лівій і правій границях резонатора, можна отримати рівняння резонансних частот і розрахувати поля в резонаторі. Оскільки уздовж поперечних розмірів має вкладатися мінімум декілька півхвиль, то необхідно розглядати вищі типи хвиль в кожній області.

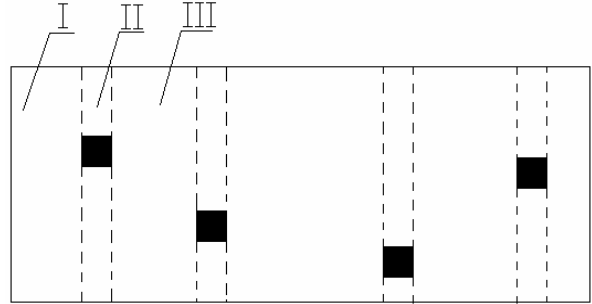


Рис. 2. Поділ резонатора з поглинаючими вставками на області

Отже задача зводиться до визначення резонансної частоти і добротності кожного типу коливань. Параметри поглинаючих вставок потрібно підібрати такими, щоб забезпечити максимальну добротність робочого типу і мінімальну для всіх інших.

### Теоретичні дослідження

Перейдемо до аналізу власних хвиль у прямокутному хвилеводі з поглинаючими вставками. Розглянемо найпростіший випадок – тришарового хвилеводу. Поперечний перетин хвилеводу, який розглядається, показано на рис. 3. Область  $0 < x < b$ ,  $0 < y < l_1$  позначимо як область 1, область  $0 < x < b$ ,  $l_1 < y < l_2$  – як область 2, область  $0 < x < b$ ,  $l_2 < y < l_3$  – як область 3.

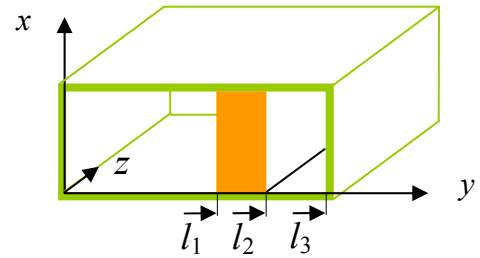


Рис. 3 – Тришаровий хвилевод

Для представлення полів в трьох областях задамо електричний векторний потенціал у вигляді:  $\vec{A}_{1,2,3} = \vec{e}_y A_{y1,2,3}$ , де

$$A_{y1} = B_1 \sin(k_{y1}y) e^{-ik_z z} \quad (1)$$

$$A_{y2} = (B_2 \cos(k_{y1}y) + C_2 \sin(k_{y1}y)) e^{-ik_z z} \quad (2)$$

$$A_{y3} = B_3 \sin(k_{y3}(l_3 - y)) e^{-ik_z z} \quad (3)$$

Між  $k_{y1}$ ,  $k_{y2}$ ,  $k_{y3}$ ,  $k_z$  та  $k$  існують співвідношення, які впливають з хвильового рівняння:

$$-k_{y1}^2 - k_z^2 + k_1^2 = 0, \quad -k_{y2}^2 - k_z^2 + k_2^2 = 0, \quad -k_{y3}^2 - k_z^2 + k_3^2 = 0, \quad (4)$$

де  $k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$ ,  $k_2 = k_0 \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ ,  $k_3 = k_0 \sqrt{\epsilon_3 \mu_3}$ ,  $k_0 = \omega/c$ ,  $c$  – електродинамічна константа,  $\epsilon_{1,2,3}$ ,  $\mu_{1,2,3}$  – відносні діелектрична і магнітна проникності відповідних областей.

Представлення (1)–(3) стосуються типів коливань, які не мають варіацій уздовж осі  $x$ , тобто  $\frac{\partial}{\partial x} = 0$ . Саме ці типи коливань цікаві з точки зору їх взаємодії з електронними потоками. Приймаючи визначення векторного потенціалу  $\vec{E} = -\text{rot}\vec{A}$ , та використовуючи рівняння Максвелла  $\text{rot}\vec{E} = -i\omega\mu\vec{H}$ , знаходимо в загальному вигляді компоненти електромагнітного поля в хвилеводі, що визначаються потенціалом  $\vec{A}_{1,2,3}$ :

$$E_x = \frac{\partial A_y}{\partial z}, H_x = -i \frac{1}{\omega\mu} \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial y}, E_y = 0, H_y = i \frac{1}{\omega\mu} \left( \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \right), E_z = -\frac{\partial A_y}{\partial x}, H_z = -i \frac{1}{\omega\mu} \frac{\partial^2 A_y}{\partial y \partial z}. \quad (5)$$

Для вибраних типів коливань компоненти  $H_x$  і  $E_z$  дорівнюють нулю тожто. Запишемо вирази для тангенціальних до границі поділу полів в областях 1, 2, 3:

$$E_{x1} = \frac{\partial A_1}{\partial z} = -ik_z B_1 \sin(k_{y1} y) e^{-ik_z z}, \quad (6)$$

$$H_{z1} = -i \frac{1}{\omega\mu_0\mu_1} \frac{\partial^2 A_1}{\partial y \partial z} = -\frac{k_z k_{y1}}{\omega\mu_0\mu_1} B_1 \cos(k_{y1} y) e^{-ik_z z}, \quad (7)$$

$$E_{x2} = \frac{\partial A_2}{\partial z} = -ik_z (B_2 \cos(k_{y2} y) + C_2 \sin(k_{y2} y)) e^{-ik_z z}, \quad (8)$$

$$H_{z2} = -i \frac{1}{\omega\mu_0\mu_2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial y \partial z} = -\frac{k_z}{\omega\mu_0\mu_2} (-B_2 \sin(k_{y2} y) + C_2 \cos(k_{y2} y)) e^{-ik_z z}, \quad (9)$$

$$E_{x3} = \frac{\partial A_y}{\partial z} = -ik_z B_3 \sin(k_{y3} (l_3 - y)) e^{-ik_z z}, \quad (10)$$

$$H_{z3} = -i \frac{1}{\omega\mu_0\mu_3} \frac{\partial^2 A_y}{\partial y \partial z} = \frac{k_z k_{y3}}{\omega\mu_0\mu_3} B_3 \cos(k_{y3} (l_3 - y)) e^{-ik_z z}. \quad (11)$$

Поля в областях 1 і 3 задовольняють граничним умовам на стінках  $y=0$ ,  $y=l_3$ . Остання вважається ідеально провідною, тобто електричною стінкою. Якщо ця границя є магнітною стінкою, то

$$A_{y3} = B_3 \cos(k_{y3} (l_3 - y)) e^{-ik_z z} \quad (12)$$

$$E_{x3} = \frac{\partial A_y}{\partial z} = -ik_z B_3 \cos(k_{y3} (l_3 - y)) e^{-ik_z z}, \quad (13)$$

$$H_{z3} = -i \frac{1}{\omega\mu_0\mu_3} \frac{\partial^2 A_y}{\partial y \partial z} = -\frac{k_z k_{y3}}{\omega\mu_0\mu_3} B_3 \sin(k_{y3} (l_3 - y)) e^{-ik_z z}. \quad (14)$$

Введення магнітної стінки дозволяє розглядати властивості полів в структурі з вдвічі більшим числом шарів з симетричним відносно середини хвилевода їх розташуванням. Накладемо граничні умови:

$$\text{при } y=l_1: E_{x1}=E_{x2}, H_{z1}=H_{z2}, \text{ при } y=l_2: E_{x2}=E_{x3}, H_{z2}=H_{z3}.$$

В результаті виконання граничних умов і несуттєвого скорочення, отримуємо систему чотирьох однорідних лінійних алгебраїчних рівнянь відносно  $B_1, B_2, B_3$  та  $C_2$ :

$$B_1 \sin(k_{y1}l_1) = B_2 \cos(k_{y2}l_1) + C_2 \sin(k_{y2}l_1), \quad (15)$$

$$B_1 \frac{k_{y1}}{\mu_1} \cos(k_{y1}l_1) = \frac{k_{y2}}{\mu_2} (-B_2 \sin(k_{y2}l_1) + C_2 \cos(k_{y2}l_1)), \quad (16)$$

$$B_2 \cos(k_{y2}l_2) + C_2 \sin(k_{y2}l_2) = B_3 \sin(k_{y3}(l_3 - l_2)), \quad (17)$$

$$B_1 \frac{k_{y1}}{\mu_1} \cos(k_{y1}l_1) = \frac{k_{y2}}{\mu_2} (-B_2 \sin(k_{y2}l_2) + C_2 \cos(k_{y2}l_2)) = -B_3 \frac{k_{y3}}{\mu_3} \cos(k_{y3}(l_3 - l_2)). \quad (18)$$

Для магнітної стінки в площині  $y=l_3$  праві частини (17) і (18) мають бути замінені на  $\cos(k_{y3}(l_3 - l_2))$  і  $\frac{k_{y3}}{\mu_3} \sin(k_{y3}(l_3 - l_2))$ , відповідно. Умовою нетривіального рішення цієї системи є рівність нулю її визначника, що призводить до дисперсійного рівняння, яке для електричної стінки в площині  $y= l_3$ :

$$\begin{vmatrix} \sin(k_{y1}l_1) & -\cos(k_{y2}l_1) & -\sin(k_{y2}l_1) & 0 \\ \frac{k_{y1}}{\mu_1} \cos(k_{y1}l_1) & \frac{k_{y2}}{\mu_2} \sin(k_{y2}l_1) & -\frac{k_{y2}}{\mu_2} \cos(k_{y2}l_1) & 0 \\ 0 & \cos(k_{y2}l_2) & \sin(k_{y2}l_2) & -\sin(k_{y3}(l_3 - l_2)) \\ 0 & -\frac{k_{y2}}{\mu_2} \sin(k_{y2}l_2) & \frac{k_{y2}}{\mu_2} \cos(k_{y2}l_2) & \frac{k_{y3}}{\mu_3} \cos(k_{y3}(l_3 - l_2)) \end{vmatrix} = 0. \quad (19)$$

Для магнітної стінки в площині  $y=l_3$  два ненульових елемента в останньому стовпчику визначника справа мають бути замінені на  $-\cos(k_{y3}(l_3 - l_2))$  і  $-\frac{k_{y3}}{\mu_3} \sin(k_{y3}(l_3 - l_2))$ , відповідно.

Задача поширення хвиль в частково заповнених хвилеводах розглядалася в [1]. Вибраний підхід дає можливість окремо розглядати парні і непарні відносно середини багатомодового хвилевода хвилі, в той час як в [1] їх необхідно відокремлювати спеціальним алгоритмом, що є непростотою задачею для вищих типів хвиль.

Рівняння (19) разом з (4) дають можливість розрахувати дисперсійні властивості хвиль в частково заповненому хвилеводі, поля і всі інші характеристики. Для визначення полів необхідно виразити амплітуди полів в областях через поля в одній області (наприклад в першій):

$$B_2 = B_1 \frac{1}{u} \sin(k_{y1}l_1) [u \cos(k_{y2}l_1) - \sin(k_{y2}l_1)], \quad (20)$$

$$C_2 = B_1 \frac{1}{u} \sin(k_{y1}l_1) [\cos(k_{y2}l_1) + u \sin(k_{y2}l_1)], \quad (21)$$

$$B_3 = B_1 \frac{1}{u} \frac{\sin(k_{y1}l_1)}{\sin(k_{y3}(l_3 - l_2))} [u \cos(k_{y2}(l_2 - l_1)) - \sin(k_{y2}(l_2 - l_1))]. \quad (22)$$

Для магнітної стінки в площині  $y=l_3$  змінюється вираз для  $B_3$ :

$$B_3 = B_1 \frac{1}{u} \frac{\sin(k_{y1}l_1)}{\cos(k_{y3}(l_3 - l_2))} [u \cos(k_{y2}(l_2 - l_1)) - \sin(k_{y2}(l_2 - l_1))]. \quad (23)$$

Системи рівнянь (4), (19), (6)–(11), (20)–(23) повністю розв’язують задачу: з сумісного рішення (4), (19) при заданій частоті знаходимо позовжне хвильове число. Далі за формулами (20)–(23) знаходмо амплітуди  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  та  $C_2$ , покладаючи  $B_1$ , наприклад, нулю. Маючи цю інформацію за формулами (6)–(11) знаходимо поля в кожній області.

### Результати розрахунків

Розрахунки проведено для  $\varepsilon_1=\mu_1=\mu_2=1$ ,  $\varepsilon_2=2$ . На рис. 4 наведена залежність  $k_{y2}b$  від  $kl_3$ , позначеного на рис.4 як  $kL$ . Діелектрична вставка розташована від 0.3 до 0.8 ширини хвилевода. Для рішення задачі) використали середовище *Mathcad*. Розподіл  $E_x$  компоненти електричного поля як функція координати  $y$  для основного типу хвилі в частково заповненому хвилеводі наведено на рис. 5.  $E_x$  компонента електричного поля є наперервною функцією координати  $y$ , як і має бути при правильному розв’язанні граничної задачі. Під вставкою поле більш однорідне, ніж при її відсутності.

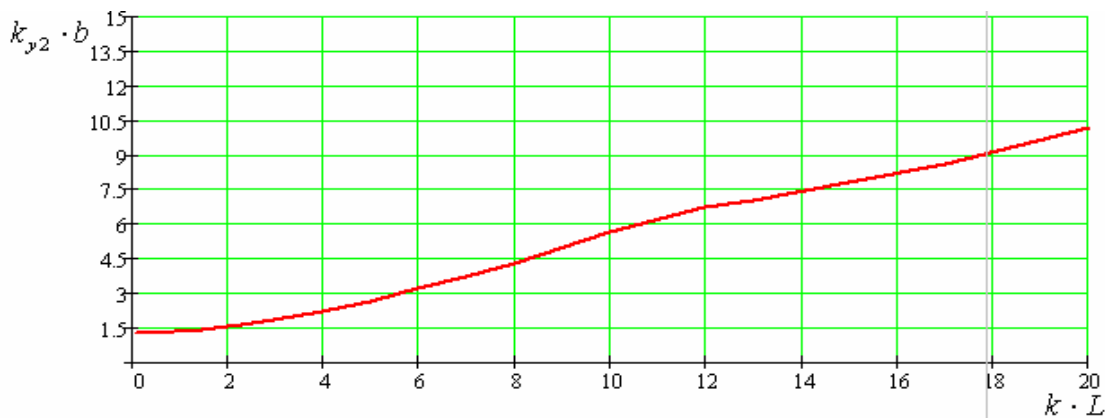


Рис. 4

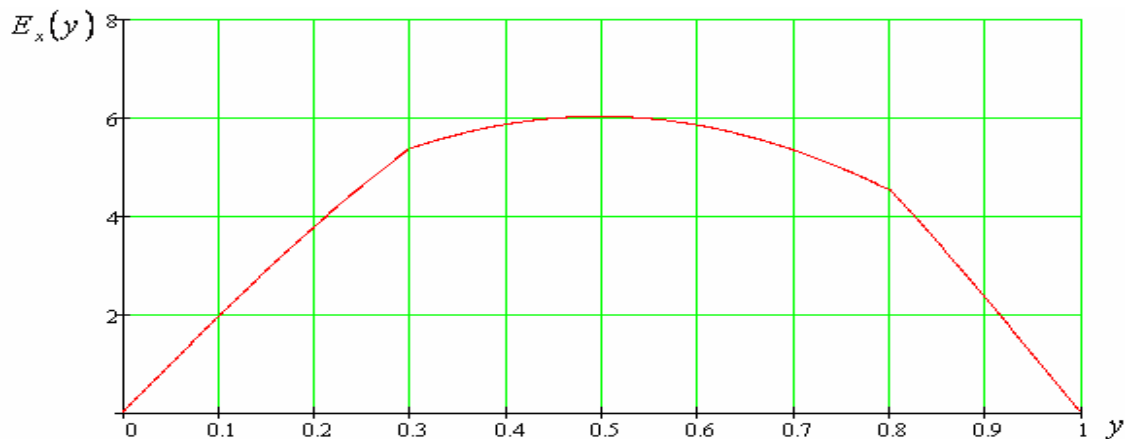


Рис. 5

Розподіл  $E_x$  компоненти електричного поля як функція координати  $y$  для четвертого типу хвилі (за номером кореня дисперсійного рівняння) в

частково заповненому хвилеводі наведено на рис. 6.  $E_x$  компонента електричного поля під вставкою має меншу величину.

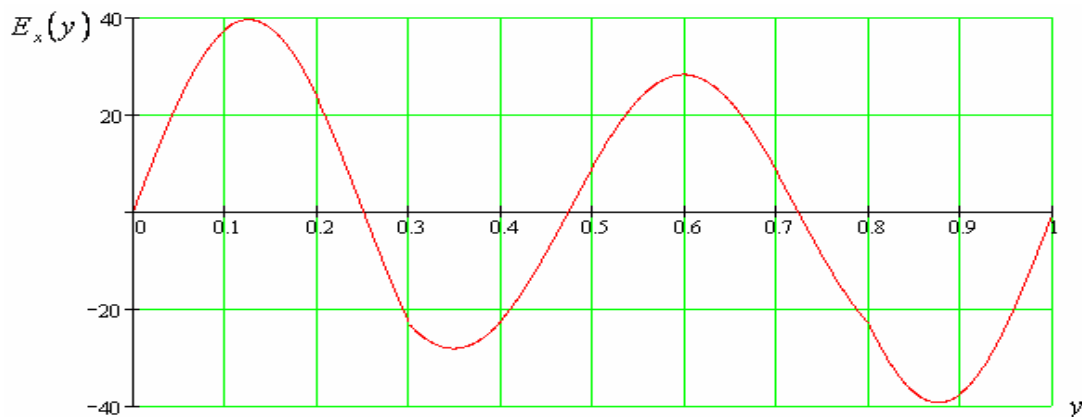


Рис. 6

### Висновки

В роботі розглянуто хвилевод з несиметричним розміщенням вставки, знайдено поля, розраховано хвильові числа для основного та вищих типів хвиль в хвилеводі, що утворюється при розбитті резонатора на допоміжні області.

### Література

1. Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы.//М.: Сов.радио. 1967. 215 с.

<p>Найденко В.И., Долженко Д.С., Сушко О.Ю. <b>Дисперсионные характеристики и распределение полей в прямоугольном волноводе с поглощающими вставками на высших типах волн</b> Рассмотрена задача вычисления характеристик резонатора с высшими типами колебаний для повышения мощности многолучевых приборов.</p>	<p>Najdenko V.I., Dolgenko D.S., Sushko O. Yu. <b>The dispersion characteristic and distribution of fields in rectangular waveguide with absorbing inserts on the high types waves</b> The task of calculation of the characteristics the resonator with the high types waves for increase of power of the multi-ray devices is regarded.</p>
---	---