УДК 621.396.67

ГІПЕРВИПАДКОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ У ПРИСТРОЯХ РАДІОЕЛЕКТРОННОЇ АПАРАТУРИ

Уваров Б.М., Зіньковський Ю.Ф.

Всі процеси, що відбуваються у пристроях радіоелектронної апаратури (РЕА), необхідно розглядати з точки зору їх гіпервипадкової (ГВ) природи [1], а їх математичними моделями є ГВ скалярні чи векторні функції. Функціональні характеристики, одержані з цих моделей, дають можливість розраховувати значення функціональних показників радіоелектронних засобів (РЕЗ), але всі вони повинні характеризуватися відповідними ймовірносними чи неймовірносними характеристиками – до останніх відносяться моменти різних порядків (математичне сподівання, дисперсія ін.).

Основні процеси, характеристики яких необхідно визначати у процесі роботи РЕЗ – електромагнітні, механічні, теплові. Останні у значній мірі визначають показники надійності електрорадіоелементів (ЕРЕ) та функціональних вузлів (ФВ), а як їх сукупність – надійність всього пристрою. Більшисть структурних елементів РЕА – структурно-конструктивні модулі першого рівня складності (СКМ1): чарунки, мікрозбірки (МЗб); статистичний аналіз показує, що у складі РЕА за кількістю їх 67 – 85 %, тобто вони є основними структурними одиницями будь-якої РЕА, тому для них у першу чергу необхідно визначати функціональні ГВ характеристики.

Гіпервипадкові математичні моделі теплових процесів

Основні процеси поширення тепла у пристроях РЕА – кондукція, конвекція, радіація. У ГВ формі математичні моделі цих процесів можуть бути подані як скалярні чи векторні ГВ функції ГВ величин. Для ГВ величин та функцій введемо позначення: *hV(x)*–ГВ величина *x*; *hFs(X)*–ГВ скалярна функція множини *X*; *hFv(Y)*–ГВ векторна функція множини *Y*; символ "→" – загальне позначення ГВ природи величини чи функції. Математичною моделлю для поширення тепла кондукцією у фізичному тілі є параболічне рівняння теплопровідності Фурьє, яке у ГВ формі може бути подано як:

$$\frac{1}{hV(a)}\cdot\frac{\partial hFv[T(x,y,\tau)]}{\partial\tau}=\frac{\partial^2 hFv[T(x,y,\tau)]}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 hFv[T(x,y,\tau)]}{\partial y^2}+ \quad (1)$$
$$+\frac{\partial^2 hFv[T(x,y,\tau)]}{\partial z^2}+\frac{hFv[Q(x,y,\tau)]}{hV(\lambda)}$$

де $\vec{T}(x,y,z)$ – температура; $\vec{Q}(x,y,z)$ – джерело тепла у об'ємі тіла; $\vec{a}$, $\vec{\lambda}$ – коефіцієнти температуропровідності та теплопровідності речовини; τ – час.

Рівняння для розрахунку температури у підкладці МЗб, одержане методом скінченних інтегральних перетворень у [2] як рішення (1), є ГВ векторною функцією:

$$hFv\left[T(x,y,\tau)\right]=\sum_{i=1}^{k}16\,\frac{\vec{\mathrm{Bi}}}{\vec{\alpha}}\frac{l_1 l_2}{h^2}\frac{\vec{Q}_i}{\Delta x_i \Delta y_i}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\vec{K}_n^2\,\vec{K}_m^2\,\frac{\vec{I}_n(x_i)\vec{I}_m(y_i)}{\vec{\mu}_n^2\frac{l_2}{l_1}+\vec{\mu}_m^2\frac{l_1}{l_2}+\vec{\mathrm{Bi}}\frac{l_1 l_2}{h^2}}\times$$

$$\times\left[\vec{\mu}_n\cos\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}x\right)+\vec{\mathrm{Bi}}_1\sin\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}x\right)\right]\cdot\left[\vec{\mu}_m\cos\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}y\right)+\vec{\mathrm{Bi}}_2\sin\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}y\right)\right]\vec{\Phi}_{n,m}(\tau), \qquad (2)$$

де μ_n, μ_m – корені характеристичних рівнянь:

$$\tan\vec{\mu}_n=\frac{2\vec{\mu}_n\vec{\mathrm{Bi}}_1}{\vec{\mu}_n^2-\vec{\mathrm{Bi}}_1^2};\quad \tan\vec{\mu}_m=\frac{2\vec{\mu}_m\vec{\mathrm{Bi}}_2}{\vec{\mu}_m^2-\vec{\mathrm{Bi}}_2^2};\quad \vec{\mathrm{Bi}}_1=\frac{\vec{\alpha}l_1}{\vec{\lambda}};\ \vec{\mathrm{Bi}}_2=\frac{\vec{\alpha}l_2}{\vec{\lambda}}. \qquad (3)$$

Усі складові цієї функції, такі як ядра перетворень $K(\mu_n, x)$, $K(\mu_m, y)$, функції розподілу температур $I_n(x_i)$, $I_m(y_i)$, функція часу $\Phi_{n,m}(\tau)$ також ГВ; їх ймовірносні характеристики необхідно визначати на основі відповідних характеристик первинних ГВ. Температура підкладки МЗб у стаціонарному режимі як ГВ функція може бути одержана з (2), якщо покласти $\tau = \infty$, тоді функція часу

$$hFs\left[\Phi_{n,m}(\tau)\right]=1-\exp\left[\frac{\vec{a}}{l_1 l_2}\left(\vec{\mu}_n^2\frac{l_2}{l_1}+\vec{\mu}_m^2\frac{l_1}{l_2}+\vec{\mathrm{Bi}}\frac{l_1 l_2}{h^2}\right)\tau\right]=1. \qquad (4)$$

Інтенсивність конвективного теплообміу розраховують за допомогою коефіцієнтів α, які, як правило, визначають з критеріальних рівнянь [3], що у ГВ формі мають вигляд ГВ функцій:

$$hFv(\alpha)=\frac{\vec{\mathrm{Nu}}\cdot\vec{\lambda}}{d};\ hFs(\mathrm{Nu})=c\,\vec{\mathrm{Re}}^n\,\vec{\mathrm{Pr}}^m;\ hFs(\mathrm{Re})=\frac{\vec{v}\cdot d}{\vec{\nu}}, \qquad (5)$$

де критерії Нуссельта Nu, Рейнольдса Re, Прандтля Pr найчастіше є ГВ скалярними функціями; ν – коефіцієнт кінематичної в’язкості; v – швидкість теплоносія.

Під час радіаційного теплообміну кількість тепла Q_{12}, що передається радіацією між фізичними тілами із площинами F_1 та F_2 й абсолютними температурами T_1 та T_2 відповідно, розраховують за законом Стефана – Больцмана [3], ГВ рівняння для якого можна записати так:

$$hFs(Q_{12})=c_0\vec{\varepsilon}_n\left[\vec{\varphi}_{12}F_1\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\vec{\varphi}_{21}F_2\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right], \qquad (6)$$

де φ_{12} та φ_{21} – коефіцієнти взаємного опромінення; $\varepsilon_n = 1/(1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1)$: ε_1, ε_2, ε_n – коефіцієнти чорноти поверхонь та зведений, відповідно.

Програмні засоби розрахунків температурного поля СКМ1

Якщо на пластині чарунки чи МЗб встановлено багато ТВЕ, розрахунок температур останніх за рівняннями, подібними до (2), потребує використання пакету ***Mathcad*** чи програмних модулів, що можуть бути створені у іншому інтегрованому середовищі. Розрахунки у ***Mathcad*** достатньо прості: необхідно записати розрахункову формулу чи рівняння, задати вихідні дані й програма буде провадити обчислення; час, за який буде одержаний результат, залежить від складності розрахункового виразу.

Для систем автоматизованого проектування (САПР) файли ***Mathcad*** непридатні – їх, по-перше, неможливо використати як програмні модулі у інтегрованих середовищах, таких, наприклад, як ***C++Builder***, а по-друге – провадять обчислення досить повільно. Тому для визначення температур у СКМ1 з багатьма ТВЕ у ***C++Builder*** була створена програма ***TempPlat2***, яка розраховує стаціонарне температурне поле згідно з детермінованою моделлю, одержаною з (2):

$$T(x,y,\tau)=\sum_{i=1}^{k}16\frac{\mathrm{Bi}}{\alpha}\frac{l_1 l_2}{h^2}\frac{Q_i}{\Delta x_i \Delta y_i}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}K_n^2\,K_m^2\,\frac{I_n(x_i)I_m(y_i)}{\mu_n^2\frac{l_2}{l_1}+\mu_m^2\frac{l_1}{l_2}+\mathrm{Bi}\frac{l_1 l_2}{h^2}}\times$$
$$\times\left[\mu_n\cos\left(\frac{\mu_n}{l_1}x\right)+\mathrm{Bi}_1\sin\left(\frac{\mu_n}{l_1}x\right)\right]\cdot\left[\mu_m\cos\left(\frac{\mu_m}{l_2}y\right)+\mathrm{Bi}_2\sin\left(\frac{\mu_m}{l_2}y\right)\right]. \qquad (6)$$

У вхідному файлі програми потрібно задати розміри пластини-основи, теплофізичні параметри матеріалу, коефіцієнти тепловіддачі, розташування ТВЕ на платі та їх потужність, координати точок, у яких необхідно визначити температури плати. Коефіцієнти μ_n, μ_m визначаються спеціальною підпрограмою з рівнянь (3).

Ймовірносні характеристики теплових процесів

Всі розглянуті вище теплові процеси суть ГВ явища, тому їх математичні моделі а також й одержані рішення повинні мати ймовірносні характеристики, основані на ГВ природі фізичних величин, які увійшли як у рівняння моделей (1), (5), (6), так і у кінцеві рішення (2), (4).

У цих рівняннях ГВ величинами у першу чергу є: коефіцієнт температуропровідності $a = \lambda/c\gamma$; коефіцієнт теплопровідності λ; коефіцієнт кінематичної в'язкості ν; теплоємність матеріалу c; коефіцієнт тепловіддачі α; густина матеріалу γ; теплова потужність джерела Q_i .

У рівняннях (2), (3) ГВ є μ_n, μ_m – корені характеристичних рівнянь:

$$\tan\vec{\mu}_n=\frac{2\vec{\mu}_n\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1}{\vec{\mu}_n^2-\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1^2};\quad \tan\vec{\mu}_m=\frac{2\vec{\mu}_m\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2}{\vec{\mu}_m^2-\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2^2};\quad \mathrm{Bi}_1=\frac{\alpha l_1}{\lambda};\quad \mathrm{Bi}_2=\frac{\alpha l_2}{\lambda}, \qquad (7)$$

тому що критерії Bi – ГВ функції.

Таким чином, першоджерелом ГВ всіх параметрів теплових процесів у РЕА та її функціональних показників є ГВ теплофізичних властивостей матеріалів. На жаль, ймовірносні характеристики для них у довідковій літературі, як правило, не наводяться, тому необхідно довільно задавати допуски на їх межі. Відповідно й всі температури T_i, одержані як результати розв'язання рівнянь математичних моделей, також повинні бути ГВ функціями. Строго кажучи, ГВ необхідно вважати також і геометричні параметри – розміри l_1, l_2, h, а також координати x, y положення джерел тепла

Q_i на основі чарунки чи МЗб.

ГВ природа фізичних величин, самих процесів та й одержаних параметрів призводить до того, що одержати результати, які мають практичну цінність, достатньо складно. Це становище можна спростити, а саме: у кінцевих формулах для розрахунків температур обрати параметри, значення яких мають найбільшу дисперсію (звичайно це коефіцієнти тепловіддачі та теплофізичні властивості конструкційних матеріалів); визначити для них ймовірносні характеристики чи задати їх примусово; за відомими формулами теорії ГВ явищ розрахувати ймовірносні чи числові характеристики (математичне сподівання, дисперсію, середньоквадратичне відхилення) кінцевих функціональних показників (температур), для яких будуть одержані межі реальних значень. Це й будуть наближені значення температур як ГВ функцій (векторних, скалярних). Слід сподіватися, що найменшу дисперсію й найменший вплив на кінцеві результати будуть давати відхилення геометричних параметрів конструкції, а найбільший – невизначеність теплофізичних параметрів матеріалів та процесів конвективного теплообміну.

Приклад. Розраховуються температури пластини СКМ1, на якій встановлений ТВЕ потужністю Q=5 Вт, що має розміри основи 12×6 мм. Розміри пластини 120×80 мм, товщина δ=1,5 мм, матеріал – полікор з коефіцієнтом теплопровідності λ=31,5 Вт/м.К; охолодження – повітрям з температурою t = 30°С, коефіцієнт тепловіддачі α=12 Вт/м^2.К. Координати центру ТВЕ x_0=72 мм, y_0=48 мм. Необхідно визначити температуру плати у стаціонарному режимі для точки x=60 мм, y=30 мм, тобто T(60,30). Відомо, що відхилення теплової потужності джерела Q знаходиться у межах ±10%.

Для визначення найбільш впливових ГВ фактори на температуру $T(x,y)$, необхідно розглянути структуру всіх її складових. У першу чергу це коефіцієнт тепловіддачі α – він входить до (2) та до крітерію Біо: Bi=$\alpha h/\lambda$; додатково ще з'являється вплив гіпервипадкової величини λ–коефіцієнта теплопровідності. Останній визначає критерії та корені характеристичних рівнянь μ_n, μ_m, які треба знаходити з рівнянь (7). Всі ці ГВ величини та функції формують ядра інтегральних перетворень $K(\mu_n,x)$, $K(\mu_m,y)$ та функції розподілу температур $I_n(x_i)$, $I_m(y_i)$, що мають вигляд:

$$\vec{K}(\mu_n,x)=\vec{K}_{\mu n}\sqrt{\frac{2}{l_1}}\left[\vec{\mu}_n\cos\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}x\right)+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1\sin\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}x\right)\right];\ \vec{K}_{\mu n}=\frac{1}{\sqrt{\left(\vec{\mu}_n^2+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1^2\right)\left(1+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1+\dfrac{\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1}{\vec{\mu}_n^2+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1^2}\right)}}.$$

$$\vec{K}(\mu_m,y)=\vec{K}_{\mu m}\sqrt{\frac{2}{l_2}}\left[\vec{\mu}_m\cos\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}y\right)+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2\sin\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}y\right)\right];\ \vec{K}_{\mu m}=\frac{1}{\sqrt{\left(\vec{\mu}_m^2+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2^2\right)\left(1+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2+\dfrac{\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2}{\vec{\mu}_m^2+\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2^2}\right)}}.$$

$$\vec{I}_n(x_i)=\left[\cos\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}x_i\right)+\frac{\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_1}{\vec{\mu}_n}\sin\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}x_i\right)\right]\sin\left(\frac{\vec{\mu}_n}{l_1}\frac{\Delta x_i}{2}\right);\vec{I}_m(y_i)=\left[\cos\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}y_i\right)+\frac{\vec{\mathrm{B}}\mathrm{i}_2}{\vec{\mu}_m}\sin\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}y_i\right)\right]\sin\left(\frac{\vec{\mu}_m}{l_2}\frac{\Delta y_i}{2}\right).$$

У першому наближенні можна прийняти, що аргументами функції (2) є п’ять ГВ величин та скалярних функцій: теплова потужність ТВЕ Q, коефіцієнт тепловіддачі α, критерії Bi, Bi_1, Bi_2 – їх ймовірносні чи неймовірносні характеристики необхідно визначити, якщо необхідно розраховувати температуру $T(x,y)$. Для моделі (6), номінальні значення температур, розраховані за допомогою програми ***TempPlat2***: основи ТВЕ $T(72,48)$ = 93,1°C, розрахункової точки $T(60,30)$ = 71°C (вони можуть бути знайдені також у ***Mathcad 14***); положення ТВЕ та розрахункової точки на ведено на рис. 1 (візуалізація розташування ТВЕ на платі програмою ***TempPlat2***, 3-D діаграма температур – ***Mathcad 14***).

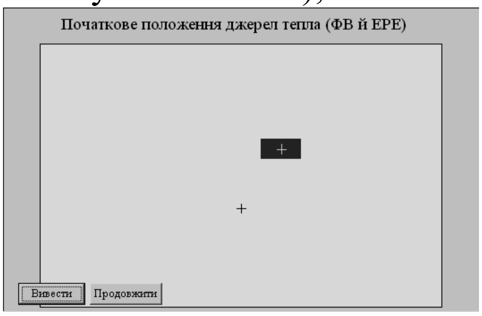

Рис. 1. ТВЕ на платі, розрахункова точка та 3-D діаграма температур

Якщо припустити, що відхилення для коефіцієнтів λ та α знаходиться у межах ± 10%, а також вважати, що закон розподілення для них – нормальний, можна одержати числові (неймовірносні) характеристики ГВ скалярних функцій – критеріїв Bi, Bi_1, Bi_2, розрахувавши для них математичне сподівання M, дісперсію D, середньоквадратичну похибку σ; їх значення наведені у табл. 1.

Таблиця 1

критерій	M	D	σ
Bi	0,0437	$1{,}872\times10^{-4}$	0,0137
Bi_1	3,694	0,2772	0,5262
Bi_2	1,641	0,0487	0,2222

Математичне сподівання M_T та дисперсію D_T температури $T(x,y)$ необхідно розраховувати за формулами:

$$M_T = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} T(x1,x2,x3,x4,x5)\varPhi(x1,x2,x3,x4,x5)dx1dx2dx3dx4dx5; \qquad (8)$$

$$D_T = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} [T(x1,x2,x3,x4,x5)-M_T]^2\varPhi(x1,x2,x3,x4,x5)dx1dx2dx3dx4dx5, \qquad (9)$$

де функція щільності ймовірностей:

$$\varPhi(x1,x2,x3,x4,x5) = \frac{1}{\sigma_1\sigma_2\sigma_3\sigma_4\sigma_5\left(\sqrt{2\pi}\right)^5}\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{(x1-m_{x1})^2}{2\sigma_1^2}-\frac{(x2-m_{x2})^2}{2\sigma_2^2}-\frac{(x3-m_{x3})^2}{2\sigma_3^2}-\frac{(x4-m_{x4})^2}{2\sigma_4^2}-\frac{(x5-m_{x5})^2}{2\sigma_5^2}\right];$$

у (8), (9) у свою чергу, позначені: $x1 = Q,\ x2 = \alpha,\ x3 = \mathrm{Bi},\ x4 = \mathrm{Bi}_1,\ x5 = \mathrm{Bi}_2$.

Спроба розрахунків M_T та D_T за наведеними формулами у пакеті ***Mathcad 14*** на комп’ютері з тактовою частотою 3,3 ГГц не призвела до успіху – час обчислень кожного з параметрів перевищує декілька десятків годин. Це особливість розрахунку пакетом інтегралів великої кратності від складних функцій. Якщо виразити у (2) критерії Віо через первинні ГВ величини λ та α, можна зменшити кратність інтегралів (8) та (9) до трьох (додатково необхідно враховувати ймовірносність потужності ТВЕ Q). Але це також не призвело до успіху – не вдалося обчислити M_T та D_T навіть за декілька годин. Знехтування ймовірносністю Q та зменшення кратності вказаних інтегралів до двох дало результати (час обчислень кожного з параметрів ~30 хв.): M_T=71,3°C; D_T=20,9; σ_T=4,6°C. Температура плати, згідно (2), пропорційна Q, тому слід додати ще відхилення температур $\Delta T \approx 7$°C, й тоді: T(60,30)=(71,3±11,6)°C.

З наведеного прикладу ясно, що використання пакету ***Mathcad*** для визначення ГВ параметрів за складними математичними формулами неефективне, у подібних випадках необхідно створювати програмні модулі у спеціалізованих інтегрованих середовищах.

ГВ природа теплових процесів у РЕА призводить до того, що кінцеві результати проектування повинні бути множиною значень, які знаходяться у межах, що визначаються ймовірносними характеристиками ГВ векторних функцій – функціональних показників РЕЗ. Визначити ці ймовірносні чи числові характеристики за допомогою математичних пакетів (***Mathcad***) буває складно; для комплексів САПР необхідно створювати спеціальні програмні модулі у інтегрованих середовищах типу ***C++Builder***.

Література

1. Горбань И.И. Представление физических явлений гиперслучайными моделями // Математичні машини і системи. – 2007. – № 1. – с. 34-41.

2. Уваров Б.М. Гіпервипадкові функціональні характеристики радіоелектронних засобів/ Вісник НТУУ “Київський політехнічний інститут”. Сер. - “Радіотехніка. Радіоапаратобудування.” – 2010. – вип. 40. - с. 113 – 121.

3. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. Учебник для вузов. – М.: Энергия. – 1975. – 488 с.

Зіньковський Ю.Ф., Уваров Б.М. ***Гіпервипадкові характеристики теплових процесів у пристроях радіоелект-ронної апаратури.*** *Теплові процеси у пристроях РЕА представлені як гіпервипадкові функції. Розглянути ймовірносні характеристики математичних моделей та їх рішень. Наведений приклад визначення числових характеристик гіпервипадкових функціональних показників РЕЗ.*

Ключові слова: *радіоелектронна апаратура, теплові процеси, гіпервипадкові характеристики*

Зиньковский Ю.Ф., Уваров Б.М. ***Гиперслучайные характеристики тепловых процессов в устройствах радиоэлектронной аппаратуры.*** *Тепловые процесы в устройствах РЭА представлены как гиперслучайные функции. Рассмотрены вероятностные характеристики математических моделей и их решений. Приведен пример определения числовых характеристик гиперслучайных функциональных показателей РЭС.*

Ключевые слова: *радиоелектронная аппаратура, тепловые процессы, гиперслучайные характеристики*

Zinkovsky J.F., Uvarov B.M. ***The hyperbolic-accidental characteristics of thermal processes in devices of the radioelectronic apparatus.*** *Thermal process in devices REA are submitted as hyperbolic-accidental of function. Are considered e of the characteristic of mathematical models and their decisions. The example of definition of the numerical characteristics hyperbolic-accidental of functional parame-ters of the radioelectronic equipments is given.*

Keywords*: radioelectronic apparatus, thermal processes, hyperbolic-accidental of the characteristic*