

6. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган: М. Наука, 1979. – 830 с.

<p>Трубин А.А. Добротные колебания сферических диэлектрических резонаторов оптического и инфракрасного диапазонов. Приведены результаты анализа электромагнитных параметров диэлектрических резонаторов, выполненных из низко проницаемых диэлектриков оптического и инфракрасного диапазонов. Проведен анализ частот и добротностей собственных колебаний высших типов двухслойных диэлектрических резонаторов сферической формы. Показано существование высоко добротных колебаний.</p>	<p>Trubin A.A. High-Q Spherical Dielectric Resonator oscillations in the optical and infrared ranges. It's provided the analysis results for the Dielectric Resonators electromagnetic parameters with low permittivity dielectric in the optical and infrared wave-length ranges. The frequencies and Q-factors of the Spherical two-layer Dielectric Resonators is tested. It's studied resonances of very big number coupling Spherical Resonators. An existence of high-Q resonances is demonstrated.</p>
--	--

Надійшла до редакції 20 квітня 2006 року

УДК 621.317.3

РОЗРАХУНОК ХВИЛЕВОДІВ З ЧАСТКОВИМ ДІЕЛЕКТРИЧНИМ ЗАПОВНЕННЯМ

Манойлов В.П., Чухов В.В.

Отримано універсальний вираз для ефективної діелектричної проникності частково заповнених хвильоводів (ЧЗХ) з двома діелектричними пластинами та узагальнено випадок однієї діелектричної пластини при їх довільному розташуванні, проникностях та розмірах.

Вступ

Аналіз публікацій по хвильоводних методах вимірювання діелектричної проникності матеріалів показує, що більшість цих методів не враховує часткове (відносно поперечного перерізу) заповнення хвильоводу зразком внаслідок його неточного виготовлення, що вимагає розробки способу усунення такої похибки. Реалізація такого підходу вимагає, в першу чергу, пошуку їх сталих поширення.

Постановка задачі

Поряд з існуючими строгими методами пошуку сталих поширення [1-3] є потреба в простому наближеному методі, який, маючи прийнятну на практиці точність, не вимагатиме громіздких розрахунків.

В основу вирішення такої задачі пошуку сталої поширення в ЧЗХ доцільно покласти поняття ефективної діелектричної проникності ϵ_{ef} (див., наприклад, [4-5]).

Теоретичні викладки

Як звичайно, сталу поширення будемо шукати у вигляді

$$\gamma^2 = k^2 \epsilon_r - \chi^2, \quad (1)$$

де $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число вакууму; ϵ_r – відносна діелектрична проникність матеріалу, яким заповнено хвилевід; χ – поперечне хвильове число.

Так як $\gamma = \beta - i\alpha$, то при малих втратах у хвилеводі $\gamma \approx \beta$ і має місце наближена рівність

$$\beta^2 = k^2 \epsilon_r - \chi^2 \quad (2)$$

Згідно [4, 5] перший доданок в (1) можна представити у вигляді $k^2 \epsilon_{ef}$.

Вираз для ϵ_{ef} можна записати через власні поперечні векторні функції порожнього хвилеводу [5]:

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_{серед} \epsilon_{\perp}, \quad (3)$$

де

$$\epsilon_{серед} = \frac{1}{S_{\perp}} \int_{S_{\perp}} \epsilon_r(x, y) ds, \quad (4)$$

$$\epsilon_{\perp} = \frac{1}{\epsilon_{серед} S_{\perp}} \int_{S_{\perp}} \epsilon_r(x, y) \bar{E}_a \bar{E}_{a'} ds, \quad (5)$$

$\epsilon_r(x, y)$ – функція розподілу ϵ_r в поперечному перерізі хвилеводу; $S_{\perp} = S_0 + S_{\delta}$ – площа поперечного перерізу хвилеводу; S_0 – незаповнена частина площі поперечного перерізу хвилеводу; S_{δ} – площа поперечного перерізу діелектрика; $\bar{E}_a, \bar{E}_{a'}$ – поперечні електричні власні векторні функції порожнього хвилеводу; для основної хвилі $\bar{E}_a = \bar{E}_{a'} \equiv \bar{E}$.

Для частково заповненого хвилеводу з однією діелектричною пластинною (рис. 1) маємо [6]:

$$\epsilon_{ef} = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} \cdot \text{sinc} \frac{\pi c}{a} \right) \frac{cd}{ab}. \quad (6)$$

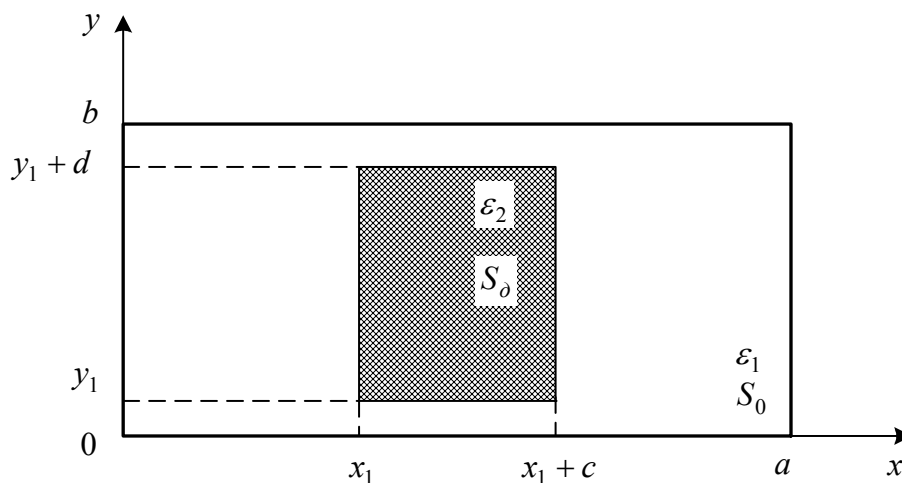


Рис.1. Частково заповнений хвилевід з однією діелектричною пластиною.

Якщо хвилевід заповнено повітрям $\epsilon_1 = 1$, а діелектрик має проникність $\epsilon_2 = \epsilon_r$ то [5]:

$$\epsilon_{ef} = 1 + (\epsilon_r - 1) \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} \cdot \text{sinc} \frac{\pi c}{a} \right) \frac{cd}{ab}. \quad (7)$$

де $\text{sinc} \xi = \frac{\sin \xi}{\xi}$.

Введемо в розгляд множник заповнення:

$$\eta = \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} \cdot \text{sinc} \frac{\pi c}{a} \right) \frac{c}{a} \frac{d}{b} = \left(1 - \cos \frac{\pi(2x_1 + at_x)}{a} \cdot \text{sinc} \pi t_x \right) t_x t_y \quad (8)$$

де $t_x = \frac{c}{a}$ – коефіцієнт заповнення хвилеводу уздовж вісі x ; $t_y = \frac{d}{b}$ – коефіцієнт заповнення хвилеводу уздовж вісі y .

З урахуванням (7) вираз (8) набуде вигляду

$$\epsilon_{ef} = 1 + (\epsilon_r - 1) \eta. \quad (9)$$

З (9) випливає, що для хвилеводу, заповненого повітрям ($t_x = 0$, $t_y = 0$, $\epsilon_r = 1$) $\eta = 0$ і $\epsilon_{ef} = 1$, а для хвилеводу, заповненого діелектриком з проникністю ϵ_r ($t_x = 1$, $t_y = 1$) $\eta = 1$ і $\epsilon_{ef} = \epsilon_r$, що повністю відповідає (1).

Для частково заповненого хвилеводу з (9) випливає, що

$$0 < \eta < 1 \text{ і } 1 < \epsilon_{ef} < \epsilon_r.$$

За визначенням [2] коефіцієнт сповільнення хвилі

$$m = \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (10)$$

де Λ – довжина хвилі в ЛП (хвилеводі), яка, в свою чергу, однозначно визначається його фазовим коефіцієнтом β :

$$\Lambda = \frac{2\pi}{\beta}. \quad (11)$$

Підставляючи (11) в (10), отримаємо

$$m = \frac{\beta}{k}, \quad (12)$$

звідки

$$\beta = km \quad (13)$$

З іншого боку, згідно (2), маємо

$$\beta^2 = k^2 \varepsilon_r - \chi^2 = k^2 \left[\varepsilon_r - \left(\frac{\chi}{k} \right)^2 \right]. \quad (14)$$

Порівнюючи вирази (13) і (14), отримаємо формулу, яка виражає зв'язок між коефіцієнтом сповільнення та ефективною діелектричною проникністю [6]:

$$m = \sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\chi}{k} \right)^2}. \quad (15)$$

В частинному випадку, для хвилі H_{10} прямокутного хвилеводу ($\chi = \pi/a$), отримаємо з (15)

$$m = \sqrt{\varepsilon_{ef} - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2}. \quad (16)$$

Враховуючи діапазон значень ε_{ef} згідно (9), з (15) випливає, що значення m будуть лежати в діапазоні

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\chi}{k} \right)^2} \leq m \leq \sqrt{\varepsilon_r - \left(\frac{\chi}{k} \right)^2}. \quad (17)$$

Отримані результати справедливі для H -, E -хвиль. Для T -хвиль, як відомо, $\chi^2 = 0$.

Підставляючи значення $\chi^2 = 0$ в (15), отримаємо формулу, яка встановлює зв'язок між коефіцієнтом сповільнення та ефективною діелектричною проникністю у випадку T – хвиль:

$$m = \sqrt{\varepsilon_{ef}}. \quad (18)$$

Підстановка (18) в (12) дає наступний результат

$$\sqrt{\varepsilon_{ef}} = \frac{\beta}{k}.$$

Отриманий результат повністю збігається з визначенням ефективної діелектричної проникності, який використовується при розрахунках інтегральних ліній передач [7].

Таким чином, знайдено зв'язок між ε_{ef} та β для H – та E – хвиль. Справедливість отриманих результатів підтверджена шляхом співставлення відомого та знайденого рішень для випадку T – хвиль.

Аналіз результатів

Практичну придатність описаного підходу визначимо шляхом його співставлення з точним розв'язком.

З точки зору простоти виготовлення та зручності вимірювань доцільно розглянути такі ЧЗХ (при цьому використаємо позначення модифікацій застосовані в роботі [1]):

- прямокутний хвилевід з двома діелектричними пластинами, розташованими симетрично біля вузьких стінок (модифікація 2-1-2) - рис. 2 а;
- прямокутний хвилевід з центральносиметричною діелектричною пластиною (модифікація 1-2-1) - рис. 2 б;
- прямокутний хвилевід з однією діелектричною пластиною біля вузької стінки (модифікація 1-2) - рис. 2 в.

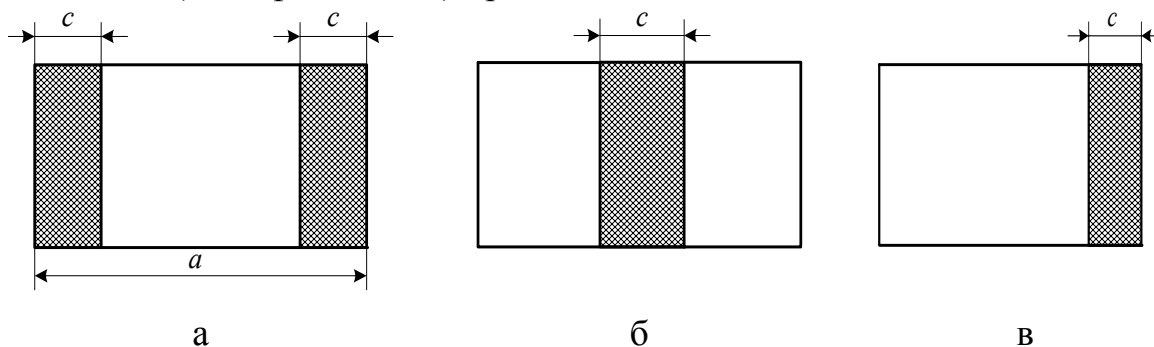


Рис. 2. Частково заповнені хвилеводи

(а – модифікація 2-1-2; б – модифікація 1-2-1; в – модифікація 1-2).

Вираз (6) справедливий лише для модифікацій 1-2-1 та 1-2. Отримаємо вираз для ε_{ef} у випадку модифікації 2-1-2 такої, коли пластини розташовані на довільній відстані від стінок хвилеводу (рис. 3).

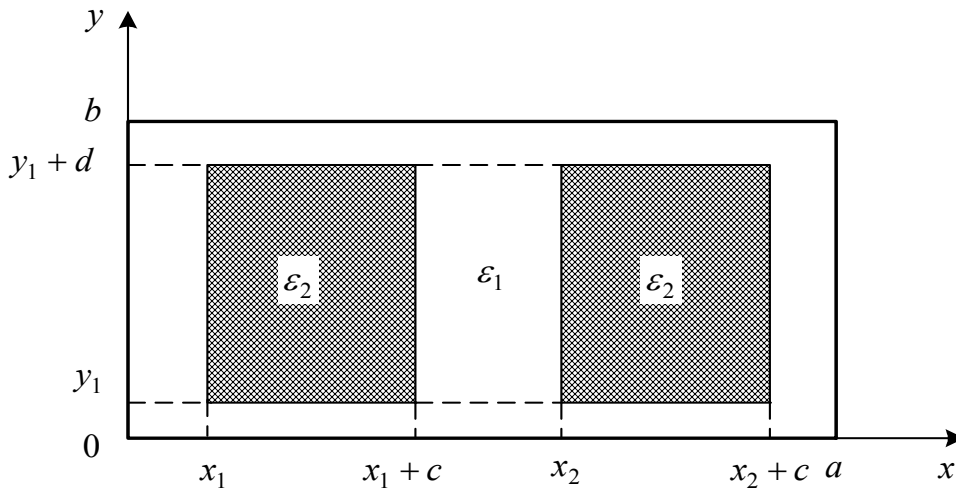


Рис. 3. Частково заповнений хвилевід з двома діелектричними пластинами.

Використовуючи (3), отримаємо

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ef} &= \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \left[1 - \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi(2x_1 + c)}{a} + \cos \frac{\pi(2x_2 + c)}{a} \right) \operatorname{sinc} \frac{\pi t_x}{2} \right] t_x t_y = \\ &= \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \left(1 - \cos \frac{\pi(x_1 + x_2 + c)}{a} \cdot \cos \frac{\pi(x_1 - x_2)}{a} \cdot \operatorname{sinc} \frac{\pi t_x}{2} \right) t_x t_y, \end{aligned} \quad (19)$$

де $t_x = \frac{2c}{a}$, $t_y = \frac{d}{b}$.

Порівнюючи отриманий вираз з (6) та (9), отримуємо вираз для множника заповнення

$$\eta = \left(1 - \cos \frac{\pi(x_1 + x_2 + c)}{a} \cdot \cos \frac{\pi(x_1 - x_2)}{a} \cdot \operatorname{sinc} \frac{\pi t_x}{2} \right) t_x t_y. \quad (20)$$

З урахуванням (20) вираз (19) набуде вигляду

$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \eta. \quad (21)$$

Для частинного випадку $\varepsilon_1 = 1$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_r$ з (21) маємо

$$\varepsilon_{ef} = 1 + (\varepsilon_r - 1) \eta. \quad (22)$$

Порівнюючи між собою (22) та (9), робимо висновок про те, що ці вирази відрізняються лише формою множника заповнення.

Остаточно для модифікацій 2-1-2, 1-2-1 та 1-2 (див. рис. 2) маємо

$$\varepsilon_{ef} = 1 + (\varepsilon_r - 1)\eta, \quad (23)$$

де вигляд множника заповнення η наведено в таблиці 1, за умови $t_y = 1$, тобто заповнення по вузькій стінці повне.

Таблиця 1

Множник заповнення для різних модифікацій ЧЗХ

	Модифікація ЧЗХ		
	2-1-2	1-2-1	1-2
η	$(1 - \text{sinc } \pi t_x) t_x$	$(1 + \text{sinc } \pi t_x) t_x$	$(1 - \text{sinc } 2\pi t_x) t_x$
t_x	$\frac{2c}{a}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{c}{a}$

Як приклад, на рис. 4 – 6 наведено залежності $m(t_x)$ при різних значеннях ε_r , причому суцільні криві відповідають розв'язку дисперсійних рівнянь модифікацій 2-1-2, 1-2-1, 1-2 [2], а пунктирні – наближеному розв'язку (23), причому всі залежності побудовано при таких значеннях t_x , коли в ЧЗХ поширюється лише хвиля основного типу.

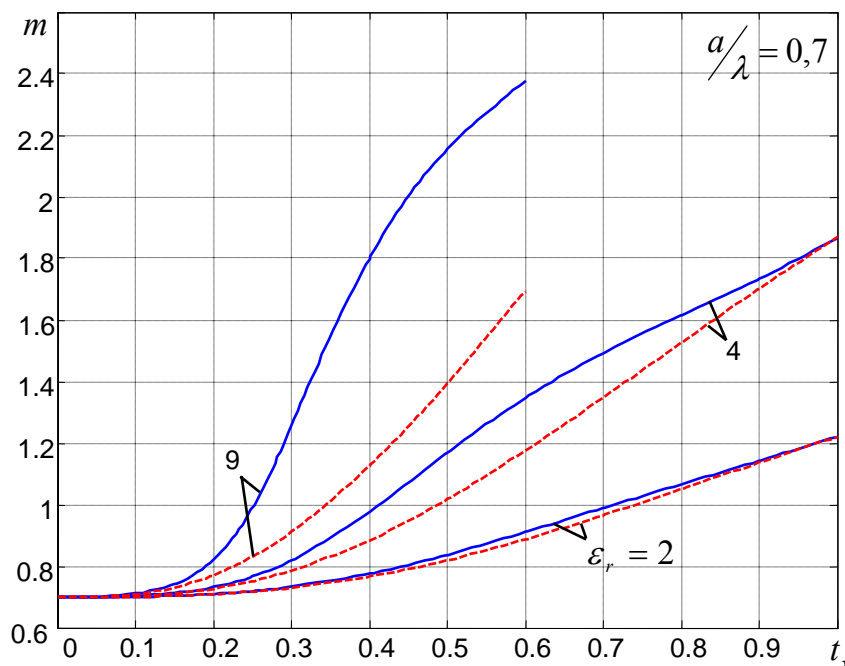


Рис. 4. Залежність $m(t_x)$ для модифікації 2-1-2 при $a/\lambda = 0,7$.

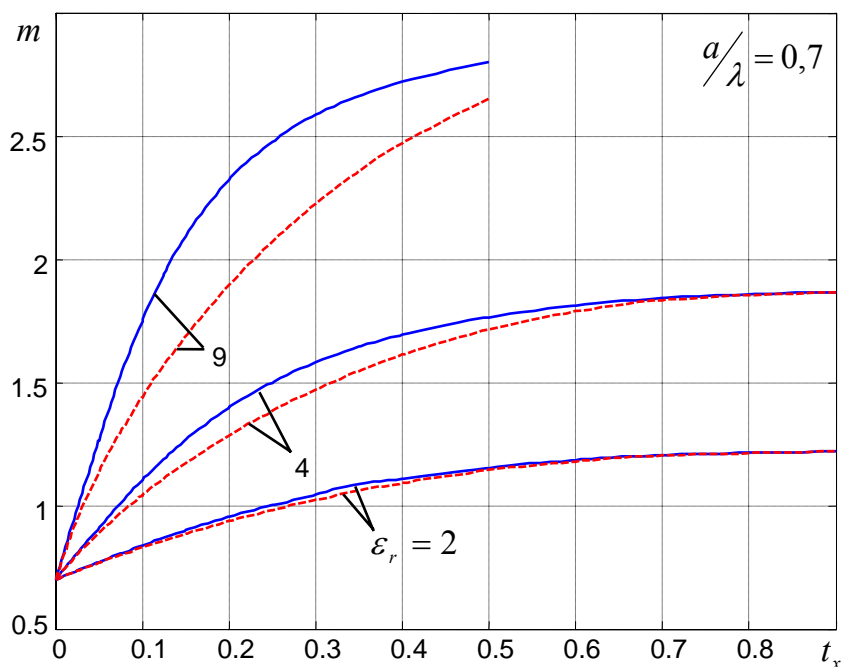


Рис. 5. Залежність $m(t_x)$ для модифікації 1-2-1 при $a/\lambda = 0,7$.

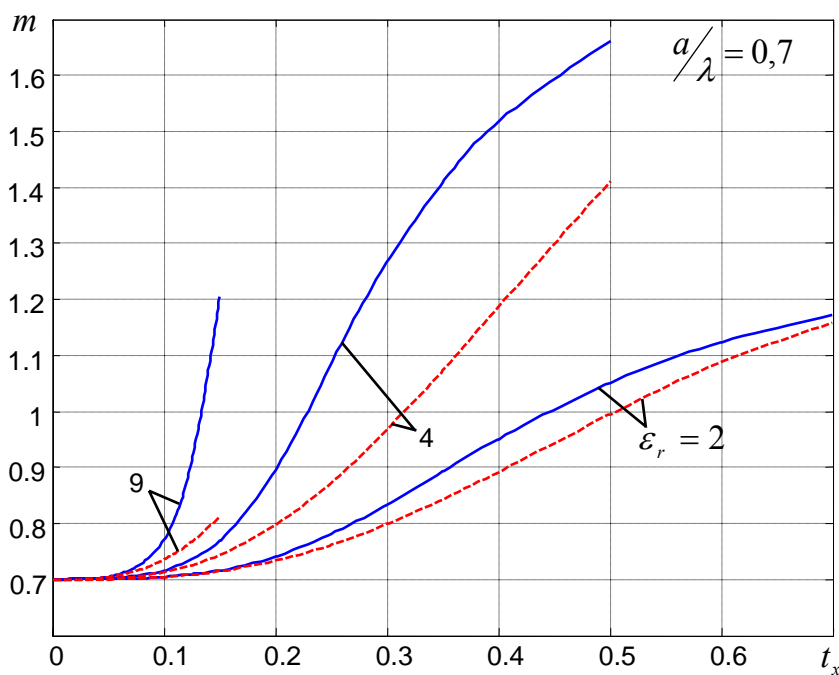


Рис. 6. Залежність $m(t_x)$ для модифікації 1-2 при $a/\lambda = 0,7$.

Висновки

Аналіз наведених залежностей дозволяє зробити наступні висновки:

– з трьох розглянутих модифікацій найкращу збіжність зі строгим розв'язком має модифікація 1-2-1, дещо гіршу – модифікація 2-1-2 і найгіршу – 1-2;

– формула (23) дає систематично занижений результат, оскільки не враховує діелектричного ефекту;

– розбіжність строгого та наближеного розв'язків збільшується при збільшенні діелектричної проникності пластини (пластин) ϵ_r та коефіцієнта заповнення t_x , а також збільшення a/λ ;

– особливістю модифікацій 2-1-2 та 1-2-1 є те, що похибка наближеного розв'язку має мінімум на початку та в кінці діапазону значень t_x і досягає максимуму приблизно в його середині. Проте така тенденція не спостерігається для модифікації 1-2. Максимальна відносна похибка (див. рис. 4-6) при цьому не перевищує

для модифікації 2-1-2

2,6 % ($\epsilon_r = 2$, $a/\lambda = 0,7$) та 13 % ($\epsilon_r = 4$, $a/\lambda = 0,7$);

для модифікації 1-2-1

2,7 % ($\epsilon_r = 2$, $a/\lambda = 0,7$) та 8 % ($\epsilon_r = 4$, $a/\lambda = 0,7$);

для модифікації 1-2

6,2 % ($\epsilon_r = 2$, $a/\lambda = 0,7$);

– наближений розв'язок (23) можна використовувати замість точного при $\epsilon_r \leq 4$ для модифікації 2-1-2 та 1-2-1 та при $\epsilon_r \leq 2$ для модифікації 1-2.

В роботі [1] для знаходження сталої поширення ЧЗХ використано варіаційний метод. Формули, знайдені за його допомогою, для найпростіших видів апроксимації, та формули (23) повністю збігаються. В силу цього, враховуючи результати [1], наближений розв'язок (23) можна використовувати замість точного при $\epsilon_r \leq 5$ для модифікацій 2-1-2 та 1-2-1 при будь-яких значеннях t_x (при $t_y = 1$). При більших значеннях ϵ_r (до 10) можна використати наведені в [1] формули для другого наближення. Крім цього, формула (23) дає кращі результати для тонких пластинок, паралельних лініям електричного поля, причому при $t_y = 1$ [1]. Знання ϵ_r , t_x та t_y дасть змогу використати при розрахунках сталих поширення в ЧЗХ формулу (23), не розв'язуючи при цьому трансцендентні дисперсійні рівняння.

Отже, отримано аналітичні вирази для ефективної діелектричної проникності ϵ_{ef} ЧЗХ з двома діелектричними пластинами та узагальнено випадок однієї діелектричної пластини при їх довільному розташуванні, проникностях та розмірах. Шляхом введення множника заповнення η вираз для ϵ_{ef} приведено до спільного виразу у вигляді (21) для різних модифікацій

ЧЗХ, причому, другий доданок в (21) відповідає збуренню порожнього хвилеводу діелектриком та відповідному приросту сталої поширення збуреного хвилеводу.

Вираз (23) можна використовувати замість точного при $\epsilon_r \leq 5$ для модифікацій 2-1-2 та 1-2-1 при будь-яких значеннях t_x (при $t_y = 1$), при розрахунках фазообертачів, узгоджуючих трансформаторів, тощо, а також вимірюванні діелектричної проникності матеріалів [8].

Література

1. Егоров Ю.В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. – М.: Сов. радио, 1967. – 216 с.
2. Бергер М.Н., Капилевич Б.Ю. Прямоугольные волноводы с диэлектриками. – М.: Сов. радио, 1973. – 256 с.
3. Мурмужев Б.А., Самородов В.В., Спиридонов О.П. Дисперсионные характеристики металлодиэлектрических волноводов. // Радиотехника и электроника. – 1999. Т.44, №2 – С. 157-165.
4. Капилевич Б.Ю., Трубехин Е.Р. Волноводно-диэлектрические фильтрующие структуры. Справочник. – М.: Радио и связь, 1990. – 272 с.
5. Почерняев В.Н., Скрыпник Л.В. Постоянная распространения частично заполненного волновода // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1988. Т. 31, №5. – С. 63-64.
6. Chukhov V.V. One method of propagation constants measurement // Proceedings of the 4-th International Kharkov Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter, and Submillimeter Waves (MSMW'01). – Kharkov, Ukraine. – 2001. – V.2, p. 820-822.
7. Нарытник Т.Н., Бабак В.П., Ильченко М.Е., Кравчук С.А. Микроволновые технологии в телекоммуникационных системах. – К.: Техніка, 2000. – 304 с.
8. Чухов В.В. Модифікований метод вимірювання параметрів діелектриків // Матеріали VIII-ї науково-технічної конференції „Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах”. – Хмельницький: Технологічний університет Поділля. – 2001. – С. 147-149.

Манойлов В.П., Чухов В.В. Расчет волноводов с частичным диэлектрическим заполнением Получено универсальное соотношение для расчета эффективной диэлектрической проницаемости частично заполненных волноводов с одной и двумя диэлектрическими пластинами.	Manoilov V.P., Chukhov V.V. Calculation of the waveguide with the shape dielectric fills. Universe formula for calculations of the effective dielectric permittivity of the waveguide with the shape dielectric fills by one or two plate are received.
--	--

Надійшла до редакції 20 травня 2006 року