УДК 681.3.06, 519.8

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БАГАТОКАНАЛЬНОЇ СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ.

Масліков С.А., Дюжаєв Л.П.

Однією з актуальних областей в автоматизованих системах управління технологічними процесами (АСУТП) є контроль ефективності роботи силових і вимірювальних установок. Здебільшого, обмін інформацією проходить між сервером збору і обробки даних і цифровою апаратурою. Як правило, загальний інформаційний потік розділяють на класи з різним пріоритетом обслуговування, що гарантує своєчасне оброблення першочергових запитів. В свою чергу постала проблема ефективної організації процесорного часу для обробки даних і формування запитів певного пріоритету з оптимальною інтенсивністю.

Предметом дослідження є процеси керування неоднорідним трафіком, які реалізовані на основі пріоритетних методів обробки даних. Загальним рішенням цієї проблеми є математична модель багатоканальної системи масового обслуговування (СМО) з неоднорідним потоком запитів різного пріоритету.

Розглянемо n-канальну СМО з очікуванням і обмеженою довжиною черги. На вхід системи поступають вхідні потоки заявок різного пріоритету з різною інтенсивністю $\lambda^{(i)}$ та інтенсивністю обслуговування $\mu^{(i)}$. Тобто, в середньому безперервно зайнятий канал буде видавати $\lambda^{(i)}/\mu^{(i)}$ опрацьованих запитів в одиницю часу. Запит, що надійшов в момент, коли всі канали зайнятті становиться у чергу. Для спрощення вважатимемо, що кожний клас запитів має власну чергу довжиною m. Введемо позначення: $\rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$

Стан системи для одного класу запитів будемо нумерувати відповідно до числа запитів, що зв'язані з системою: S_0 – канали вільні; S_1 – 1 зайнятий один канал, усі інші вільні; S_k – зайняті k каналів, інші вільні; S_n – зайняті всі n каналів, черги немає; S_{n+m} – зайняті n каналів, місць в черзі немає.

Графосимволічне представлення такої системи зображено на рис.1

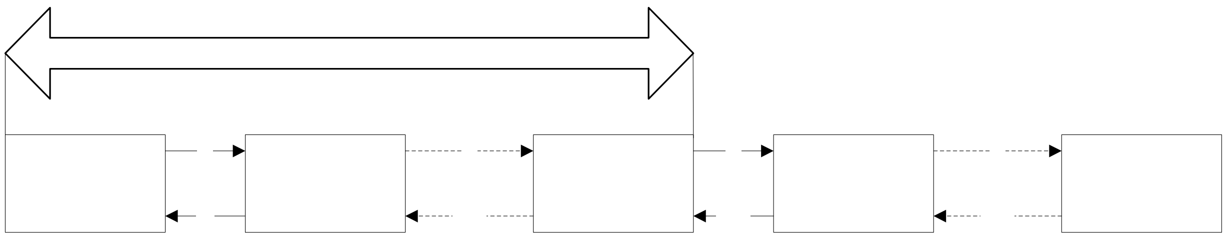

Рис.1 Багатоканальна СМО з очікуванням для одного класу запитів

Згідно [1] наведемо граничні ймовірності перебування системи в кожному з можливих станів.

$$p_k = \frac{\rho^k}{k!} p_0 \quad (k = 1,2,...,n) \tag{1}$$

$$p_{n+i} = \frac{\rho^{n+i}}{n^i n!} p_0 \qquad (i = 1,2,...,m) \tag{2}$$

$$p_0 = \sum_{t=0}^{n} \frac{\rho^t}{t!} + \frac{\rho^n}{n!} \frac{\frac{\rho}{n} - \left(\frac{\rho}{n}\right)^{m+1}}{1 - \frac{\rho}{n}}$$

Очевидно, що запити з меншим пріоритетом можу бути оброблені тільки у випадку, коли черги запитів з більшими пріоритетами вільні. Якщо всі вхідні потоки мають пуасонівський розподіл [1], то сумарний вхідний потік буде дорівнювати: $\lambda^{(u)} = \sum_{t=1}^{u} \lambda_t$. А сумарний потік обслуговування: $\mu^{(u)} = \sum_{t=1}^{u} \mu_t$. Або при однаковій інтенсивності обслуговування усіх класів запитів $\mu^{(u)} = u * \mu$; $\rho^{(u)} = \frac{\lambda^{(u)}}{\mu^{(u)}}$. Тому в загальному випадку ймовірності того, що всі канали будуть вільними від запитів з пріоритетами більшими за *u* визначатиметься як:

$$p_0^{(u)} = \sum_{t=0}^{n} \frac{\rho^{(u)t}}{t!} + \frac{\rho^{(u)n}}{n!} \cdot \frac{\frac{\rho^{(u)}}{n} - \left(\frac{\rho^{(u)}}{n}\right)^{u\cdot(m+1)}}{1 - \frac{\rho^{(u)}}{n}} \tag{3}$$

В наведених формулах *u* приймає значення *u* =1,2,…,*N*. Чим менший пріоритет має запит, тим більше значення *u* йому відповідає. Формули (1) та (2) також зміняться при підстановці в них (3).

Ймовірність відмови для запиту з певним пріоритетом дорівнює ймовірності того, що всі канали зайнятті і в черзі для цього класу запитів немає вільних місць $P_{відм.}^{(u)} = p_{n+m}^{(u)} = \frac{\rho^{(u)^{n+m}}}{n^m n!} \cdot p_0^{(u)}$. При цьому — відносна пропускна здатність $q^{(u)} = 1 - P_{відм}^{(u)}$; абсолютна пропускна здатність запитів певного типу $A^{(u)} = \lambda^{(u)} \cdot q^{(u)}$; абсолютна пропускна здатність всієї системи $A_\Sigma = \sum_{t=1}^{l} A^{(t)}$ (де *l* – загальна кількість пріоритетів, які встановлені у системі).

Однією з найважливіших характеристик багатоканальної СМО є середня кількість зайнятих каналів. Позначимо середнє число зайнятих каналів *Z*. Кожний зайнятий канал обслуговує в середньому μ заявок в одиницю часу, а СМО в цілому обслуговує в середньому A_Σ заявок в одиницю часу.

Відповідно отримаємо $Z = \frac{A_{\Sigma}}{\mu}$. Цей параметр добре ілюструє ефективність використання апаратних можливостей системи. Якщо кількість вільних каналів більша за третину загальної кількості каналів обслуговування, то згідно з [3] система нераціональна і потребує доопрацювання.

Виходячи з формул, наведених у [1,2], середню кількість запитів у системі можна знайти як математичне очікування дискретної випадкової величини $r^{(u)} = \frac{\rho^{(u)^{n+1}} p_0^{(u)}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1 - \left(\frac{\rho^{(u)}}{n}\right)^m \cdot (m+1)}{\left(1 - \frac{\rho^{(u)}}{n}\right)}$. Згідно з формулою Літтла [1,4], середній час очікування заявки пріоритету u визначається з відношення кількості запитів у системі до вхідного потоку: $t^{(u)}{}_{\text{очікуван}} = \frac{r^{(u)}}{\lambda_u}$

1. Представлена базова модель, яка враховує, на відміну від відомих методів, спосіб керування неоднорідним трафіком на основі пріоритетів.

2. Одним з можливих напрямків розвитку математичної моделі є введення динамічних пріоритетів, що дозволило б майже повністю відмовитись від початкового розрахунку і налаштування системи.

Література

1. Клейнрок Л."Теория массового обслуживания", М.: "Машиностроение", 1990г., 432 с- ISBN 0 -471-49111-10.

2. Kleinrock L., Gail R. Solution Manual for Queueing Systems. V. II. // Computer Applications Technology Transfer Institute/ — 1991. ISBN 0-942948-01-7

3. Муравьева-Витковская Л.А. Определение структурных параметров коммутатора телекоммуникационной сети. // Новые методологии проектирования изделий микроэлектроники: Материалы МНТК, Владимир. 4-5 декабря 2003 г. - С.98-101.

4. Hoorn M. Algorithms and Approximations for Queueing Systems. // PhD thesis, Vrije Universiteit te Amsterdam, Mathematical Center, Amsterdam, 1990.

Масліков С.А., Дюжаєв Л.П. ***Математична модель багатоканальної системи масового обслуговування.*** *У статті пропонується математична модель багатоканальної системи масового обслуговування з очікуванням на основі розподілених пріоритетів.*
***Ключові слова**: математична модель, теорія масового обслуговування*

Масликов С.А., Дюжаев Л.П. ***Математическая модель многоканальной системы массового обслуживания.*** *В статье предлагается математическая модель многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием на основе распределенных приоритетов*
***Ключевые слова:** математическая модель, теория массового обслуживания*

Maslikov S., Dujaev L. ***Mathematical model of the multichannel queuing system.*** *In the article the mathematical model of the multichannel queuing system with idle on the basis of distributed priorities is proposed.*
***Key words:** Mathematical model, queueing theory*