Література

1. Б. Скляр Цифровая связь. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2004.
2. Б. А. Локшин Цифровое вещание: от студии к телезрителю. М.:"Сайрус системс", 2001.
3. Горяинов В. Т., Журавлев А. Г., Тихонов В. И. Статистическая радиотехника: Примеры и задачи. – М.: Сов. радио. 1980. 544с.

Тертычный Г.Н., Макаренко А.С.	Tertychny G.M., Makarenko A.S.
Повышение чувствительности и помехоустойчивости систем цифровой связи	**Enhancement of sensitivity and noise immunity of digital communication systems**
Рассмотрены способ повышения чувствительности и помехоустойчивости систем цифровой связи, а также устройство для его реализации. Приведены описание, результаты моделирования и эксперимента.	Enhancement of sensitivity and noise immunity of digital communication systems with achievement device are considered. Description, modeling and experiment results are reduced.

УДК 621.396.218

ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ СПІЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЯСКРАВОСТІ Й ЗСУВУ ДВОХ ЗОБРАЖЕНЬ

Мачнев А.М., Жук С.Я.

Синтезовано оптимальний алгоритм спільного оцінювання яскравості й зсуву двох зображень при наявності похибок позиціювання. На основі байєсівського критерію отримані вирішальні правила для оцінювання безперервного компонента - яскравості зображення й оцінки дискретних зсувів одного зображення щодо іншого.

Вступ. Постановка задачі

Важливе значення для ряду практичних напрямків, таких як магнітографування, відновлення інформації з магнітних носіїв має задача панорамної зшивки цілого зображення по набору його фрагментів або по масиву послідовно уведених кадрів [1]. Неідеальність пристрою позиціювання системи оптичного уведення приводить до появи похибок позиціювання, які проявляються як зміна лінійних розмірів елементів зображення, перекручування їхньої форми й взаємного розташування. Наявність фрагментів сусідніх кадрів, що перекриваються, дозволяє оцінювати похибки позиціювання й підвищувати точність синтезу панорамного зображення. Особливість цієї задачі – невідомі справжні значення яскравості зображень, що перекриваються. Тому, разом з оцінюванням похибок позиціювання, у роботі пропонується вирішувати задачу оцінювання справжнього значення яскравості зображень, що перекриваються. Для цього пропонується використати байєсівський підхід, наведений у роботі [2].

Теоретичні викладки

Синтез панорамного зображення виконується з набору послідовно уведених кадрів, що перекриваються. Тому, без обмеження загальності розглянемо алгоритм зшивки для випадку двох зображень, що перекриваються.

Математична модель зображень $\widetilde{A}_1, \widetilde{A}_2$ при наявності лінійних зсувів:

$$\tilde{a}_{1,i,j} = a_{i,j} + \xi_{1,i,j}, i = 1 \text{ ч } N, j = 1 \text{ ч } M, \qquad (1)$$

$$\tilde{a}_{2,i,j} = a_{i+n,j+m} + \xi_{2,i,j}, i = 1 \div N, j = 1 \div M, \quad (2)$$

де $a_{i,j}$ –справжні відліки сигналу (яскравості) області перекриття зображення, $\tilde{a}_{1,i,j}, \tilde{a}_{2,i,j}$ –виміряні відліки яскравості в першому $\tilde{A}_1$ й другому $\tilde{A}_2$ зображеннях, відповідно, $\xi_{1,i,j}, \xi_{2,i,j}$ – некорельовані відліки випадкової гаусівськової перешкоди, розподілені з параметрами $N(0,\sigma_{\xi 1}^2), N(0,\sigma_{\xi 2}^2)$. Як випливає з виразів (1), (2), зображення $\tilde{a}_{2,i,j}$ зміщено щодо $\tilde{a}_{1,i,j}$ на n по одній координаті й на m по іншій. Величини зсувів по відповідних осях прямокутних координат n, m – невідомі й можуть приймати значення $n = -N_{shift} \div N_{shift}, m = -M_{shift} \div M_{shift}$. На практиці, як правило, $N_{shift} \ll N, M_{shift} \ll M$.

Розглянута задача відноситься до класу задач багатоальтернативної перевірки гіпотез. Її особливістю, як відзначалося вище, є те, що справжні значення сигналу $a_{i,j}$ невідомі. Тому, поруч з перевіркою гіпотез про величину зсуву, необхідно також вирішувати завдання оцінювання справжнього значення сигналу $a_{i,j}$. Таким чином, задача синтезу панорамного зображення із двох зашумлених і зміщених одне відносно другого зображень (1), (2) може бути сформульована як задача спільного оцінювання значення сигналу $a_{i,j}$ й перевірки статистичних гіпотез $H_{n,m}$ про зсув одного зображення щодо іншого. Для рішення сформульованої задачі введемо в розгляд змішаний вектор $\left\{A, H_{n,m}\right\} = \left\{a_{1,1}, \ldots a_{1,M} \ldots a_{N,1} \ldots a_{N,M}, H_{n,m}\right\}$. Компоненти $a_{i,j}$ –є справжніми значеннями яскравості магнітооптичного зображення й можуть приймати значення $0 \div B_{\max}$, де $B_{\max}$ –максимально можливе значення яскравості. Позначимо спільну апріорну щільність імовірності змішаного вектора $P\{A, H_{n,m}\}$. Величина $P\{A, H_{n,m}\} dA$ дорівнює імовірності одночасного виконання умов $A \in \{A, A + dA\}, H_{n,m}$.

Найбільш повне рішення задачі спільного оцінювання й перевірки статистичних гіпотез полягає у визначенні апостеріорної щільності імовірності $P\left\{A, H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right\}$. Після спостереження першого зображення $\tilde{A}_1$, на підставі (1) визначається апостеріорна щільність імовірності $P(A / \tilde{A}_1)$, яка є гаусівською, з математичним очікуванням $\tilde{A}_1^T = \left\{\tilde{a}_{1,1,1}, \ldots \tilde{a}_{1,1,M} \ldots \tilde{a}_{1,N,1} \ldots \tilde{a}_{1,N,M}\right\}$ і кореляційною матрицею $R_1 = diag(\sigma_{\xi 1}^2)$.

Задача спільного оцінювання безперервного A й дискретного $H_{n,m}$ компонентів вирішуються при надходженні другого спостереження $\tilde{A}_2$, що є зміщеним. При цьому, апостеріорна щільність імовірності $P(A, H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2)$ описується рівнянням:

$$P\left\{A, H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right\} = \frac{P(\tilde{A}_2 / A, H_{n,m}) P(A, H_{n,m} / \tilde{A}_1)}{P(\tilde{A}_2 / \tilde{A}_1)}, \qquad (3)$$

де $P(A,H_{n,m}/\tilde{A}_1)$ – спільна щільність $A,H_{n,m}$ за умови спостереження $\tilde{A}_1$, яка виконує роль апріорного розподілу у формулі Байєса (4); $P(\tilde{A}_2 / A, H_{n,m})$ – умовна щільність імовірності, яка визначається на підставі (2), є гаусівською, з математичним очікуванням $\tilde{A}_2^T = \left\{\tilde{a}_{2,1,1}, \ldots \tilde{a}_{2,1,M} \ldots \tilde{a}_{2,N,1} \ldots \tilde{a}_{2,N,M}\right\}$ і кореляційною матрицею $R_2 = diag(\sigma^2_{\xi 2})$; $P(\tilde{A}_2 / \tilde{A}_1)$ – умовна щільність імовірності $\tilde{A}_2$ при спостереженні $\tilde{A}_1$, яка визначається як:

$$P(\tilde{A}_2 / \tilde{A}_1) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} P(\tilde{A}_2 / A, H_{n,m}) P(A, H_{n,m} / \tilde{A}_1) dA. \qquad (4)$$

У (4) обчислюється $N \times M$ інтегралів за всіма компонентами вектора A.

Як випливає з (3) дискретні й безперервні компоненти є залежними й оптимальне рішення задачі оцінювання A й перевірки гіпотез $H_{n,m}$ може бути отримане на основі аналізу спільної апостеріорної щільності імовірності $P\left\{A, H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right\}$. Спільна щільність імовірності $P\left\{A, H_{n,m} / \tilde{A}_1\right\}$ може бути представлена у вигляді:

$$P\left\{A, H_{n,m} / \tilde{A}_1\right\} = P(A / H_{n,m}, \tilde{A}_1) P(H_{n,m}), \qquad (5)$$

де $P(A/H_{n,m},\tilde{A}_1)$ – умовна щільність імовірності зображення A, за умови, що має місце зсув з параметрами n,m й спостереження $\tilde{A}_1$, $P(H_{n,m})$ – апріорні імовірності гіпотези $H_{n,m}$.

Використовуючи теорему множення щільностей імовірності, а також вираз (5), рівняння (3) можна представити у вигляді:

$$P\left\{A / H_{n,m}, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2\right\} = \frac{P(\tilde{A}_2 / A, H_{n,m}) P(A / \tilde{A}_1)}{P(\tilde{A}_2 / H_{n,m}, \tilde{A}_1)}, \qquad (6)$$

$$P(H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2) = P(\tilde{A}_2 / H_{n,m}, \tilde{A}_1) P(H_{n,m}) / P(\tilde{A}_2 / \tilde{A}_1). \qquad (7)$$

де $P\left\{A / H_{n,m}, \tilde{A}_2\right\}$–умовна апостеріорна щільність імовірності A за умови $H_{n,m}$; $P(\tilde{A}_2 / H_{n,m}, \tilde{A}_1)$–умовна щільність імовірності спостереження $\tilde{A}_2$ за умови $\tilde{A}_1, H_{n,m}$, що визначається як

$$P(\tilde{A}_2 / H_{n,m}, \tilde{A}_1) = \int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty} P(\tilde{A}_2 / A, H_{n,m}) P(A / \tilde{A}_1) dA. \qquad (8)$$

Щільність імовірності $P(\tilde{A}_2 / \tilde{A}_1)$ у виразі (7) визначається як

$$P(\tilde{A}_2 / \tilde{A}_1) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} P(\tilde{A}_2 / H_{n,m}, \tilde{A}_1) P(H_{n,m}). \qquad (9)$$

Рівняння (6) використовується для обчислення умовної апостеріорної щільності імовірності $P(A / H_{n,m}, \tilde{A}_1, \tilde{A}_2)$ невідомого зображення A за умови гіпотези $H_{n,m}$. За допомогою виразу (7) обчислюються апостеріорні імовірності $P(H_{n,m}/\tilde{A}_1,\tilde{A}_2)$ гіпотез $H_{n,m}$. Особливість синтезованого алгоритму полягає в нерозривному зв'язку рівнянь обчислення апостеріорних розподілів безперервного A й дискретного компонентів $H_{n,m}$.

Практична реалізація алгоритму (6), (7) вимагає великого обсягу обчислень при чисельному інтегруванні багатомірної щільності імовірності.

Формули (6), (7) можна істотно спростити, якщо врахувати, що щільності імовірності $P(A/\tilde{A}_1), P(\tilde{A}_2/A, H_{n,m})$ є гаусівськими. Використовуючи методику, наведену в [3], можна показати, що умовні щільності імовірності $P(A/H_{n,m},\tilde{A}_1,\tilde{A}_2)=N(\hat{A}_{n,m},\hat{R})$, $P(\tilde{A}_2/H_{n,m},\tilde{A}_1)=N(\tilde{A}_{1,n,m},D)$ є гаусівськими. Їх параметри визначаються як:

$$\hat{A}_{n,m} = \tilde{A}_{1,n,m} + K(\tilde{A}_2 - \tilde{A}_{1,n,m}), \tag{10}$$

$$D = R_1 + R_2, \tag{11}$$

$$K = R_1 D^{-1}, \tag{12}$$

$$\hat{R} = R_1 - KR_1. \tag{13}$$

Як випливає з (10) – (13), в умовних щільностях імовірності $P(A/H_{n,m},\tilde{A}_1,\tilde{A}_2), P(\tilde{A}_2/H_{n,m},\tilde{A}_1)$ від гіпотез $H_{n,m}$ залежать тільки умовні математичні очікування $\hat{A}_{n,m},\tilde{A}_{1,n,m}$ відповідно. При цьому $\tilde{A}_{1,n,m}$ є зміщеним на n,m відліків першим обмірюваним зображенням $\tilde{A}_1$.

Вирази (10) – (13) можна спростити за умови, що $R_1 = R_2$, тоді:

$$\hat{A}_{n,m} = \tilde{A}_{1,n,m} + 0.5(\tilde{A}_2 - \tilde{A}_{1,n,m}) = 0.5(\tilde{A}_{1,n,m} + \tilde{A}_2), \tag{14}$$

$$D = 2R_1, \tag{15}$$

$$k = 0.5|I|, \tag{16}$$

$$\hat{R} = 0.5R_1, \tag{17}$$

де I – одинична матриця.

Функція правдоподібності $P(\tilde{A}_2/H_{n,m},\tilde{A}_1)$, у цьому випадку

$$P(\tilde{A}_2/H_{n,m}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{N_1M_1}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{N_1}\sum_{j=1}^{M_1}(\tilde{a}_{2,i,j}-\tilde{a}_{1,i+n,j+m})^2\right\}, \tag{18}$$

де $\sigma^2 = \sigma^2_{\xi 1} + \sigma^2_{\xi 2}$.

На основі (7), (14)...(17) можна визначити оцінки для обох компонентів змішаного вектора, що відповідають обраному критерію оптимальності.

Широке застосування знаходить байєсівський критерій оптимальності, який дозволяє одержати нерандомізовані вирішальні правила [4]. Найбільш часто байєсівська оцінка визначається на основі мінімізації апостеріорного ризику, який, відповідно до розглянутої задачі, може бути записаний у вигляді:

$$\Gamma(\hat{A}^{opt}, H_{i,j}^{opt}, \tilde{A}_2) = \min_{\breve{A}, H_{n,m}} \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} g_{n,i,m,j}(\breve{A}, A) P(A, H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2) dA, \qquad (19)$$

де $g_{n,i,m,j}(\breve{A}, A)$ – функція втрат, $(\breve{A}, H_{i,j})$ – прийняте рішення, $(\hat{A}^{opt}, H_{i,j}^{opt})$ – оптимальне рішення.

Для мінімізації апостеріорного ризику (19), що має дискретно-безперервну форму, функція втрат часто записується у вигляді:

$$g_{n,i,m,j}(\breve{A}, A) = d_{n,i,m,j} + c_{n,i,m,j}(\breve{A} - A)(\breve{A} - A)^T, \qquad (20)$$

де $d_{n,i,m,j}, c_{n,i,m,j}$ – коефіцієнти втрат.

Відповідно до методики, наведеної в [5], можна показати, що у випадку, коли коефіцієнти втрат визначаються як

$d_{n,i,m,j} = \begin{cases} d; n \neq i, m \neq j \\ 0; n = i, m = j \end{cases}, c_{n,i,m,j} = \begin{cases} 0; n \neq i, m \neq j \\ c; n = i, m = j \end{cases}$, вирішальне правило оцінювання безперервного й дискретного компонентів має вигляд:

$$H_{i,j}^{opt}, \text{ якщо } P(H_{i,j} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2) \geq P(H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2); \begin{matrix} n = 1 \div N, n \neq i \\ m = 1 \div M, m \neq j \end{matrix}, \qquad (21)$$

$$\hat{A}^{opt} = \hat{A}_{i,j}. \qquad (22)$$

З виразів (21), (22) випливає, що оцінка величини зсуву визначається по максимуму апостеріорної імовірності, а оцінка яскравості зображення дорівнює умовному апостеріорному математичному очікуванню.

Умовна кореляційна матриця $\hat{R}_{n,m}$ –характеризує якість оцінки при правильному визначенні значень зсуву n,m. Виходячи з [5], можна показати, що кореляційна матриця $\hat{R}^{opt}$ помилок оцінки визначається як

$$\hat{R}^{opt} = \hat{R} + \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} \left[\hat{A}_{n,m} - \hat{A}^{opt} \right] \left[\hat{A}_{n,m} - \hat{A}^{opt} \right]^T. \qquad (23)$$

Правило, яке також часто застосовується, може бути отримано, якщо покласти у виразі (20) $c_{n,i,m,j} = const.$ У цьому випадку:

$$H_{i,j}^{opt}, \text{ якщо } P(H_{i,j} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2) \geq P(H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2); \begin{matrix} n = 1 \div N, n \neq i \\ m = 1 \div M, m \neq j \end{matrix}, \qquad (24)$$

$$\hat{A}^{opt} = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} P(H_{n,m} / \tilde{A}_1, \hat{A}_2) \hat{A}_{n,m}. \qquad (25)$$

Правило оцінки дискретного компонента не змінилося. Оцінкою безперервного компонента виступає безумовне апостеріорне математичне очікування $\hat{A}$, а щільність імовірності $P(A / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2)$ визначається як:

$$P(A / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{M} P(H_{n,m} / \tilde{A}_1, \tilde{A}_2) P(A / H_{n,m}, \tilde{A}_2). \qquad (26)$$

Апостеріорне $\hat{A}$-оптимальна оцінка при квадратичній функції втрат, що мінімізує середньоквадратичну помилку [2]. Кореляційна матриця помилок оцінки при цьому визначається формулою (23). Метод багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез широко застосовується і для синтезу кореляційно-екстремальних систем пошукового типу [6]. Однак, на відміну від задачі синтезу панорамних зображень, для кореляційно-екстремальних систем еталонний сигнал вважається відомим точно й не вирішується завдання оцінювання справжньої яскравості зображення, що спостерігається.

Висновки

Синтезовано алгоритм обчислення спільної апостеріорної щільності імовірності яскравості й зсуву двох зображень. З метою зменшення обсягу обчислень, отримано рівняння для знаходження математичних очікувань і кореляційних матриць умовних апостеріорних щільностей імовірності яскравостей зображень, які є гаусівськими за умови гаусівських перешкод. Шляхом мінімізації апостеріорного ризику, отримані вирішальні правила для знаходження байєсівських оцінок яскравості зображення й дискретних зсувів. Запропонований метод синтезу панорамних зображень вимагає додаткових досліджень для застосування в реальних умовах: слід визначити вимоги до обсягу вибірки, до величини відносини сигнал/шум для проведення зшивки із заданою якістю; дослідити вплив форми кореляційної функції, типових перекручувань зображення на точність позиціювання.

Література

1. Агаліді Ю.С., Лєвий С.В., Мачнєв О.М. Аналіз геометричних похибок синтезу зображень з окремих кадрів і методи їх мінімізації. Вісник НТУУ "КПІ" Приладобудування, 2005, №29.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. –М.: Радио и связь, 1991. – 608с.
3. Аоки М. Оптимизация стохастических систем: –М.: Наука, 1971. – 424с.
4. Репин В.Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.:Сов.радио, 1978.–320с.
5. Жук С.Я. Применение двухфункциональных решающих правил для оптимизации дискретных динамических систем случайной структуры // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1990. №2. С.130-137.
6. Белоглазов Н.Н., Джанджгава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям. –М.:Наука, 1985. – 328с.

Мачнев А.М., Жук С.Я. **Оптимальный алгоритм совместного оценивания яркости и смещения двух изображений** Синтезирован оптимальный алгоритм совместного оценивания яркости и смещения двух изображений при наличии погрешностей позиционирования. Получены решающие правила оценки непрерывного компонента яркости изображения и дискретных смещений одного изображения относительно другого.	Machnyev O.M., Zhuk S.Y. **Optimal algorithm for simultaneous estimation of image brightness and offset** Optimal algorithm is proposed for simultaneous evaluation of image brightness and offset in the presence of position errors. Decision function based on Bayesian optimal criterion is obtained for simultaneous estimation of continued component – image brightness and discrete offset of one image relative to another.