

ДВУХЭТАПНАЯ КАУЗАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЦИФРОВЫХ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Вишневый С.В., Жук С.Я.

Для многих научно-исследовательских, а также прикладных задач неотъемлемым условием их решения является использование цифровой обработки изображений, особым направлением которой является фильтрация [1]. Наиболее полное решение задачи фильтрации изображения даёт байесовская теория, однако ее практическая реализация сопряжена с необходимостью выполнения огромного числа арифметических операций, что приводит к значительным вычислительным трудностям [2]. По характеру используемых данных, различают одномерную фильтрацию, когда фильтрация осуществляется вдоль одной координаты цифрового изображения, например, вдоль строки или столбца, и двумерную фильтрацию. Двумерная фильтрация позволяет получить более точные результаты, по сравнению с одномерной, однако требует огромных вычислительных затрат, что является значительной трудностью для практической реализации двумерных методов фильтрации. Т.о., создание алгоритмов, лишенных указанных недостатков - актуальная задача цифровой обработки изображений. Использование аппарата марковских процессов с дискретными аргументами сделало возможным разработку и применение эффективных методов фильтрации цифровых изображений [2].

Цель работы – создание, основанных на использовании аппарата марковских процессов с дискретными аргументами, двухэтапного каузального метода фильтрации (ДМФ) цифровых полутоновых изображений. ДМФ состоит из выполнения одномерной оптимальной фильтрации вдоль каждой координаты изображения с последующим объединением полученных данных. Такой подход позволяет использовать преимущества одномерной фильтрации, избегая при этом недостатков двумерной фильтрации.

Фильтрация цифровых полутоновых изображений

Применяя теорию марковских процессов с дискретными аргументами [3], представим цифровое полутоновое изображение в виде марковского процесса с матрицами вероятностей перехода от одного значения яркости элемента изображения к другому размерностями $2^g \times 2^g$, где g - разрядность двоичного числа с которой квантуется яркость изображения.

Полутоновое изображение подлежащее обработке подвергается искажающему воздействию мешающих шумов. Обозначим текущий отсчет полутонового изображения как $x_j(n, m)$, $n = \overline{1, N}$, $m = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, L}$, где $L = 2^g$; искажающий шум представляет собой некоррелированную гауссов-

скую ошибку наблюдения $N(0, \sigma_v^2)$; текущее значение наблюдения отсчета изображения обозначим $y(n, m)$. Введем векторы $X_n = (x_i(n, 1), \dots, x_i(n, m-1))$, $X_m = (x_s(1, m), \dots, x_r(n-1, m))$. В дальнейших выкладках для краткости опустим аргументы (n, m) .

Согласно теореме доказанной в [4] для случайных полей, у которых вероятностные связи отсчетов строки и столбца опосредованы через точку их пересечения, совместное распределение вероятностей $P(X)$ элементов изображения вдоль строки и столбца может быть представлено в виде:

$$P(X) = P(X_n, x_j, X_m) = p(x_j)P(X_n / x_j)P(X_m / x_j), \quad (2)$$

где x_j – элемент изображения, расположенный на пересечении строки и столбца; X_n – вектор, содержащий элементы изображения строки до элемента x_j , X_m – вектор, содержащий элементы изображения столбца до элемента x_j , X – вектор, который включает в себя X_n , X_m , x_j .

С учетом теоремы умножения вероятностей, (2) примет вид:

$$P(X) = \frac{1}{p(x_j)} P(X_n, x_j)P(X_m, x_j). \quad (3)$$

Запишем функцию правдоподобия:

$$P(Y / X) = P(Y_n, y, Y_m / X_n, x_j, X_m) = P(Y_n, y / X_n, x_j)P(Y_m / X_m), \quad (4)$$

где Y – массив наблюдений, который включает в себя наблюдения Y_n, Y_m, y ; Y_n, Y_m – векторы наблюдений, соответствующие X_n и X_m ; y – наблюдение, которое соответствует точке x_j .

С учетом (3), (4) и теоремы умножения вероятностей, совместная апостериорная вероятность отсчетов случайного поля $P(X / Y)$ примет вид:

$$P(X / Y) = \frac{p(y / Y_n)P(Y_n)P(Y_m)}{p(x_j)P(Y)} P(X_n, x_j / Y_n, y)p(x_j / X_m)P(X_m / Y_m), \quad (5)$$

где $P(Y)$ – совместное распределение вероятностей наблюдений Y .

Выполнив суммирование выражения (5) по X_n , X_m , находим апостериорную вероятность отсчета изображения x_j :

$$p(x_j / Y) = \frac{p(y / Y_n)P(Y_n)P(Y_m)}{P(Y)} \frac{p(x_j / Y_n, y)p(x_j / Y_m)}{p(x_j)}, \quad (6)$$

где $p(x_j / Y_n, y)$ – апостериорная вероятность отсчета изображения x_j , которая находится в результате одномерной фильтрации по строкам; $p(x_j / Y_m)$ – экстраполированная вероятность отсчета изображения x_j при

одномерной фильтрации по столбцам; $j = \overline{1, L}$.

Перепишем выражение (6) следующим образом:

$$p(x_j / Y)P(Y) = p(y / Y_n)P(Y_n)P(Y_m / x_j)p(x_j / Y_n, y), \quad (7)$$

где $P(Y_m / x_j)$ – функция правдоподобия, которая рассчитывается так:

$$P(Y_m / x_j) = \frac{p(x_j / Y_m)P(Y_m)}{p(x_j)}. \quad (8)$$

Просуммируем сомножитель $P(Y_m / x_j)p(x_j / Y_n, y)$ из (7) по x_j , $j = \overline{1, L}$:

$$P(Y_m / Y_n, y) = \sum_{j=1}^L P(Y_m / x_j)p(x_j / Y_n, y). \quad (9)$$

Используя теорему умножения вероятностей, выполним преобразования сомножителя $P(Y_m / x_j)p(x_j / Y_n, y)$ в выражении (7):

$$\begin{aligned} P(Y_m / x_j)p(x_j / Y_n, y) &= P(Y_m / x_j) \frac{P(Y_n, y / x_j)p(x_j)}{P(Y_n, y)} = \\ &= P(Y_n, y, Y_m / x_j) \frac{p(x_j)}{P(Y_n, y)} = p(x_j / Y_n, y, Y_m)P(Y_m / Y_n, y). \end{aligned} \quad (10)$$

Принимая во внимание, что $p(x_j / Y) = p(x_j / Y_n, y, Y_m)$, и учитывая (7)–(10), апостериорную вероятность отсчета изображения x_j находим как

$$p(x_j / Y) = \frac{P(Y_m / x_j)p(x_j / Y_n, y)}{P(Y_m / Y_n, y)}. \quad (11)$$

Алгоритм ДМФ цифрового полутонового цифрового изображения, описываемого марковским процессом с дискретными аргументами, представлен уравнениями (8)-(11). На первом этапе вычисляются апостериорная и экстраполированная вероятности $p(x_j / Y_n, y)$ и $p(x_j / Y_m)$ соответственно, которые рассчитываются с помощью алгоритмов одномерной фильтрации [3]. На втором - происходит объединение полученных данных и нахождение апостериорной вероятности $p(x_j / Y)$ отсчета полутонового изображения x_j .

Фильтрации цифровых бинарных изображений

Применение цифровой фильтрации бинарных изображений находит при обработке изображений рукописного или печатного текста, в задачах, когда информативной является форма предметов, представленных на изображениях, при этом значения яркости не играют существенной роли [4]. Возможность представления цифровых полутоновых изображений набором бинарных [5], значительно расширило возможности применения бинарных изображений для решения широкого ряда практических задач. Таким образом, цифровая фильтрация бинарных изображений может рассматриваться как самостоятельная задача, а также как составляющая задачи фильтрации циф-

ровых полутоновых изображений в рамках подхода, предложенного в [5].

В качестве примера рассмотрим задачу фильтрации цифрового бинарного изображения. Применим для случая бинарного изображения предложенный ДМФ. Фильтруемое бинарное изображение имеет размеры $N \times M$, где $N = 10$, $M = 10$. Элементы изображения принимают два значения $M_1 = 0$ и $M_2 = 1$; СКО ошибки наблюдения $\sigma_v = 0.6$; матрицы вероятностей перехода от одного значения яркости элемента изображения к другому вдоль строки и столбца имеют вид $\Pi = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$.

Анализ предложенного алгоритма и его сравнение с известными методами проведен с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

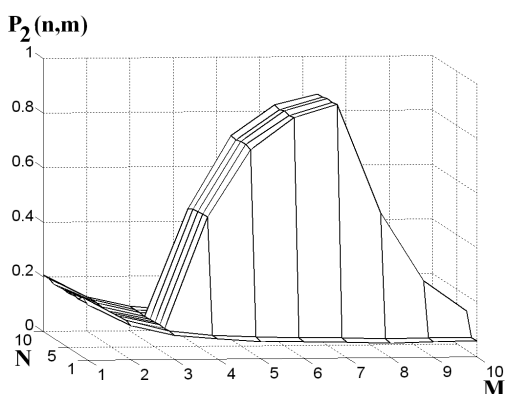


Рис.1.

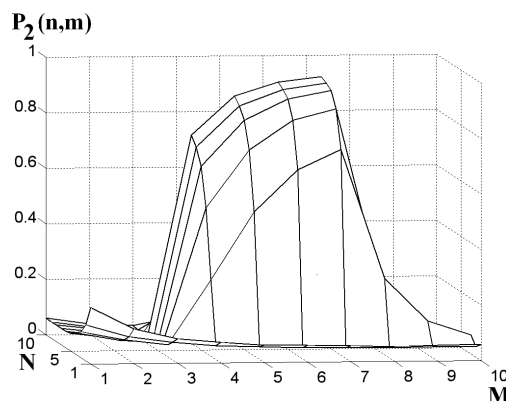


Рис.2.

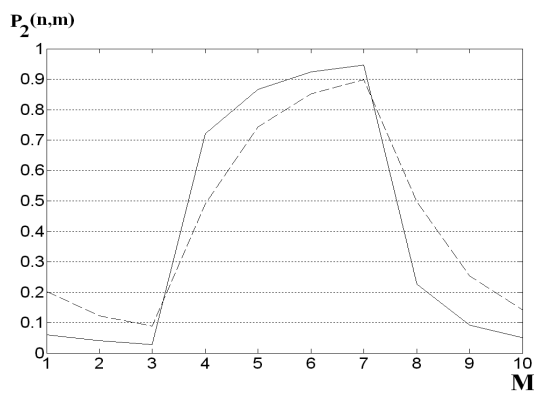


Рис.3.

На рис.1 показана, полученная для случая одномерной фильтрации вдоль строк, зависимость вероятности обнаружения отсчетов случайного поля $P_2(n, m)$, значения которого соответствуют M_2 . На рис.2 приведена аналогичная зависимость для ДМФ. На рис.3 приведен срез зависимости $P_2(n, m)$, где пунктирной линией показана зависимость, полученная для

одномерной фильтрации по строкам, сплошная линия соответствует результатам, полученным с помощью ДМФ.

Анализ представленных результатов показал, что зависимость $P_2(n, m)$, полученная в результате выполнения ДМФ характеризуется большей равномерностью на соответствующих участках изображения, а также характеризуется большей крутизной фронтов на стыке участков, имеющих различные значения яркости, что позволяет существенно повысить точность результатов фильтрации изображения, по сравнению с методом одномерной фильтрации вдоль строк.

Разработан ДМФ цифровых полутоновых изображений, при этом цифровые полутоновые изображения описывались марковским процессом с дискретными аргументами. Полученный метод исследуется при фильтрации цифровых бинарных изображений, которые являются частным случаем полутоновых изображений. Анализ приведенных результатов показал, что предложенный метод позволяет существенно повысить точность фильтрации по сравнению с одномерной фильтрацией, при этом вычислительная сложность разработанного метода увеличивается незначительно.

Литература

1. Самойлин Е.А. Пространственно-избирательная фильтрация полутоновых изображений.//Радиотехника. – 2006. – №12. – С.42–45.
2. Петров Е.П., Трубин И.С., Частиков И.А. Нелинейная фильтрация видеопоследовательностей цифровых полутоновых изображений марковского типа.//Успехи современной радиоэлектроники. – 2007. – №3. – С.54–86.
3. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой / Монография. К.: НТУУ «КПИ», 2008. – 232с.
4. Грузман И.С. Двухэтапная фильтрация бинарных изображений//Автометрия. – 1999. – №3. – С.42–49.
5. Петров Е.П., Трубин И.С. Математические модели видеопоследовательностей цифровых полутоновых изображений.// Успехи современной радиоэлектроники. – 2007. – №6. – С.3–31.

Вишневий С.В., Жук С.Я. Двухетапная каузальная фильтрация цифровых полутоновых изображений. Синтезирован метод двухэтапной каузальной фильтрации цифровых полутоновых изображений, подверженных искажающему воздействию гауссовского шума. Анализ предложенного метода фильтрации и его сравнение с известными методами фильтрации проведен на модельном примере с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Ключевые слова: фильтрация изображения, апостериорная вероятность, цифровое полутоновое изображение.

Вишневий С.В., Жук С.Я. Двухетапна каузальна фільтрація цифрових напівтонових зображень. Синтезовано метод двухэтапної каузальної фільтрації цифрових напівтонових зображень, що піддаються спотворенню гаусовським шумом. Аналіз запропонованого методу фільтрації і його порівняння з відомими методам фільтрації проведено на модельному прикладі за допомогою статистичного моделювання на ЕОМ.

Ключові слова: фільтрація зображення, апостеріорна імовірність, цифрове напівтонове зображення.

Vishnevyy S.V., Zhuk S.Ya. Two-stage causal filtering of digital grayscale images. The method of two-stage causal filtering of digital grayscale images distorted by Gaussian noise is synthesized. The analysis of suggested filtering method and its comparing with known filtering method is done on the model example with using of the computer statistical modeling.

Key words: image filtering, a posteriori probability, digital grayscale image.