
ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

УДК 621.396

ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ
З ШАРУВАТОЮ СФЕРІЧНОЮ ЛІНЗОЮ

Люценко М.О., Лерман Л.Б., Криворучко Я.С.

Отримано точний розв'язок задачі взаємодії електромагнітного випромінювання з шаруватою сферичною лінзою. Розроблена методика визначає залежності характеристик поглинання, розсіяння та екстинкції від характеристик шарі, що дозволяє розв'язувати задачу синтезу неоднорідних сферичних лінз.

Вступ

Лінзові антени знайшли широке застосування в техніці НВЧ. Звичайно розрахунок таких конструкцій виконується в наближенні геометричної оптики [1]. Але, коли розміри лінзи стають порівняльними з довжиною хвилі, застосування цього наближення може привести до суттєвого викривлення результатів. Найбільш важливою і дослідженою з задач в теорії поглинання та розсіяння плоских електромагнітних хвиль (ЕМХ) на довільних об'єктах є задача про кулю з відомими показниками заломлення (діелектричної проникності) кулі та середовища. Для розв'язання цієї задачі можуть бути використані різні методи [2,3,4], кожен з яких має певні переваги в тому чи іншому випадку. Для практичних цілей інтерес становить дослідження неоднорідної сферичної лінзи, яка моделюється кулею з довільним, але кінцевим, числом шарів із різними комплексними показниками заломлення. Для розв'язання цієї задачі пропонується модифікація методу потенціалів Дебая [4] із застосуванням трансляційних матриць, які дозволяють переносити граничні умови для систем звичайних диференціальних рівнянь з шару на шар. Для обчислення електромагнітного поля (потенціалу) зовні розсіювача трансляційні матриці виявляються дуже зручними [9-11], бо дозволяють запобігти необхідності розв'язання алгебраїчних систем великого порядку і знаходження великого числа непотрібних для цього сталих. Зауважимо, що в цитованих роботах розглядалася взаємодія ЕМХ з малими металевими частинками в оптичному діапазоні. На відміну від вказаних робіт в цій статті розглядається взаємодія плоских електромагнітних хвиль з діелектричною лінзою в діапазоні НВЧ. Втрати електромагнітної енергії враховуються введенням діелектричних втрат $tg\delta$. На підставі розв'язку прямої задачі взаємодії ЕМХ з багатошаровою кулею запропоновано алгоритм розв'язання задачі синтезу неоднорідних сферичних лінз із потрібними радіотехнічними характеристиками.

Постановка і розв'язання задачі розсіяння

Розглядається куля, яка складається в загальному випадку з N ізотропних шарів (див.рис.1)., що характеризуються своїми товщинами і комплекс-

сними діелектричними проникностями $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, де i - уявна одиниця. Нумерацію шарів почнемо із внутрішньої кулі. Отже номер ядра кулі має значення 1, а зовнішнього простору - $N+1$. Введемо сферичну систему координат r, φ, θ , пов'язану з центром кулі. Радіуси концентричних куль (меж поділу шарів) позначимо r_j , ($j=1,2,\dots,N$), а показники заломлення - m_j

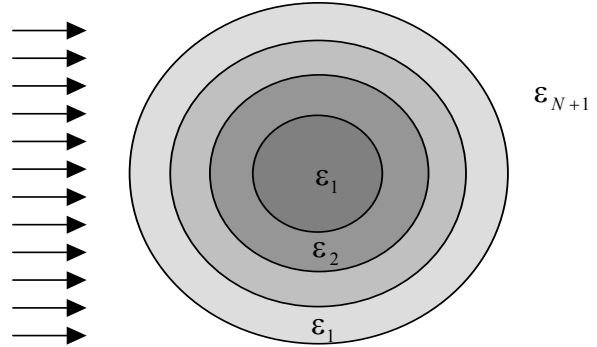


Рис. 1. Багатошарова куля

(m_{N+1} - показник заломлення навколишнього середовища). Зауважимо, що будь-яка комплексна діелектрична проникність $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ пов'язана з комплексним показником заломлення $m = n + ik$ відомим співвідношенням $\varepsilon = m^2$. В загальному випадку діелектрична проникність може залежати від частоти ω , тобто $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$. Вважаємо, що на кулю падає плоска ЕМХ одиничної амплітуди, а залежність від часу t прийемо у вигляді $\exp(-i\omega t)$.

Потенціали плоскої хвилі U_0, V_0 , що поширюється вздовж вісі симетрії z , можна подати у вигляді розкладів за сферичними гармоніками

$$U_0 = \frac{1}{rk_{N+1}^2} \sum_{l=1}^{\infty} i^{l-1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \Psi_l(k_{N+1}r) P_l^{(1)}(\cos\theta) \cos\varphi,$$

$$V_0 = \frac{m_{N+1}}{rk_{N+1}^2} \sum_{l=1}^{\infty} i^{l-1} \frac{2l+1}{l(l+1)} \Psi_l(k_{N+1}r) P_l^{(1)}(\cos\theta) \cos\varphi \quad (1)$$

де $k_{N+1} = 2\pi\mu_{M+1}/\lambda$ - хвильове число, λ - довжина хвилі, $\Psi_l(k_{N+1}r)$ - сферичні функції Бесселя, $P_l^{(1)}(\cos\theta)$ - приєднані функції Лежандра I порядку.

Потенціали розсіяної хвилі мають аналогічний вигляд, але замість функцій Бесселя містять сферичні функції Ханкеля I роду $\zeta_l(k_{N+1}r)$:

$$U_{N+1} = \frac{1}{rk_{N+1}^2} \sum_{l=1}^{\infty} A_l^{N+1} V_l(k_{N+1}r) P_l^{(1)}(\cos\theta) \cos\varphi$$

$$V_{N+1} = \frac{1}{rk_{N+1}^2} \sum_{l=1}^{\infty} C_l^{N+1} \zeta_l(k_{N+1}r) P_l^{(1)}(\cos\theta) \cos\varphi \quad (2)$$

В формулах (2) A_l^{N+1}, C_l^{N+1} - коефіцієнти рядів розсіяння, що підлягають визначенню з граничних умов. В розкладах потенціалів для кожного шару присутні одразу сферичні функції Бесселя і Ханкеля, за винятком внутрішньої кулі, для якої потенціали мають вигляд, аналогічний (1), але з невідомими коефіцієнтами. На межах поділу шарів повинні виконуватись умови сполучення: $m_{j+1}^2 [rU_{j+1}] = m_j^2 [rU_j]$

$$\frac{\partial}{\partial r} [rU_{j+1}] = \frac{\partial}{\partial r} [rU_j] \quad (3)$$

$$[rV_{j+1}] = [rV_j], \quad \frac{\partial}{\partial r} [rV_{j+1}] = \frac{\partial}{\partial r} [rV_j] \quad (4)$$

Задача полягає у визначенні $4N$ сталих, що входять у розклади потенціалів, для яких з умов (3), (4) маємо стільки ж лінійних рівнянь.

Для визначення характеристик розсіяння і поглинання потрібні тільки коефіцієнти $a_l = A_l^{N+1}, b_l = C_l^{N+1}$. Застосування трансляційних матриць дозволяє виключити всі непотрібні сталі, і звести задачу до розгляду системи другого порядку [10]. Після знаходження шуканих коефіцієнтів перерізи розсіяння C_{sca} і екстинції C_{ext} обчислюються за формулами [2]

$$C_{sca} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \{|a_l|^2 + |b_l|^2\} \quad (5)$$

$$C_{ext} = \frac{\lambda^2}{2\pi} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \{\text{Re}(a_l + b_l)\} \quad (6)$$

Інтенсивності цих величин (безрозмірні величини) визначаються співвідношеннями

$$c_{ext} = C_{ext} / \pi a^2, \quad c_{sca} = C_{sca} / \pi a^2 \quad (7)$$

де $a = r_N$ – радіус зовнішньої сфери.

Інтенсивність поглинання тоді надається виразом $C_{abs} = C_{ext} - C_{sca}$.

Чисельна реалізація і приклади розрахунків

Викладене складає основу чисельних алгоритмів і програм, при розробці яких враховані особливості обчислення сферичних функцій Бесселя і Ханкеля комплексного аргументу [14,15]. Деякі результати виконаних розрахунків наведено на рис. 2, 3. Як перший приклад розглядалась суцільна діелектрична куля, а як другий – трьохшарова куля. Параметри останньої вибрані таким чином, щоб змоделювати таз звану лінзу Люнеберга, яка має специфічні властивості [1]. На рис. 2 показано залежність інтенсивності кутового розсіяння $\sigma = C_{sca} / (\pi a^2)$ від кута падіння відносно хвильового вектора на суцільній склопластиковій кулі з характеристиками $\varepsilon=3,98; \text{tg}\delta=0,02$. На рис. 3 наведено залежності інтенсивності екстинції, розсіяння та поглинання від параметру дифракції при наступних значеннях комплексних показників заломлення або діелектричної проникності: для ядра приймалося, що $n_1=3,0, k_1=0,01$, для другого склопластикового шару, що $\varepsilon_2=3,98, \text{tg}\delta_2=0,02$ і для зовнішньої оболонки з полістиролу - $n_3=1,05, k_3=0,001$. Для відношень зовнішніх радіусів шарів до радіусу ядра складали $r_2 / r_1 = 0,5, r_3 / r_1 = 0,9$

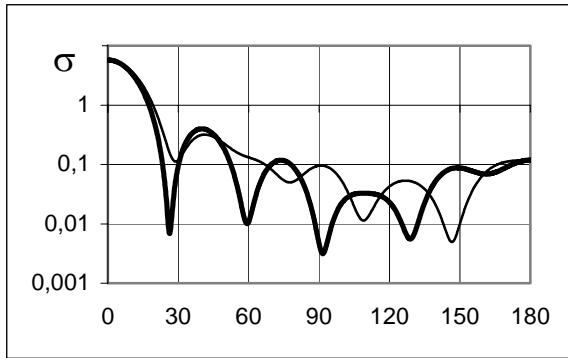


Рис.2. Інтенсивність кутового розсіяння σ на суцільній діелектричній лінзі:
 _____ паралельна поляризація,
 _____ перпендикулярна поляризація.

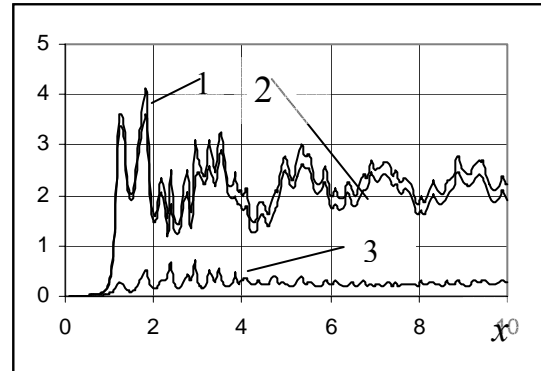


Рис.3. Залежності інтенсивності екстинкції, розсіяння та поглинання від параметру дифракції для трьохшарової лінзи: 1- екстинкція; 2 – розсіяння; 3 – поглинання.

Наведені приклади підтверджують ефективність розроблених алгоритмів і можливість їх застосування на практиці. Відмітимо, що зокрема, в наближенні геометричної оптики неможливо врахувати частотні осциляції, які спостерігаються на графіках.

Постановка і метод розв'язання задачі синтезу

В загальному випадку задача синтезу полягає у знаходженні таких матеріалів і, відповідно, будови лінзи, які б забезпечували потрібні радіотехнічні характеристики конструкції в заданому частотному діапазоні.

Позначимо j -ту характеристику лінзи, на яку накладаються певні обмеження, наприклад, переріз радіолокаційного розсіяння, через F_j ($j = 1, 2, \dots, s$), де s - число характеристик, на які накладаються певні обмеження. Ці характеристики будуть функціями фізико-механічних характеристик шарів, тобто

$$F_j = F_j(r_1, r_2, \dots, r_N; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_N; \lambda) \quad (8)$$

Тоді задачу синтезу формально можна записати у вигляді системи нерівностей

$$a_j \leq F_j \leq b_j, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (9)$$

де a_j, b_j - граничні значення потрібних характеристик.

Оскільки параметри шарів можуть приймати обмежені значення, то систему нерівностей (9) потрібно розглядати в $3N$ -вимірному паралелепіпеді відповідних змінних (діелектричні проникності вважаються комплексними). При цьому довжина хвилі λ відіграє роль параметру. Цю нелінійну задачу пропонується розв'язувати методом випадкового пошуку за допомогою спеціальних $3N$ -вимірних двійкових послідовностей [11]. Задача спрощується, коли частину характеристик можна вибрати із додаткових міркувань. Зауважимо, що система (8) може і не мати розв'язків, і це означає, що система обмежень надто жорстка. При знайденій області існування

розв'язків можна вибрати оптимальну (за певною додатковою ознакою) конструкцію лінзи, і одночасно розв'язати задачу допускового синтезу.

Висновки

Розроблено методику визначення характеристик розсіяння і поглинання плоских електромагнітних хвиль на багат шаровій сферичній лінзі, ефективність якої підтверджена чисельними розрахунками.

Література

1. Mishenko M.I., Hovenier J.V., Travis L.D. Light Scattering by Nonspherical Particles. – Academic press, 2002. – 690 p.
2. Aden A.L., Kerker M. Scattering of Electromagnetic Waves from Two Concentric Spheres // J. Appl. Phys. – 1951. – V. 22, No 10. – 1242 – 1245.
3. Лопатин В.Н., Сидько Ф.Я. Введение в оптику взвесей клеток. – Новосибирск: Наука, 1988. – 240 с.
4. L.B. Lerman, L.G. Grechko, V.V. Gozhenko. Electromagnetic waves interaction with a lamellar spherical lens // Antenna Theory and Techniques. Proceeding VI-th International Conference. – 24-26 May 2005, Kyiv, 2005. – P. 301-303.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: «Наука», 1970. –856 с.
6. Moroz A. A recursive transfer-matrix solution for a dipole radiating and outside a stratified sphere // Annals of Physics. – 2005. – 315. – P. 352-418.
7. Hongxing Xu. Surface plasmon Photonics. – Thesis for the degree of doctor of philosophy. – Geteborg University, 2002. – 92 p.
8. Wu Z.S., Wang Y.P. Electromagnetic scattering for multi-layered sphere: recursive algorithm // Radio Sci. – 1991, V. 26. – P. 1393-1401.
9. Гречко Л.Г., Лерман Л. Б., Шкода Н.Г. Розсіяння електромагнітного випромінювання на багат шаровій кулі // Вісник Київського у-ту. Серія: фізико-математичні науки. - 2004, 3. – С. 376-385.
10. Гречко Л.Г., Лерман Л. Б., Шкода Н.Г. Ефективна діелектрична проникливість матричних дисперсних систем з багат шаровими включеннями: пряма та обернена задачі // Вісник Київ.ун-ту. Серія: фізико-математичні науки. 2004, С. 475-481.
11. Гречко Л.Г., Лерман Л. Б., Шкода Н.Г. Багат шаровий еліпсоїд в електричному полі // Вісник Київ. ун-ту. Серія: фізико-математичні науки. 2004, С. 386-394.
12. Gurwich I., and others. Scattering of electromagnetic radiation by multilayered spheroidal particles: recursive procedure//Applied optics. 2000.V.39, No.3.P. 470-477.
13. Лерман Л.Б. Применение уравнений плоской задачи теории упругости к исследованию колебаний протяженных слоистых плит с внутренними линейными опорами // Прикл. механика, 1994. **30**, № 6. С. 66 - 69.
14. Barber P.W. Light Scattering by Particles: Computational Methods. V.2. – Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific, 1990. – 253 p.
15. Bohren C.F., Huffman D.R. Absorption and Scattering of Light by Small Particles. – Wiley-Interscience, New York, 1983.

<p>Лющенко М.А., Лерман Л.Б., Криворучко Я.С. Взаимодействие электромагнитного излучения со слоистой сферической линзой. Получено точное решение задачи взаимодействия электромагнитного излучения со слоистой сферической линзой. Разработанная методика позволяет определить зависимости характеристик поглощения, рассеивания и экстинкции от характеристик слоев.</p>	<p>Liioushechenko M.O., Lerman L.B., Krivoruchko Ya. S. Electromagnetic waves interaction with a multi-layered spherical lens. Solution of interaction electromagnetic radiation problem with lamellar spherical lens is obtained. The elaborated method determinates dependence of absorbing, scattering and extinction versus slabs characteristics.</p>
--	---