

## ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ В РАДІОЕЛЕКТРОНІЦІ

УДК 621.372.061

### ФОРМУВАННЯ ОБЕРНЕНОЇ МАТРИЦІ ДЕГРАДАЦІЇ ОБРАЗУ В ОБЛАСТІ ТРАНСФОРМАНТ АДАМАРА

*Рибін О. І., д.т.н. професор, Іванюк Н. О., асистент  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут», Київ, Україна*

### THE FORMATION OF IMAGE DEGRADATION INVERSE MATRIX IN THE HADAMARD TRANSFORMS FIELD

*O. Rybin, Doctor of Science (Technics), professor, N. Ivanyuk, assistant  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine*

#### Вступ

Метод умовної деконволюції в натуральних координатах [1] полягає в обчисленні оцінки образу на базі апіорної інформації про імпульсну характеристику системи відображення (яка спотворює образ) при виконанні двох умов: «гладкості» результуючої оцінки та не перевищення енергії адитивного шуму в реставрованому образі такої ж енергії шуму в образі спотвореному.

При цьому оцінка шуканого (реставрованого) образу може бути отримана (у разі одновимірного образу) за виразом

$$\hat{f} = \left[ \overline{G}^T \times \overline{G} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{c}^T \times \overline{c} \right]^{-1} \times \overline{G}^T \times \overline{L}, \quad (1)$$

де  $\hat{f}$  — шукана оцінка розміру  $N \times 1$ ;  $\overline{G}$  — матричний оператор дискретної згортки порядку  $N$ ;  $\overline{c}$  — матричний дискретний оператор умови «гладкості» оцінки порядку  $N$ ;  $\overline{L}$  — стовпець відліків деградованого образу;  $\lambda$  — коефіцієнт варіації Лагранжа;  $T$  — знак транспонування.

Формальний перехід від виразу (1) до виразу для оцінки спектра в області ортогональних перетворень достатньо простий. Для цього слід помножити певним чином матричні оператори виразу (1) на нормовані матричні оператори обраного ортогонального перетворення  $\overline{W}_H$  та  $\overline{W}_H^{*T}$  (враховуючи при цьому, що  $\overline{W}_H \times \overline{W}_H^{*T} = \overline{E}$ ) і отримати

$$\begin{aligned} \overline{\overline{W}}_H \times \hat{f} &= \overline{\overline{W}}_H \times \left[ \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{G}} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{c}} \right]^{-1} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{L}} = \\ \hat{f}_\xi &= \left[ \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{W}}_H + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{W}}_H \right]^{-1} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{L}}_\xi. \end{aligned} \quad (1a)$$

звідки

$$\hat{f}_\xi = \left[ \overline{\overline{G}}_{2\xi} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}_{2\xi} \right]^{-1} \times \overline{\overline{G}}_{2\xi} \times \overline{\overline{L}}_\xi. \quad (2)$$

де  $\hat{f}$ ,  $\overline{\overline{L}}_\xi$  — стовпці спектрів оцінки реставрованого та деградованого образів відповідно розміру  $N \times 1$ ;  $\overline{\overline{G}}_{2\xi} = \overline{\overline{W}}_H \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{W}}_H$  — спектр квадратичної форми дискретного матричного оператора згортки;  $\overline{\overline{G}}_{2\xi}$  — ортогональне перетворення матричного оператора дискретної згортки;  $\overline{\overline{c}}_{2\xi}$  — ортогональне перетворення матричного оператора «гладкості»;  $\lambda$  — коефіцієнт варіації Лагранжа;  $T$  — знак транспонування. Усі квадратні матриці мають порядок  $N$ .

У разі використання спектрів перетворення Адамара вираз (2) приймає вигляд

$$\hat{f}_{Had} = \left[ \overline{\overline{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}_{2Had} \right]^{-1} \times \overline{\overline{G}}_{1Had} \times \overline{\overline{L}}_{Had} \quad (3)$$

де  $\hat{f}_{Had}$ ,  $\overline{\overline{L}}_{Had}$  — стовпці відліків спектрів Адамара реставрованого та деградованого образів відповідно розміру  $N \times 1$ ;  $\overline{\overline{G}}_{1Had}$  — блочно-діагональна матриця  $\overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{Had}}_H$ ;  $\overline{\overline{G}}_2 = \overline{\overline{G}} \times \overline{\overline{G}}$ ;  $\overline{\overline{c}}_2 = \overline{\overline{c}} \times \overline{\overline{c}}$ ;  $\overline{\overline{G}}_{2Had} = \overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{G}}_2 \times \overline{\overline{Had}}_H$  та  $\overline{\overline{c}}_{2Had} = \overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{c}}_2 \times \overline{\overline{Had}}_H$ ; — блочно-діагональні матриці порядку  $N$ .

**Мета статті** — опис спрощеного методу формування оберненої матриці деградації образу в області перетворення Адамара.

### Основна частина

В виразі (3) усі матриці формуються не за виразом (1a), тобто множенням матриць  $\overline{\overline{G}}$ ,  $\overline{\overline{c}}$  на матричні оператори дискретного перетворення Адамара, а безпосередньо в символічному вигляді за знайденими правилами їх формування [2—5]. Отримані алгоритми легко програмуються, що забезпечує швидке і точне отримання складових виразу (3). Тому найбільш складну задачу становить обчислення оберненої матриці

$$\left( \overline{\overline{G}}_{\Sigma Had}(\lambda) \right)^{-1} = \left[ \overline{\overline{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{c}}_{2Had} \right]^{-1} \quad (4)$$

Для спрощення обчислень матриці  $\left( \overline{\overline{G}}_{\Sigma Had}(\lambda) \right)^{-1}$  скористаємося наступним прийомом. Дискретні (нормовані) оператори перетворення Фур'є можна представити у вигляді добутків

$$\overline{\overline{F}}_H = \overline{\overline{P}}^T \times \overline{\overline{Had}}_H; \overline{\overline{F}}_H = \overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{P}}^*, \quad (5a)$$

звідки

$$\overline{\overline{P}}^T = \overline{\overline{F}}_H \times \overline{\overline{Had}}_H; \overline{\overline{P}}^* = \overline{\overline{Had}}_H \times \overline{\overline{F}}_H. \quad (5b)$$

Тоді вираз (4) можна представити у вигляді

$$(\overline{\overline{G}}_{\Sigma Had}(\lambda))^{-1} = \overline{\overline{P}}^* \times \left[ \overline{\overline{P}}^T \times (\overline{\overline{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_{2Had}) \times \overline{\overline{P}}^* \right]^{-1} \times \overline{\overline{P}}^T = \overline{\overline{P}}^* \times \left[ \overline{\overline{F}}_H \times (\overline{\overline{G}}_2 + \overline{\overline{C}}_2) \times \overline{\overline{F}}_H \right]^{-1} \times \overline{\overline{P}}^T \quad (6)$$

Оскільки матриця  $(\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2)$  циркулянтна, вираз в квадратних дужках є діагональною матрицею.

Елементи матриці  $(\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2)$  складаються з елементів  $\beta_i$ , причому, напри-

клад, матриця  $(\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2)$  восьмого порядку має вигляд

$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$		$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$
$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$		$\beta_3$	$\beta_2$
$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$		$\beta_3$
$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	
	$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
$\beta_3$		$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$
$\beta_2$	$\beta_3$		$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$	$\beta_1$
$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$		$\beta_3$	$\beta_2$	$\beta_1$	$\beta_0$

При збільшенні порядку матриці  $(\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2)$  та при тому самому максимальному індексі  $i$  в  $\beta_i$  структура матриці залишається незмінною, тобто діагоналі подовжаться на всю матрицю збільшеного порядку, а верхньотрикутна та нижньотрикутна частини матриці змістяться на верхній правий та нижній лівий боки матриці. Елементи  $\beta_i$  отримаємо з імпульсної характеристики деградації образу та умови «гладкості» результуючого образу. Так, якщо імпульсна характеристика має вигляд

$\overline{\overline{g}}^T = [g_0 \ g_1 \ g_2 \ g_3 \ \dots \ g_7]$ , а характеристика «гладкості»  $\overline{\overline{c}}^T = [c_0 \ c_1 \ c_2] = [1, -2, 1]$ , то

$$\begin{aligned} \beta_0 &= g_0^2 + g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 + g_4^2 + g_5^2 + g_6^2 + g_7^2 + (1/\lambda) \times (c_0^2 + c_1^2 + c_2^2); \\ \beta_1 &= g_0 \cdot g_1 + g_1 \cdot g_2 + g_2 \cdot g_3 + \dots + g_6 \cdot g_7 + (1/\lambda) \times (c_0 \cdot c_1 + c_1 \cdot c_2); \\ \beta_2 &= g_0 \cdot g_2 + g_1 \cdot g_3 + g_2 \cdot g_4 + g_3 \cdot g_5 + g_4 \cdot g_6 + g_5 \cdot g_7 + (1/\lambda) \times (c_0 \cdot c_2); \\ \beta_3 &= g_0 \cdot g_3 + g_1 \cdot g_4 + g_2 \cdot g_5 + g_3 \cdot g_6 + g_4 \cdot g_7; \\ \beta_4 &= g_0 \cdot g_4 + g_1 \cdot g_5 + g_2 \cdot g_6 + g_3 \cdot g_7; \\ \beta_5 &= g_0 \cdot g_5 + g_1 \cdot g_6 + g_2 \cdot g_7; \\ \beta_6 &= g_0 \cdot g_6 + g_1 \cdot g_7; \\ \beta_7 &= g_0 \cdot g_7. \end{aligned} \quad (7)$$

Добуток  $\overline{\overline{A}} = \overline{\overline{F}}_H \times (\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2) \times \overline{\overline{F}}_H$  є матрицею діагональною, тому обер-

нену матрицю  $\overline{\overline{A}}^{-1} = [\overline{\overline{F}}_H \times (\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2) \times \overline{\overline{F}}_H]^{-1}$  знайти просто. Так, діаго-

нальні елементи матриці  $\overline{\overline{A}}$  легко обчислити за формулами, які є алгебраїчними сумами елементів  $\beta_i$ , помножених на косинуси аргументів  $k\pi/32$ .

Так, наприклад, діагональний елемент  $w_0$  матриці  $\overline{\overline{A}}$  при імпульсній характеристиці деградації образу довжиною у 16 відліків має вигляд

$$\omega_0 = \beta_0 + 2\beta_1 + 2\beta_2 + 2\beta_3 + 2\beta_4 + 2\beta_5 + 2\beta_6 + 2\beta_7 + 2\beta_8 + 2\beta_9 + 2\beta_{10} + 2\beta_{11} + 2\beta_{12} + 2\beta_{13} + 2\beta_{14} + 2\beta_{15},$$

а елемент  $w_1$  тієї ж матриці (при упорядкуванні функцій перетворення Адамара за Фур'є) обчислюється за виразом

$$\begin{aligned} \omega_1 = & \beta_0 + 2\beta_1 \times \cos 2\pi/32 + 2\beta_2 \times \cos 4\pi/32 + 2\beta_3 \times \cos 6\pi/32 + 2\beta_4 \times \cos 8\pi/32 + 2\beta_5 \times \cos 10\pi/32 \\ & + 2\beta_6 \times \cos 12\pi/32 + 2\beta_7 \times \cos 14\pi/32 + 2\beta_8 \times \cos 16\pi/32 + 2\beta_9 \times \cos 18\pi/32 + 2\beta_{10} \times \cos 20\pi/32 \\ & + 2\beta_{11} \times \cos 22\pi/32 + 2\beta_{12} \times \cos 24\pi/32 + 2\beta_{13} \times \cos 26\pi/32 + 2\beta_{14} \times \cos 28\pi/32 + 2\beta_{15} \times \cos 30\pi/32. \end{aligned} \quad (8)$$

При цьому формули для розрахунків діагональних елементів  $w_i$  прості і легко програмуються для будь-якого порядку матриці  $(\overline{\overline{G}}_2 + \frac{1}{\lambda} \times \overline{\overline{C}}_2)$ .

Оскільки нумерація індексів (8)  $\omega_i$  відповідає упорядкуванню трансформант за Фур'є, а в виразі (1) використовується упорядкування трансформант за Адамаром, необхідно провести перенумерацію індексів для приведення їх у відповідність до (1). Введемо діагональну матрицю  $\overline{\overline{a}}$ , як таку, в якій трансформанти впорядковано за Адамаром. Тоді при форматі перетворення  $N = 2^n$  ( $n = 1, 2, \dots, n$ ) діагональні елементи  $\alpha_{i,i}$  можна знайти наступним чином. Елементи  $\alpha_{0,0} = \omega_0$ ;  $\alpha_{1,1} = \omega_{N/2} = \omega_{1 \times 2^{n-1}}$ . Наступні елементи  $\alpha_{i,i}$  утворюються з елементів  $\omega_i$  за групами довжиною  $N_i = 2^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, (n-1)$ .

Так, для першої групи  $\alpha_{2,2} = \omega_{1 \times 2^{n-2}} = \omega_{1 \times N/4}$ ;  $\alpha_{3,3} = \omega_{3 \times N/4}$ .

Для другої групи (вже чотирьох елементів)

$$\alpha_{4,4} = \omega_{1 \times 2^{n-3}} = \omega_{1 \times N/8}; \alpha_{5,5} = \omega_{3 \times N/8}; \alpha_{6,6} = \omega_{5 \times N/8}; \alpha_{7,7} = \omega_{7 \times N/8}.$$

Для третьої та наступних груп діагональних елементів довжиною  $N_i = 2^k$  індекси послідовно впорядкованих за Адамаром елементів  $w_i$  отримуємо обчисленням множника  $N/2^{n-k}$  та його множенням на послідовність непарних чисел 1, 3, 5, 7, ...

Нарешті, остання група діагональних елементів (довжиною  $N/2$ ) формується з елементів  $w_i$  з індексами 1, 3, 5, ...,  $N-1$ .

Отриману діагональну матрицю  $\overline{A}$  обернемо обчисленням зворотних значень елементів діагоналі. Для отримання матриці  $(\overline{G}_{\Sigma_{Had}}(\lambda))^{-1}$  матрицю  $\overline{A}^{-1}$  слід помножити на  $\overline{P}^*$ ,  $\overline{P}^T$ , тобто

$$(\overline{G}_{\Sigma_{Had}}(\lambda))^{-1} = \overline{P}^* \times \overline{A}^{-1} \times \overline{P}^T \quad (9)$$

і знову отримати (вже обернену) блочно-діагональну матрицю в (3).

При цьому, враховуючи блочно-діагональний вигляд усіх матриць в (3), (9) усі операції (обчислення матриці  $(\overline{G}_{\Sigma_{Had}}(\lambda))^{-1}$ , оцінки  $\hat{f}_{Had}$ ) слід проводити для кожного блока діагоналі окремо.

Матриця  $\overline{P}^T$  для кожного блока діагоналі представлена символічною залежністю [5], що забезпечує простоту її формування на ПЕОМ. Так, наприклад, підматриця 8-го порядку (яка складається з чотирьох блоків діагоналі) має вигляд

$\cos \pi/4 \times$

$\sqrt{2}$							
	$\sqrt{2}$						
		$e^{-j\pi/4}$	$e^{j\pi/4}$				
		$e^{j\pi/4}$	$e^{-j\pi/4}$				
				$\cos \frac{\pi}{8}$ $\times e^{-j3\pi/8}$	$\cos \frac{3\pi}{8}$ $\times e^{-j\pi/8}$	$\cos \frac{3\pi}{8}$ $\times e^{j\pi/8}$	$\cos \pi/8$ $\times e^{j3\pi/8}$
				$j \sin \pi/8$ $\times e^{-j3\pi/8}$	$j \sin \frac{3\pi}{8}$ $\times e^{-j\pi/8}$	$-j \sin \frac{3\pi}{8}$ $\times e^{j\pi/8}$	$-j \sin \pi/8$ $\times e^{j3\pi/8}$
				$j \cos \pi/8$ $\times e^{-j3\pi/8}$	$j \cos 3\pi/8$ $\times e^{-j\pi/8}$	$-j \cos 3\pi/8$ $\times e^{j\pi/8}$	$-j \cos \pi/8$ $\times e^{3\pi/8}$
				$-\sin \pi/8$ $\times e^{-j3\pi/8}$	$-\sin 3\pi/8 \times e^{-j\pi/8}$	$-\sin 3\pi/8$ $\times e^{j\pi/8}$	$-\sin \pi/8$ $\times e^{j3\pi/8}$

Блок (8-го порядку) підматриці 16-го порядку має вигляд

	8	9	10	11
8	$\cos \pi/16 \cdot$ $\cos 2\pi/16$ $\cdot e^{-j7\pi/16}$	$\cos 3\pi/16 \cdot$ $\cos 6\pi/16$ $\cdot e^{-j5\pi/16}$	$-\cos 5\pi/16 \cdot$ $\cos 10\pi/16$ $\cdot e^{-j3\pi/16}$	$-\cos 7\pi/16 \cdot$ $\cos 14\pi/16$ $\cdot e^{-j\pi/16}$
9	$j \sin \pi/16 \cdot$ $\cos 2\pi/16$ $\cdot e^{-j7\pi/16}$	$j \sin 3\pi/16 \cdot$ $\cos 6\pi/16$ $\cdot e^{-j5\pi/16}$	$-j \sin 5\pi/16$ $\cdot \cos 10\pi/16$ $\cdot e^{-j3\pi/16}$	$-j \sin 7\pi/16$ $\cdot \cos 14\pi/16$ $\cdot e^{-j\pi/16}$

10	$j \cos \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{-j7\pi/16}$	$j \cos 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{-j5\pi/16}$	$-j \cos 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{-j3\pi/16}$	$-j \cos 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{-j\pi/16}$
11	$-\sin \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{-j7\pi/16}$	$-\sin 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{-j5\pi/16}$	$\sin 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{-j3\pi/16}$	$\sin 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{-j\pi/16}$
12	$j \cos \pi/16 \cdot \cos 2\pi/16 \cdot e^{-j7\pi/16}$	$j \cos 3\pi/16 \cdot \cos 6\pi/16 \cdot e^{-j5\pi/16}$	$-j \cos 5\pi/16 \cdot \cos 10\pi/16 \cdot e^{-j3\pi/16}$	$-j \cos 7\pi/16 \cdot \cos 14\pi/16 \cdot e^{-j\pi/16}$
13	$-\sin \pi/16 \cdot \cos 2\pi/16 \cdot e^{-j7\pi/16}$	$-\sin 3\pi/16 \cdot \cos 6\pi/16 \cdot e^{-j5\pi/16}$	$\sin 5\pi/16 \cdot \cos 10\pi/16 \cdot e^{-j3\pi/16}$	$\sin 7\pi/16 \cdot \cos 14\pi/16 \cdot e^{-j\pi/16}$
	$-\cos \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{-j7\pi/16}$	$-\cos 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{-j5\pi/16}$	$\cos 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{-j3\pi/16}$	$\cos 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{-j\pi/16}$
15	$-j \sin \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{-j7\pi/16}$	$-j \sin 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{-j5\pi/16}$	$j \sin 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{-j3\pi/16}$	$j \sin 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{-j\pi/16}$

	12	13	14	15
8	$-\cos 7\pi/16 \cdot \cos 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$-\cos 5\pi/16 \cdot \cos 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$\cos 3\pi/16 \cdot \cos 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$\cos \pi/16 \cdot \cos 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$
9	$-j \sin 7\pi/16 \cdot \cos 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$-j \sin 5\pi/16 \cdot \cos 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$j \sin 3\pi/16 \cdot \cos 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$j \sin \pi/16 \cdot \cos 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$
10	$-j \cos 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$-j \cos 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$j \cos 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$j \cos \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$
11	$\sin 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$\sin 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$-\sin 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$-\sin \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$
12	$-j \cos 7\pi/16 \cdot \cos 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$-j \cos 5\pi/16 \cdot \cos 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$j \cos 3\pi/16 \cdot \cos 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$j \cos \pi/16 \cdot \cos 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$
13	$\sin 7\pi/16 \cdot \cos 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$\sin 5\pi/16 \cdot \cos 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$-\sin 3\pi/16 \cdot \cos 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$-\sin \pi/16 \cdot \cos 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$

14	$\cos 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$\cos 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$-\cos 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$-\cos \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$
15	$j \sin 7\pi/16 \cdot \sin 14\pi/16 \cdot e^{j\pi/16}$	$j \sin 5\pi/16 \cdot \sin 10\pi/16 \cdot e^{j3\pi/16}$	$-j \sin 3\pi/16 \cdot \sin 6\pi/16 \cdot e^{j5\pi/16}$	$-j \sin \pi/16 \cdot \sin 2\pi/16 \cdot e^{j7\pi/16}$

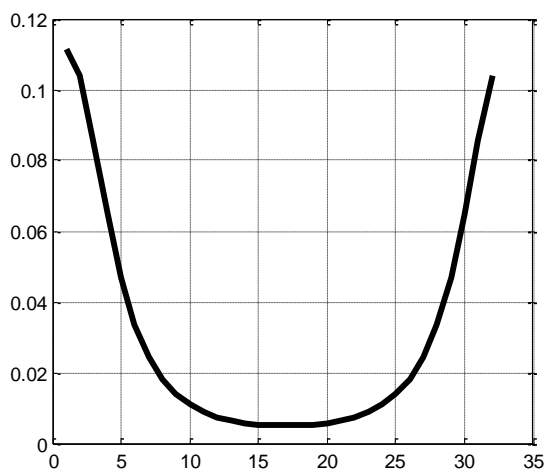


Рис. 1

В програмі Matlab була написана програма для знаходження оберненої матриці деградації образу будь – якого порядку.

Розрахунки проводились для матриць 16, 32 та 128 порядків.

Для прикладу наведемо результати числових обчислень діагональної матриці  $\bar{A}$  (рис. 1) та структуру матриці  $(\bar{G}_{\Sigma Had}(\lambda))^{-1}$  для 32 – го порядку (рис. 2).

$$(\bar{G}_{\Sigma Had}(\lambda))^{-1}$$

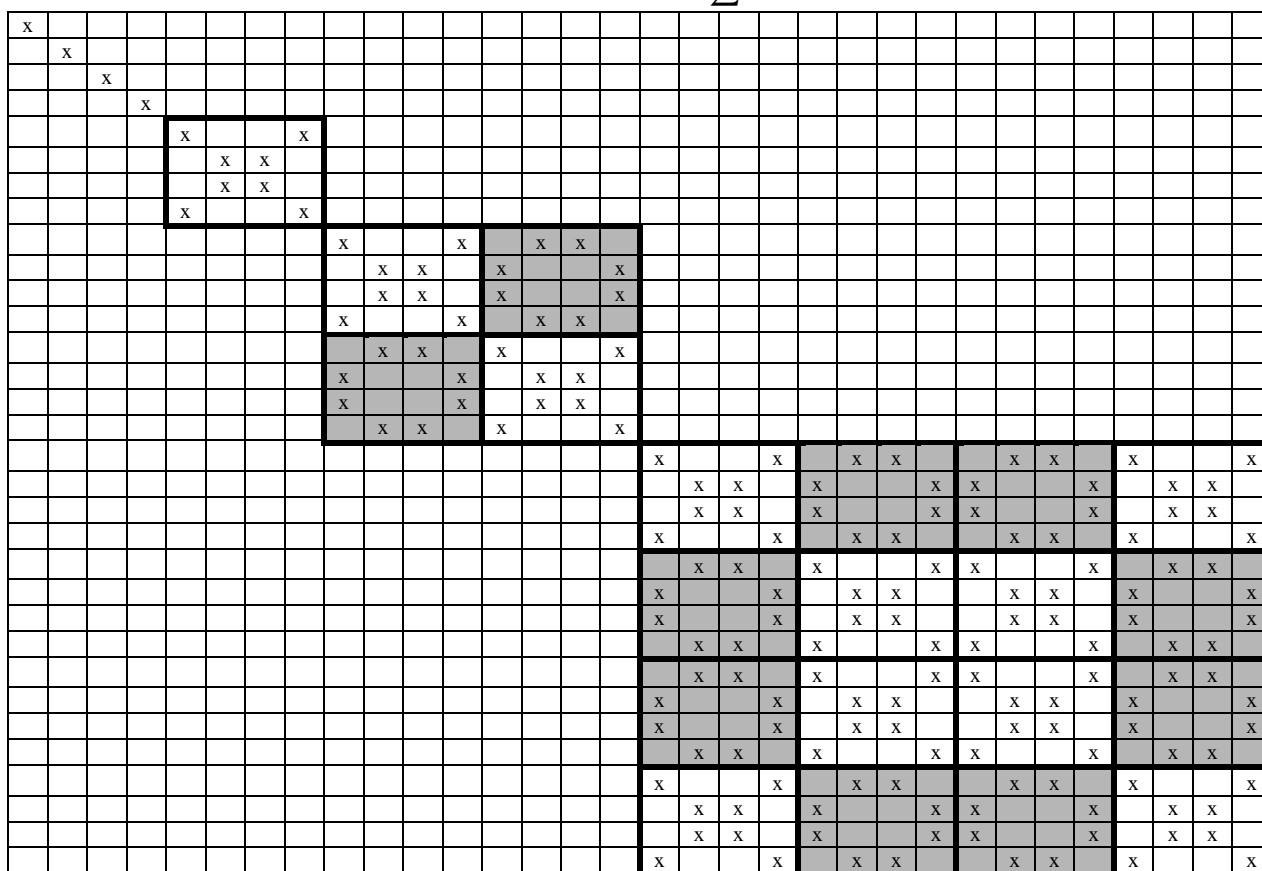


Рис. 2 Структура оберненої матриці деградації образу 32 – го порядку

### Висновки

Формування матриць  $\overline{G}_{2Had}$ ,  $\overline{C}_{2Had}$  та  $\overline{P}^T$  виконане за допомогою символного методу, що дозволяє підвищити точність обчислень при операціях з обмеженою розрядністю операндів. Застосований символний алгоритм для формування та обчислення даних матриць досить простий і зменшує накопичення великої похибки.

Запропонований алгоритм формування матриці  $(\overline{G}_{\Sigma Had}(\lambda))^{-1}$  дозволяє значно спростити обчислення та зекономити час на проведення обчислень.

### Література

- 1 Jan Jiří Čislicova filtrace, analýza a restaurace signlů / Jan Jiří. — VUT v BRNĚ. — 1997.— 438s.
2. Рибін О.І. Алгоритм побудови матриці деградації образу з використанням дискретного перетворення Адамара/О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2012.— №49.— С.18—32.
3. Рибін О.І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова матриці деградації образу / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2011.— №47.— С.30—41.
4. Рибін О.І. Реставрація образів за методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2011.— №46.— С.51—58.
5. Рибін О.І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова оберненої матриці деградації образу / О.І. Рибін, Н.О. Іванюк // Вісник НТУУ «КПІ» Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2012. — № 50.— С.21—29.

### References

- 1 Jan Jiří Čislicova filtrace, analýza a restaurace signlů. VUT v BRNĚ, 1997, 438 p.
2. Rybin O. I., Ivaniuk N. O. Algorytm pobudovy matrytsi degradatsii obrazu z vykorystanniam dyskretynogo peretvorennia Adamara. Visnik NUTU «KPI». Ser. Radiotekhnika. Radioaparotobuduvannya, 2012, No49. pp.18–32.
3. Rybin O. I., Ivaniuk N. O. Umovna dekonvoliutsiia v oblasti transformant Furie. Visnik NUTU «KPI». Ser. Radiotekhnika. Radioaparotobuduvannya, 2011, No47, pp. 30–41.
4. Rybin O. I., Ivaniuk N. O. Restavratsiia obraziv za metodom umovnoi dekonvoliutsii v oblasti transformant peretvorennia Adamara. Visnik NUTU «KPI». Ser. Radiotekhnika. Radioaparotobuduvannya, 2011, No46, pp. 51–58.
5. Rybin O. I., Ivaniuk N. O. Umovna dekonvoliutsiia v oblasti transformant Furie. Pobudova obrerenoii matrytsi degradatsii obrazu. Visnik NUTU «KPI». Ser. Radiotekhnika. Radioaparotobuduvannya, 2012, No50, pp. 21–29.

*Рибін О. І., Іванюк Н. О. Формування оберненої матриці деградації образу в області трансформант Адамара. В роботі запропоновано алгоритм для реалізації символного методу формування оберненої матриці деградації образу в області трансформант перетворення Адамара. Алгоритм враховує блочно – діагональну структуру матриці деградації, що дозволяє спростити обчислення матриці будь – якого порядку. Розроблений алгоритм дозволяє скоротити кількість операцій обчислення та зменшити накопичення похибки.*



**Ключові слова:** матриця деградації образу, умовна деконволюція, перетворення Адамара, матричні оператори ортогональних перетворень.

Рыбин А. И., Иванюк Н. А. **Формирование обратной матрицы деградации образа в области трансформант Адамара.** В работе предложен алгоритм для реализации символьного метода формирования обратной матрицы деградации образа в области трансформант преобразования Адамара. Алгоритм учитывает блочно - диагональную структуру матрицы деградации, что позволяет упростить вычисление матрицы какого - либо порядка. Разработанный алгоритм позволяет сократить количество операций вычисления и уменьшить накопление погрешности.

**Ключевые слова:** матрица деградации образа, условная деконволюция, преобразование Адамара, матричные операторы ортогональных преобразований.

Rybin O., Ivanyuk N. **The formation of image degradation inverse matrix in the Hadamard transformation field.**

Introduction. The algorithm for symbolic method realization of forming image degradation inverse matrix in the Hadamard transforms field is proposed in this work.

The problem statement. The main problem for the image restoration is the image degradation inverse matrix computation with different values of Lagrange variation coefficients. It is necessary to lead to diagonal structure the block-diagonal matrices by multiplying for solving this problem. The image degradation inverse matrix is obtained by multiplying of inverse diagonal matrix and matrix of eigenvectors.

The program for forming the image degradation inverse matrix of any order was written in software package Matlab. The calculations were performed for matrices of 16, 32 and 128 orders.

Conclusions. The algorithm takes into account block-diagonal structure of degradation matrix, that allows to simplify the matrix computation of any order. This algorithm enables to reduce number of calculation operations and to decrease the accumulation of errors.

**Keywords:** image degradation matrix, conditional deconvolution, Hadamard transformation, matrix operators of orthogonal transformation.