УДК 621.372.062:621.316.722

# АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ ПРИПАСОВЫВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

*Рыбин А. И., Кумсия М.*

Анализ линейно–параметрических цепей имеет большое значение при проектировании источников вторичного электропитания [1,2], параметрических усилителей, фильтров на переключаемых емкостях [3-6], т.п.

Наиболее распространённые подходы к решению задачи анализа параметрических цепей основаны на линеаризации систем дифференциальных уравнений динамического равновесия во временных интервалах (соответствующих состояниям резистивных и реактивных ключей) и решении систем с изменяющимися начальными условиями с использованием преобразования Лапласа либо разностных методов [2]. Этот подход реализован в виде метода, который получил в литературе название метода припасовывания [1,2].

Алгоритм метода припасовывания (при использовании преобразования Лапласа для линеаризации) имеет следующий вид:

1. Аппроксимировать законы изменения параметров $r(t)$, $C(t)$, $L(t)$ во времени ступенчатыми функциями. В случае эквидистантной аппроксимации шаг $\Delta t$ на оси времени выбирается по аппроксимации того параметра, для которого он является минимальным.

2. Найти изображения по Лапласу для сигналов–воздействий на каждом интервале $\Delta t$.

3.Для каждого интервала линеаризации $\Delta t$ при постоянных значениях аппроксимированных параметров $r(t)$, $C(t)$, $L(t)$ составить матрицы проводимостей системы уравнений узловых напряжений. По этим системам уравнений найти все функции цепи, связывающие входное воздействие, реакции и начальные условия на реактивных компонентах цепи.

4. Задать номер интервала линеаризации $n = 0$.

5. Принять $n = n+1$.

6. Задать начальные условия на реактивных элементах (на первом шаге они могут быть нулевыми).

7. По найденным в п.3 функциям цепи и по операторным изображениям воздействия и начальных условий найти изображения всех искомых реакций, токов через индуктивности и напряжений на ёмкостях.

8. По теореме Хевисайда (разложив изображения искомых токов и напряжений на простые дроби) найти оригиналы $u_i(t)$, $i_k(t)$ и их значения в момент коммутации $t = \Delta t$.

9. Если $n < N$ ($N$ – число временных интервалов, на которых производится анализ), то перейти к п.5, иначе перейти к п.10.
10. По векторам начальных условий и оригиналам искомых реакций $u_i(t)$, $i_k(t)$ восстановить аналитические зависимости реакций в каждом интервале линеаризации.

Недостаточная формализация процедуры анализа по вышеприведённому алгоритму делает реализацию классического метода припасовывания при анализе источников вторичного электропитания и фильтров на переключаемых ёмкостях (число временных интервалов $N = 10^2 - 10^5$) крайне громоздкой. К тому же, значения сопротивления, например, резистивного ключа изменяются в пределах доли Ом – сотни МОм, что делает матрицы проводимостей систем уравнений равновесия в интервалах линеаризации плохо обусловленными и обеспечивает возникновение большой операционной погрешности при вычислениях с ограниченной разрядностью операнд. Унифицируя начальные условия заменой индуктивности гиратором, нагруженным на эквивалентную ёмкость [6,7,11],при переходе к матрице решений для учёта нетрадиционных для базиса узловых напряжений источников напряжений можно значительно формализовать и упростить алгоритм анализа, что привело к появлению модифицированного метода припасовывания [5-11].

Основные результаты модифицированного метода припасовывания заключаются в следующем.

По матрице узловых проводимостей для каждого n – го интервала целесообразно найти оригинал матрицы решений

$$\breve{Z}_n(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tilde{\eta}_n(t) & \breve{Z}_n^{(11)}(t) \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $\tilde{\eta}_n(t)$ – столбец оригиналов коэффициентов передачи из первого узла в остальные узлы схемы цепи (считая для определённости, что источник напряжения $e(t) = E_0\mu(t)$ подключён к узлам (1, 0)), умноженных на изображение $\mu_n(p)$; $\breve{Z}_n^{(11)}(t)$ – оригинал для $n$ – го интервала линеаризации обращённой матрицы проводимостей схемы цепи с «заземлённым» первым узлом. Подстановкой $t = \Delta t$ получим для (1):

$$\overline{\overline{\alpha}}_n = \breve{Z}_n^{(11)}(\Delta t) \quad (2)$$

Тогда в момент коммутации (по окончании $n$ – го временного интервала) вектор – столбец узловых напряжений имеет вид

$$\overline{U}_n(\Delta t) = \overline{\overline{\alpha}}_n \overline{\overline{C}} \overline{\overline{\alpha}}_{n-1} C \times \ldots \times \overline{\overline{\alpha}}_2 \overline{\overline{C}} \overline{\overline{\alpha}}_1 \overline{\overline{C}} \overline{E}, \quad (3)$$

где $\overline{E}$ - столбец независимых воздействий $\overline{E} = [E_0\ 0\ 0\ldots0]^{T}$; Т – знак транспонирования, $\overline{\overline{C}}$ - матрица ёмкостей, в ячейке (1, 1) которой записана единица, остальные элементы первых столбца и строки – нулевые, а остальные элементы матрицы сформированы из ёмкостей аналогично тому, как это делают для матрицы проводимостей системы уравнений узловых напряжений, но не для проводимостей $pC_i$, а для ёмкостей $C_{i.}$

Если параметр, например, *r(t)* изменяется в цепи периодически, а период имеет n интервалов линеаризации, имеет смысл сформировать базовую матрицу

$$\overline{\overline{\beta}} = \overline{\alpha}_n \overline{C} \overline{\alpha}_{n-1} \times ... \times \overline{\alpha}_2 \overline{C} \overline{\alpha}_1 \overline{C}, \qquad (4)$$

что даёт возможность в соответствии с формулой (3) вычислить узловые напряжения на концах 1-го, 2-го,…$k$-го и т. д. периодов

$$\overline{U}_n(\square t) = \overline{\overline{\beta}}\overline{E}\,;\ \overline{U}_{2n}(\square t) = (\overline{\overline{\beta}})^2 \overline{E}\,;\ \overline{U}_{kn}(\square t) = (\overline{\overline{\beta}})^k \overline{E} \quad \text{и т. д.} \qquad (5)$$

Общий алгоритм модифицированного метода припасовывания можно представить в следующем виде.

1,2. Эти пункты совпадают с пунктами 1,2 описанного выше алгоритма припасовывания.

3. Для каждого интервала линеаризации построить матрицы проводимостей, после чего найти нули знаменателей $\Delta_{11}(p)$ матрицы решений и найти временные оригиналы всех элементов матрицы решений.

4. Для каждой полученной в п.3 временной зависимости найти матрицы $\overline{\overline{\alpha}}_k$ и построить матрицы ёмкостей.

5. Для интервала времени, равного периоду изменения параметров, построить базовую матрицу (4).

6. Принять значение номера периода $k = 0$.

7. Присвоить $k = k + 1$.

8. Вычислить $\beta^k = \prod_{k=1}^{k} \beta$.

9. Если $k < K$ (где $K$ – общее число периодов, на которых производится анализ цепи), то перейти к п.7, иначе перейти к п.10.

10. Для всех полученных $\overline{U}(k\Delta t)$ значений узловых напряжений вычислить временные зависимости $U_n(t)$ на каждом временном интервале Δt.

В результате таких вычислений получаем кусочно–аналитические выражения для переходного и установившегося процесса в линейно – параметрической цепи на любом входе.

В приведённом алгоритме выполнение п.3 не представляет сложности [6, 8, 9]. Наиболее слабым звеном, связанным с проблемой поиска полюсов функций цепи, является нахождение нулей $\Delta_{11}(p)$ для каждого интервала линеаризации [12-14].

## Описание предложенного алгоритма

Унификация начальных условий в модифицированном методе припасовывания позволяет на основании соотношений (1) – (5) избежать трудностей и (сопряжённой для анализа радиотехнических цепей с большими операционными погрешностями) процедуры вычисления нулей – полюсов функций цепи при использовании разностных методов, их аналога в частной области – преобразования RTF [15,16] и дискретного преобразования Фурье.

Так, при использовании дискретного преобразования Фурье алгоритм модифицированного метода припасовывания приобретает следующий вид.

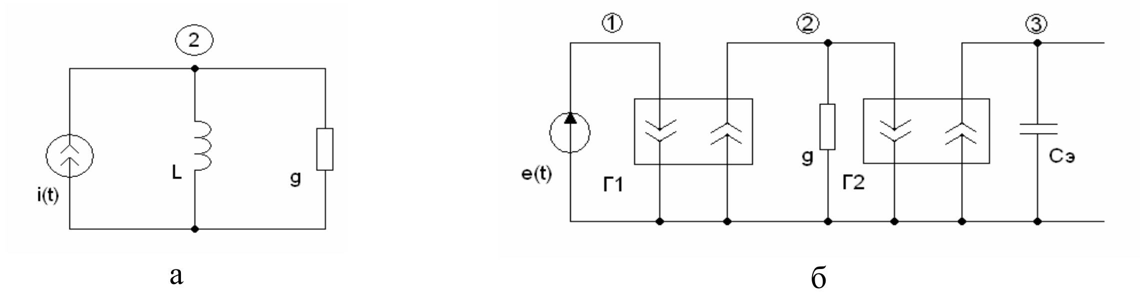
1. Этот пункт алгоритма совпадает с аналогичными пунктами вышеописанных методов.
2. Найти дискретные спектры Фурье для сигналов–воздействий на каждом интервале $\Delta t$.
3. Для каждого интервала линеаризации $\Delta t$ (при постоянных значениях $C_k(\Delta t)$, $r_k(\Delta t)$,) составить матрицы проводимостей системы уравнений узловых напряжений для всех дискретных частот частотного диапазона.
4. Для каждого элемента обратной матрицы найти обратное дискретное преобразование Фурье.
5. Для каждой временной зависимости (1) найти элементы матрицы решений найти матрицы $\overline{\overline{\alpha}}_k = \overline{\overline{Z}}(k\Delta t)$ и построить матрицы ёмкостей.

П. 6…11 совпадают с пп. 5…10 предыдущего алгоритма.

Результаты расчёта на ПЭВМ

В качестве примера, иллюстрирующего работу алгоритма модифицированного метода припасовывания в области дискретного преобразования Фурье, рассмотрим индуктор рис.1а. Для простоты и наглядности цепь индуктора (рис.1а) выбрана не параметрической, а линейной с постоянными коэффициентами. При этом существует только один интервал дискретизации на период «изменения» параметров. Эквивалентная цепь индуктора (для иллюстрации метода) представлена на рис.1б.

Источник тока *i(t)* генерирует последовательность δ – импульсов с периодом $\Delta t$. На схеме рис.1б гиратор Г1 преобразует источник напряжения *e(t)* в источник тока *i(Δt)*,а гиратор Г2 преобразует эквивалентную ёмкость, подключённую к узлу 3 в индуктивность $L$ на входе (2, 0).




а б

Рис. 1

Для экономии промежуточные результаты приведём не в численном, а в символьном виде. Матрица проводимостей для единственного «интервала линеаризации» схемы рис.1б имеет вид

$$\overline{\overline{Y}} = \begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & & 1 & & 1 \\ & -1 & g & 1 & 2 \\ & & -1 & jk\omega_1 L & 3 \end{array}$$

Матрица решений

$$\overline{\overline{Z}}(jk\omega_1) = \frac{1}{jk\omega_1 Lg + 1} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & 0 \\ \hline jk\omega_1 L & jk\omega_1 L & -1 \\ \hline 1 & 1 & g \\ \hline \end{array}$$

В первом столбце матрицы решений учтём множитель в виде спектра δ – импульса $\mu(jk\omega_i) = 1$.

Оригинал матрицы решений, полученной по спектрам $\overline{\overline{Z}}(jk\omega_1)$, т.е. $\overline{\overline{\alpha}}$ при $t = \Delta t = 10^{-3}$ имеет вид (для простоты принято $g = 1$; $L = 1$; $C = 1$.

$$\overline{\overline{\alpha}} = \begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & -0{,}999 & -0{,}999 & -0{,}999 & 2 \\ & 0{,}999 & 0{,}999 & 0{,}999 & 3 \end{array}$$

Матрица ёмкостей $\overline{\overline{C}}$ имеет вид

$$\overline{\overline{C}} = \begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 & 2 \\ & 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}$$

и, наконец, базовая матрица

$$\overline{\overline{\beta}} = \overline{\overline{\alpha}}\,\overline{\overline{C}} = \begin{array}{c|ccc|c} & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & -0{,}999 & 0 & -0{,}999 & 2 \\ & 0{,}999 & 0 & 0{,}999 & 3 \end{array}$$

Возведением в степень $k$ матрицы $\overline{\overline{\beta}}$ и умножением её на столбец $\overline{J} = [1\ 0\ 0]^T$ получим дискретные значения узловых напряжений в моменты $k\Delta t$, приведённые на рис.2.

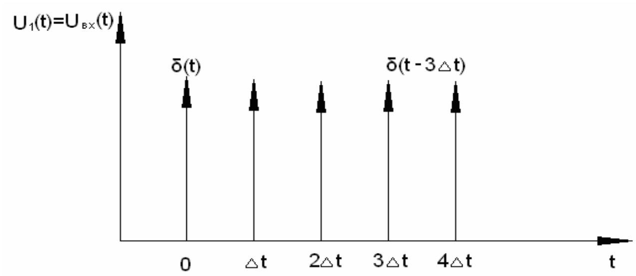



Рис. 2а

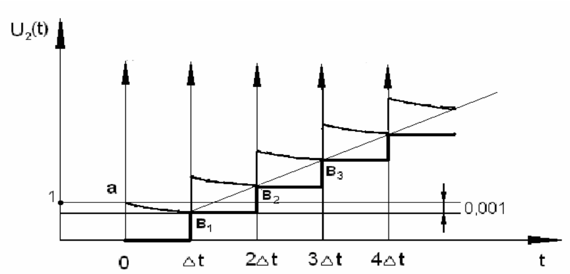



Рис. 2б

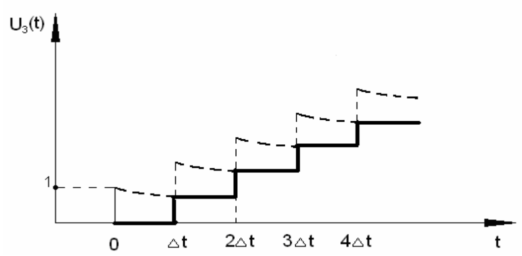



Рис. 2в

Линия, проведённая через точки $\mathbf{в}_i$ на рис.2.б является экспонентой $\left(1-e^{-\gamma t}\right)$ вследствие наличия потерь $g = 1$.

Предложенный в статье алгоритм анализа линейных параметрических цепей в области преобразования Фурье имеет то несомненное преимущество, что для его реализации нет необходимости в вычислении полюсов функций цепи (нулей алгебраического дополнения $\Delta_{11}(p)$). Платой за это является достаточно громоздкая процедура вычисления спектров элементов матрицы решений для каждого интервала линеаризации.

**Литература**

1. Енергозабезпечення електронної апаратури. Навч. посібник // В. В. Пілінский, М. А. Демура, М. В. Родіонова, О. І. Рибін, В. О. Горанін. – К.: Вища шк., 1994. – 258с.

2. Автоматизированное проектирование силовых электронных схем / В.Я. Жуйков, В.Е. Сучик, П.Д. Андриенко, М. А. Ерёменко. – Киев: Техника, 1988. – 184с.

3. Достал Т. Цепи с переключаемыми ёмкостями // Радиоэлектроника. – 1992.-№1. – С.14 – 27. (Изв. вузов).

4. Достал Т. Преоразование $p - z$ для синтеза цепей с переключаемыми ёмкостями// Радиоэлектроника. – 1981.-№6. – С.32 – 36. (Изв. вузов).

5. Трохименко Я. К., Рыбин А. И., Макушко А. В. Синтез цепей на переключаемых ёмкостях с использованием модифицированного метода припасовывания// Радиоэлектроника. – 1993.-№11. – С.14 – 22. (Изв. вузов).

6. Достал Т., Рибін О. І., Трохименко Я. К. Проектування фільтрів з ємностями, що перемикаються. – Київ: Ін-т системних досліджень МОН України, 1993. – 280с.

7. Рыбин А. И., Родионова М. В. Анализ параметрических цепей с использованием метода модификаций // Радиоэлектроника. - 1990.-№6. –С.38 – 42. (Изв. вузов).

8. Трохименко Я. К., Рыбин А. И., Манюк И. Д. Вычисления функций цепи методом модификаций с разложением на простые дроби // Радиоэлектроника. – 1994.-№11. – С.28 – 36. (Изв. вузов).

9. Рыбин А И. Решение задач моделирования обращением матрицы методом взаимных производных// Радиоэлектроника. – 1978.-№6. – С.35 – 47. (Изв. вузов).

10. Рыбин А. И. Моделирование транзисторов при анализе параметрических цепей методом взаимных производных// Радиоэлектроника. 1992.№6. С.55–65. (Изв. вузов).

11. Рыбин А. И. Анализ переходных и установившихся режимов в линейно–параметрических цепях модифицированным методом припасовывания// Радиоэлектроника. – 2001.-№3. – С.31 – 41. (Изв. вузов).

12. Трохименко Я.К., Рыбин А.И., Плавнева Е.Г. Вычисление корней определителей матрицы иммитансов методом модификаций//Радиоэлектроника. 1987.№6. С.30–37.

13. Трохименко Я. К., Рыбин А. И., Плавнева Е. Г. Алгоритм коррекции для поиска корней определителей матрицы иммитансов// Радиоэлектроника. 1988.-№1.С.62–69.

14. Рыбин А. И. Анализ линейных цепей методом модификаций с нормированием «выращиваемых» параметров// Радиоэлектроника. – 2001.-№2. – С.42 – 52. (Изв. вузов).

15. Рыбин А.И., Псачук А.П. Анализ линейных систем в области трансформант собственных частот преобразования RTF // Радиоэлектроника. 2006. №11. С.56-63. (Изв. вузов).

16. Ніжебецька Ю. Х., Рибін О. І., Шарпан О. Б. Підвищення точності реалізації перетворення RTF для аналізу лінійних систем// Наукові вісті КТУУ „КПІ. – 2008. - №5.

*Рибін О.І., Кумсія М.* ***Аналіз параметричних кіл модифікованим методом припасування з використанням дискретного перетворення Фур'є****. Запропоновано алгоритм аналізу паарметричних кіл, оснований на переході від модифікованого методу припасування в базисі перетворення Лапласа до його варіанту, що реалізується в базисі дискретного перетворення Фур'є*

***Ключові слова****: параметричні кола, перетворення Лапласа*

*Рыбин А.И, Кумсия М.* ***Анализ параметрических цепей модифицированным методом припасовывания с использованием дискретного преобразования Фурье.*** *Предложен алгоритм анализа параметрических цепей, основанный на переходе от модифицированного метода припасовывания в базисе преобразования Лапласа к его варианту, реализуемому в базисе дискретного преобразования Фурье.*

***Ключевые слова****: параметрические цепи, преобразование Лапласа*

*Rybin A., Kumsiya M.* ***Analysis parametric circuits modified method stores using discrete Fourier transform.*** *An algorithm for analysis of parametric linear circuits based on the transition from the modified method stores in the basis of the Laplace transform its variant implemented in the basis of the discrete Fourier transform*

***Key words****: parametric circuits, Laplace transform*