

## ТЕОРІЯ І ПРАКТИКА РАДІОВИМІРЮВАНЬ

УДК681.518

### ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДОЛОГІЙ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ

Руденко Н.М., Мірських Г.О.

Традиційна методологія оцінювання точності вимірювання спирається на теорію ймовірностей та математичну статистику і використовує поняття похибки вимірювання [1]. Практичне використання цієї методології, за звичай, потребує знання закону розподілення результатів вимірювання (що не завжди можливо), використовує, як правило, не достатньо обґрунтовані схеми додавання випадкових та систематичних похибок, які мають різну природи походження т.ін. Ці вади особливо проявилися після введення у практику вимірювань апаратури нового покоління — інтелектуальних та віртуальних (комп'ютерних) вимірювальних систем, що використовують знання різного характеру (як кількісні так і якісні). У зв'язку з цим була запропонована друга методологія, яка на даний час активно розробляється та впроваджується в практику вимірювання [2]. Паралельне існування двох вказаних методологій оцінювання точності вимірювання передбачає наявність у дослідника знань переваг, недоліків та області застосування кожного з них.

Головні відмінності нової методології оцінювання точності вимірювання від традиційної полягають, по-перше, в заміні понять "похибка" та "істинне значення вимірюваної величини" поняттями "невизначеність" та "оцінене значення вимірюваної величини"; по-друге, в переході від розділення похибок за природою їх проявлення (на випадкові та систематичні) до розділення невизначеності вимірювання за способом його оцінювання (за типом *A* — методами математичної статистики; за типом *B* — іншими методами). Відмова від використання поняття *похибка результату вимірювання* мотивується тим, що воно спирається на поняття *істинного значення вимірюваної величини*, яке є основним в традиційній методології, хоча принципово не може бути визначене. За новою методологією основним вважається поняття "*невизначеність результату вимірювання*", яке, звичайно, не претендує на знання істинного значення вимірюваної величини і тому більш точно характеризує сам процес вимірювання. В якості характеристик невизначеності пропонується використовувати *стандартну невизначеність*, *сумарну невизначеність* і *розширену невизначеність*. Оцінки вказаних невизначеностей отримують з експериментальних даних (оцінки за типом *A*) та на підставі додаткової, в тому числі експертної, інформації (оцінки за типом *B*). При цьому використовується статистичний підхід незалежно від способу оцінювання невизначеностей (вважається, що всі поправки, пов'язані з систематичними похибками введені заздалегідь). В якості оцінки невизначеності ви-

вимірювання використовується *розширена невизначеність* ( $u_a$ ), а для проміжних величин, на підставі яких отримують результат вимірювання, розраховується *стандартна невизначеність* ( $u$ ) і *сумарна стандартна невизначеність* ( $u_s$ ). Розширена невизначеність розраховується як  $u_a = k \cdot u_s$ , де  $k$  — числовий коефіцієнт, що зветься коефіцієнтом охопту.

Розглянемо процедуру оцінювання невизначеності вимірювання величини  $y = f(x_1, \dots, x_m)$ , де  $x_1, \dots, x_m$  — вхідні величини, що безпосередньо вимірюються,  $m$  — кількість вхідних величин.

Оцінку вимірювальної величини  $y$  розраховують як функцію  $f$  вхідних величин  $x_1, \dots, x_m$  після внесення поправок на всі відомі ефекти, що спричиняють "викривлення" результату вимірювання. Після цього розраховують стандартні невизначеності вхідних величин  $u(x_i)$  і коефіцієнти кореляції  $r(x_i, x_j)$  оцінок  $i$ -ї та  $j$ -ї вхідних величин ( $i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, m$ ).

При цьому, як було вказано, розрізняють два типи оцінок стандартної невизначеності: оцінки за типом **A** — отримання статистичних оцінок дисперсій розподілення ймовірностей на підставі вимірювань, та оцінки за типом **B** — отримання дисперсій на підставі апріорної нестатистичної інформації. Розрахунок стандартної невизначеності  $u$  враховує як оцінки за типом **A**, так і оцінки за типом **B**.

Вихідними даними для розрахунку стандартної невизначеності за типом **A** є результати багатократних вимірювань:  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in_i}$ , ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Стандартна невизначеність  $l$ -го одиничного вимірювання ( $l = 1, 2, \dots, n_i$ ) розраховується за формулою

$$u(x_{il}) = u_A(x_{il}) = \sqrt{\frac{1}{n_i - 1} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2},$$

де  $\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq}$ ,  $n_i$  — кількість вимірювань змінної  $x_i$ .

Стандартна невизначеність результату вимірювання  $x_i = \bar{x}_i$ , розрахованого як середнє арифметичне, дорівнює

$$u(x_i) = u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}$$

Вихідними даними для оцінки стандартної невизначеності за типом **B** є визначена апріорна інформація: дані попередніх вимірювань величин, що входять до рівняння вимірювання; відомості про види розподілу ймовірностей цих величин; дані, що базуються на досвіді дослідника та загальні знання щодо поведінки та властивостей відповідних приладів, пристроїв,

матеріалів; значення констант, довідкові дані; дані перевірки апаратури, її калібрування; відомості виготовлювача щодо приладів та ін.

Невизначеність даних для такої інформації, за звичай, подають у вигляді границь відхилення вхідної величини від її оцінки. У випадку, коли закон розподілення ймовірностей оцінок невідомий, використовують апроксимацію того чи іншого виду. При цьому найчастіше (але, звичайно, не завжди) використовується закон рівномірного розподілення  $i$ -ї вхідної величини в заданих (нижній та верхній) границях  $(b_{i-}, b_{i+})$ . За умови використання такого закону стандартна невизначеність оцінки за типом **B**, може бути подана як  $u(x_i) = u_B(x_i) = (b_{i+} - b_{i-}) / (2\sqrt{3})$ .

Для симетричних границь  $b_{i+} = -b_{i-} = b_i$ :  $u(x_i) = u_B(x_i) = b / \sqrt{3}$

Для оцінки коефіцієнта кореляції використовуються спряжені пари результатів вимірювань  $(x_{ik}, x_{jk})$ ;  $k = 1, 2, \dots, n$ :

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^n (x_{jk} - \bar{x}_j)^2}}$$

де  $n$  — число сумісних вимірювань (оцінок) величин  $x_{ik}, x_{jk}$ .

Відмітимо, що за наявності експертних оцінок якості об'єкту у вигляді рангів можна використати, наприклад, коефіцієнт рангової кореляції [3].

Після цього розраховують сумарну стандартну невизначеність  $u_s$ . Якщо кореляція між оцінками  $x_1, \dots, x_m$  відсутня, сумарна стандартна невизначеність розраховується як  $u_s^2(y) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)$ , а за наявності ко-

реляції як  $u_s^2(y) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j)$ ,

де  $u(x_i)$  — стандартна невизначеність  $i$ -ї вхідної величини, що оцінена за типом **A** або за типом **B**.

Коефіцієнт охопту  $k$  при оцінюванні розширеної невизначеності в загальному випадку задається формулою  $k = t_P(v_{eff})$ , де  $t_P(v_{eff})$  — квантіль розподілення Стюдента з ефективним числом ступенів свободи  $v_{eff} = n - 1$  та рівнем довіри  $P$ . Для практично важливих випадків вважають, що  $k = 2$  при  $P = 0,95$  та  $k = 3$  при  $P = 0,99$ .

Таким чином, нова методологія поширює закон Гауса щодо додавання похибок, характерний для непрямих вимірювань за умови нормального розподілення ймовірностей результатів вимірювань (оцінки за типом *A*), на випадок оцінки за типом *B*. В останньому випадку  $n_i$  дорівнює числу свідочств (уявний еквівалент вимірювання) для змінної  $x_i$ . За умови використання нестатистичних даних, число ступенів свободи визнається рівним  $n_i = \infty$ , що відповідає теоретичному значенню.

За умови подання результатів вимірювання з використанням поняття *невизначеності* необхідно наводити кількість інформації, який був би достатнім для забезпечення можливості повторити весь процес оцінювання, а саме: алгоритм отримання результатів вимірювання; алгоритм розрахунку всіх поправок і їх невизначеностей; оцінки невизначеностей всіх даних, що використовуються, та способів їх отримання; алгоритм обчислення сумарної і розширеної невизначеностей.

Порівняння двох методологій показує, що методологія, побудована на основі невизначеності є більш загальною, бо може бути використана для роботи як з кількісною (в т.ч. статистичною) так і з якісною нестатистичною інформацією у вигляді свідочств експертів, довідкових даних т.ін.

#### Література

1. Методы электрических измерений /Под ред. Э.И. Цветкова. — Л.: Энергоатомиздат — 1990. — 398 с. (ISBN 966-552-178-7)
2. МИ 2552-99. Рекомендация. ГСИ. Применение "Руководства по выражению неопределенности измерений". — СПб.: ВНИИМ им. Д.И.Менделеева. — 1999. — 87 с.
3. Романов В.Н., Комаров В.В. Анализ и обработка экспериментальных данных. — СПб.: СЗТУ — 2002. — 197 с. (ISBN 987-875-452).

*Руденко Н.М., Мірських Г.О. Порівняльний аналіз методологій оцінювання результатів вимірювання. Проведено порівняльний аналіз традиційної методології оцінювання результатів вимірювання та методології, що базується на поняттях "невизначеність" та "оцінене значення" вимірювальної величини*

**Ключові слова:** вимірювання, похибка вимірювання, оцінене значення, невизначеність результату вимірювання

*Rudenko N.H., Mirskikh G.A. Сравнительный анализ методологий оценивания результатов измерения. Проведен сравнительный анализ традиционной методологии оценки результатов измерения и методологии, которая базируется на понятиях "неопределенность" и "оцененное значение" измеряемой величины*

**Ключевые слова:** Измерение, ошибка измерения, оцененное значение, неопределенность результата измерения

*Rudenko N.M., Mirskikh G.A. The comparative analysis of methodology of the measurement results. The comparative analysis of traditional methodology of an estimation of results of measurement and methodology, which is based on concepts "uncertainty" and "the appreciated meaning" of the measurement value*

**Key words:** measurement, mistake of measurement, appreciated meaning, uncertainty of result of measurement