ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ, РАДІОЛОКАЦІЯ, РАДІОНАВІГАЦІЯ ТА ЕЛЕКТРОАКУСТИКА

УДК 621.317

АНАЛІТИЧНИЙ БАГАТОЧАСТОТНИЙ ФАЗОВИЙ МЕТОД ВИМІРЮВАННЯ ДАЛЬНОСТЕЙ

Шинкарук О. М.[1], д.т.н., проф.; Любчик В. Р.[1],к.т.н., доц.; Лантвойт М. О.[2]

[1]Хмельницький національний університет, Хмельницький, Україна
[2]Київський національний торгівельно-економічний університет, Київ, Україна

ANALYTICAL MULTIFREQUENCY PHASE METHOD OF DISTANCES MEASURING

Shinkaruk O. M.[1] Doc. Of Sci (Technics), Prof.;
Liubchyk V. R.[1] Cand. Of Sci (Technics), associate prof.; Lantvoyt M. O.[2]
[1]Khmelnitsky National University, Khmelnitsky, Ukraine
[2] Kyiv National Trade and Economic University, Kyiv, Ukraine

Вступ

Дослідження існуючих методів радіолокації та методів радіолокаційного вимірювання дальностей показує що найбільшу точність мають методи надширокосмугової радіолокації та фазові методи. Недоліком надширокосмугової радіолокації є значний частотний діапазон зондуючого сигналу, що призводить до того що висуваються підвищені вимоги до проектування передавальної та приймальної апаратури. А саме до їх частотного діапазону, до антенної апаратури. Так само для отримання вимірювальної інформації використовуються складні математичні моделі та алгоритми. [1, 2]

З іншого боку високоточними є базові методи вимірювання дальностей. Але класичні методи не мають розрізнювальної спроможності, тобто не можуть розрізняти два і більше об’єктів. [3] Відомі багаточастотні фазові методи можут розрізняти більше одного об’єкта і мають низьку похибку вимірювання. Значний частотний діапазон зодуючих частот, необхідний для реалізації фазових методів, потребує розробки удосконаленого аналітичного багаточастотного фазового методу вимірювання дальностей. [4-6]

Основна частина

При зондуванні об’єктів сіткою гармонійних частот, значення яких є лінійно наростаючими із однаковими амплітудами, сигнали проходять до об’єктів, розташованих на різних відстанях від джерела сигналів, відбиваються і повертаються назад до приймача сигналів. При проходженні різних відстаней, сигнали набувають різних фазових зсувів. У точці приймача усі сигнали відбиті від кожного об'єкта геометрично підсумовуються. В результаті отримуємо один гармонійний сигнал із деякім значенням амплітуди та фазового зсуву, які мають складну аналітичну залежність від дальностей кожного об'єкту та їх коефіцієнтів відбиття. В загальному сумарний сигнал можна описати виразом:

$$\left|A_{\Sigma 1}\right|e^{-j\varphi_{\Sigma 1}}=\left|A_1\right|e^{-j\varphi_1}+\left|A_2\right|e^{-j\varphi_2}+\cdots+\left|A_n\right|e^{-j\varphi_n}; \qquad (1)$$

де $\left|A_{\Sigma 1}\right|$ — амплітуда сумарного сигналу на 1-й частоті;

$\varphi_{\Sigma 1}$ — фазовий зсув сумарного сигналу на 1-й частоті;

$\left|A_1\right|,\left|A_2\right|,\ldots,\left|A_n\right|$ — амплітуди сигналів відбитих від об'єктів на 1-й частоті;

$\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_n$ — фазові зсуви сигналів відбитих від об'єктів на 1-й частоті.

При лінійній зміні частоти зондуючого сигналу, значення фазових зсувів сигналів відбитих від кожного об'єкту так само змінюються лінійно. Отже, сумарні сигнали в деякому діапазоні частот можна описати системою рівнянь:

$$\begin{cases}\left|A_{\Sigma 1}\right|e^{-j\varphi_{\Sigma 1}}=\left|A_1\right|e^{-j\varphi_1}+\left|A_2\right|e^{-j\varphi_2}+\cdots+\left|A_n\right|e^{-j\varphi_n},\\ \left|A_{\Sigma 2}\right|e^{-j\varphi_{\Sigma 2}}=\left|A_1\right|e^{-j2\varphi_1}+\left|A_2\right|e^{-j2\varphi_2}+\cdots+\left|A_n\right|e^{-j2\varphi_n},\\ \cdots\\ \left|A_{\Sigma m}\right|e^{-j\varphi_{\Sigma m}}=\left|A_1\right|e^{-jm\varphi_1}+\left|A_2\right|e^{-jm\varphi_2}+\cdots+\left|A_n\right|e^{-jm\varphi_n},\end{cases} \qquad (2)$$

де $\left|A_{\Sigma 1}\right|,\left|A_{\Sigma 2}\right|,\cdots,\left|A_{\Sigma m}\right|$ — амплітуда сумарного сигналу на 1-й частоті;

$\varphi_{\Sigma 1},\varphi_{\Sigma 2},\cdots,\varphi_{\Sigma m}$ — фазовий зсув сумарного сигналу на 1-й частоті.

В роботі [4] розроблено аналітичний багато частотний фазовий метод вимірювання відстаней до багатьох об'єктів. Цей метод передбачає проведення зондування об'єктів в трьох діапазонах частот: від 1-ї до m-ї, від m+1-ї до 2m-ї та від 2m+1-ї до 3m-ї. При цьому записується три системи рівнянь аналогічних системі (2), причому кількість невідомих повинна дорівнювати кількості рівнянь, тобто n=m. Після чого проводиться спільне розв'язання усіх трьох систем рівнянь з метою знаходження фазових зсувів сигналів відбитих від усіх об'єктів та амплітуд сигналів. Але цей метод вимагає зондування об'єктів в широкому діапазоні частот. Кількість частот із зростанням кількості об'єктів зростає за нелінійною залежністю, що призводить до необхідності застосування значних обчислювальних потужностей для виконання розв'язання.

Пропонується, записати дві системи рівнянь і для запису цих систем рівнянь, робити зміщення не на m частот, а на одну частоту. Таким чином ми отримаємо наступні системи рівнянь:

$$\begin{cases} |A_{\Sigma 1}|e^{-j\varphi_{\Sigma 1}} = |A_1|e^{-j\varphi_1} + |A_2|e^{-j\varphi_2} + \cdots + |A_n|e^{-j\varphi_n}, \\ |A_{\Sigma 2}|e^{-j\varphi_{\Sigma 2}} = |A_1|e^{-j2\varphi_1} + |A_2|e^{-j2\varphi_2} + \cdots + |A_n|e^{-j2\varphi_n}, \\ \cdots \\ |A_{\Sigma n}|e^{-j\varphi_{\Sigma n}} = |A_1|e^{-jn\varphi_1} + |A_2|e^{-jn\varphi_2} + \cdots + |A_n|e^{-jn\varphi_n}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} |A_{\Sigma 2}|e^{-j\varphi_{\Sigma 2}} = |A_1|e^{-j2\varphi_1} + |A_2|e^{-j2\varphi_2} + \cdots + |A_n|e^{-j2\varphi_n}, \\ |A_{\Sigma 3}|e^{-j\varphi_{\Sigma 3}} = |A_1|e^{-j3\varphi_1} + |A_2|e^{-j3\varphi_2} + \cdots + |A_n|e^{-j3\varphi_n}, \\ \cdots \\ |A_{\Sigma n+1}|e^{-j\varphi_{\Sigma n+1}} = |A_1|e^{-j(n+1)\varphi_1} + |A_2|e^{-j(n+1)\varphi_2} + \cdots + |A_n|e^{-j(n+1)\varphi_n}. \end{cases} \quad (4)$$

В лівій частині кожного рівняння записуються значення векторів сумарного сигналу, відбитого від усіх об’єктів. В правій частині сума векторів сигналів відбитих від кожного об’єкту. Не важко помітити що фази векторів сигналів відбитих від кожного об’єкту зростають кратно із кратними зростанням частот. Отже, якщо дві сусідні частоти відрізняються в два рази, то і фази векторів так само відрізняються в два рази.

Для зручності розгляду систем рівнянь (3)-(4) введемо позначення:

$$\begin{gathered} \dot{b}_1 = |A_{\Sigma 1}|e^{-j\varphi_{\Sigma 1}}, \ldots, \dot{b}_m = |A_{\Sigma m}|e^{-j\varphi_{\Sigma m}}; \\ a_1 = |A_1|, \ldots, a_n = |A_n|; \\ \dot{c}_1 = e^{-j\varphi_1}, \ldots, \dot{c}_n = e^{-j\varphi_n}. \end{gathered} \quad (5)$$

Тоді системи рівнянь (3) – (4) можна записати наступним чином:

$$\begin{cases} \dot{b}_1 = a_1\dot{c}_1 + a_2\dot{c}_2 + \cdots + a_n\dot{c}_n, \\ \dot{b}_2 = a_1\dot{c}_1^2 + a_2\dot{c}_2^2 + \cdots + a_n\dot{c}_n^2, \\ \cdots \\ \dot{b}_n = a_1\dot{c}_1^n + a_2\dot{c}_2^n + \cdots + a_n\dot{c}_n^n, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{b}_2 = a_1\dot{c}_1^2 + a_2\dot{c}_2^2 + \cdots + a_n\dot{c}_n^2, \\ \dot{b}_3 = a_1\dot{c}_1^3 + a_2\dot{c}_2^3 + \cdots + a_n\dot{c}_n^3, \\ \cdots \\ \dot{b}_{n+1} = a_1\dot{c}_1^{n+1} + a_2\dot{c}_2^{n+1} + \cdots + a_n\dot{c}_n^{n+1}. \end{cases} \quad (7)$$

Аналіз отриманих систем рівнянь показує що усі невідомі розташовані в правій частині рівнянь. Причому при зростанні номеру рівнянь, тобто зростанні частоти зондую чого сигналу, зростає показник ступеню для невідомих $\dot{c}_1, \ldots, \dot{c}_n$.

Для спільного розв'язку систем рівнянь (6)-(7) скористаємось аналогічним підходом, який було використано в роботі […]. Цей підхід полягає у розв'язанні кожної системи рівнянь відносно $a_1,\ldots,a_n$. Потім шукається подібність між отриманими розв'язками. Зрозуміло що знайти загальний розв'язок систем лінійних рівнянь (6)-(7) складно. Тому скористаємось наступним підходом, знайдемо розв'язок для систем рівнянь які складаються з трьох та чотирьох доданків, тобто трьох і чотирьох об'єктів відповідно. Потім знайдемо подібність між ними. Після виявлення спільних ознак, спробуємо узагальнити їх на довільну кількість доданків, а отже і довільну кількість об'єктів.

Системи рівнянь які описують проходження сигналів до трьох об'єктів наступні:

$$\begin{cases} \dot{b}_1 = a_1\dot{c}_1 + a_2\dot{c}_2 + a_3\dot{c}_3, \\ \dot{b}_2 = a_1\dot{c}_1^2 + a_2\dot{c}_2^2 + a_3\dot{c}_3^2, \\ \dot{b}_3 = a_1\dot{c}_1^3 + a_2\dot{c}_2^3 + a_3\dot{c}_3^3, \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} \dot{b}_2 = a_1\dot{c}_1^2 + a_2\dot{c}_2^2 + a_n\dot{c}_3^2, \\ \dot{b}_3 = a_1\dot{c}_1^3 + a_2\dot{c}_2^3 + a_3\dot{c}_3^3, \\ \dot{b}_4 = a_1\dot{c}_1^4 + a_2\dot{c}_2^4 + a_3\dot{c}_4^4. \end{cases} \tag{9}$$

Розв'язки системи рівнянь (8):

$$a_1 = \frac{-\dot{c}_1\cdot\dot{b}_2 + \dot{c}_2\cdot\dot{c}_3\cdot\dot{b}_1 + \dot{b}_3 - \dot{c}_3\cdot\dot{b}_2}{\dot{c}_1\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_3)\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_2)};$$
$$a_2 = \frac{-\dot{c}_1\cdot\dot{b}_2 + \dot{c}_1\cdot\dot{c}_3\cdot\dot{b}_1 + \dot{b}_3 - \dot{c}_3\cdot\dot{b}_2}{\dot{c}_2\cdot(\dot{c}_2-\dot{c}_3)\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_2)}; \tag{10}$$
$$a_3 = \frac{-\dot{c}_1\cdot\dot{b}_2 + \dot{c}_2\cdot\dot{c}_3\cdot\dot{b}_1 + \dot{b}_3 - \dot{c}_3\cdot\dot{b}_2}{\dot{c}_3\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_3)\cdot(\dot{c}_2-\dot{c}_3)}.$$

Розв'язки системи рівнянь (9):

$$a_1 = \frac{-\dot{c}_2\cdot\dot{b}_3 + \dot{c}_2\cdot\dot{c}_3\cdot\dot{b}_2 + \dot{b}_4 - \dot{c}_3\cdot\dot{b}_3}{\dot{c}_1^2\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_3)\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_2)};$$
$$a_2 = \frac{-\dot{c}_1\cdot\dot{b}_3 + \dot{c}_1\cdot\dot{c}_3\cdot\dot{b}_2 + \dot{b}_4 - \dot{c}_3\cdot\dot{b}_3}{\dot{c}_2^2\cdot(\dot{c}_2-\dot{c}_3)\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_2)}; \tag{11}$$
$$a_3 = \frac{-\dot{c}_1\cdot\dot{b}_3 + \dot{c}_1\cdot\dot{c}_2\cdot\dot{b}_2 + \dot{b}_4 - \dot{c}_2\cdot\dot{b}_3}{\dot{c}_3^2\cdot(\dot{c}_1-\dot{c}_3)\cdot(\dot{c}_2-\dot{c}_3)}.$$

Віднімемо відповідні розв'язки системи рівнянь (8) і системи рівнянь (9):

$$a_1 - a_1 = \frac{\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{b}_1 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_2 + \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_3 - \dot{b}_4}{\dot{c}_1^2 \cdot \left(\dot{c}_1 - \dot{c}_3\right) \cdot \left(\dot{c}_1 - \dot{c}_2\right)} = 0$$

;

$$a_2 - a_2 = \frac{\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{b}_1 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_2 + \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_3 - \dot{b}_4}{\dot{c}_2^2 \cdot \left(\dot{c}_2 - \dot{c}_3\right) \cdot \left(\dot{c}_1 - \dot{c}_2\right)} = 0;$$

$$a_3 - a_3 = \frac{\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{b}_1 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_2 + \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_3 - \dot{b}_4}{\dot{c}_3^2 \cdot \left(\dot{c}_1 - \dot{c}_3\right) \cdot \left(\dot{c}_2 - \dot{c}_3\right)} = 0$$

(12)

Аналіз рівнянь (12) показує що усі чисельники однакові. Внаслідок того що усі рівняння рівні нулю, то значить нулю дорівнює чисельник. Отже отримуємо наступне рівняння:

$$\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{b}_1 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_2 + \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_3 = \dot{b}_4. \qquad (13)$$

В цьому рівнянні невідомими є: $\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3$, $\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3$, $\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3$. Для отримання системи рівнянь яка мала би розв'язок необхідно отримати ще два рівняння. Для цього можна записати іще дві пари систем рівнянь із зміщенням на одну частоту. В результаті отримуємо наступні рівняння:

$$\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{b}_2 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_3 + \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_4 = \dot{b}_5. \qquad (14)$$

$$\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{b}_3 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_4 + \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3\right) \cdot \dot{b}_5 = \dot{b}_6. \qquad (15)$$

Ввівши позначення:

$$\dot{r}_1 = \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3, \; \dot{r}_2 = \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3, \; \dot{r}_3 = \dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3, \qquad (16)$$

отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_1 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_2 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_3 = \dot{b}_4, \\ \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_2 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_3 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_4 = \dot{b}_5, \\ \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_3 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_4 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_5 = \dot{b}_6. \end{cases} \qquad (17)$$

Вирази (16) є коефіцієнтами кубічного рівняння відповідно до теореми Вієта. Таким чином використавши розв'язок системи рівнянь (17) $\dot{r}_1$, $\dot{r}_2$, $\dot{r}_3$, можна записати кубічне рівняння:

$$\dot{c}^3 + \dot{r}_3 \dot{c}^2 + \dot{r}_2 \dot{c} + \dot{r}_1 = 0. \qquad (18)$$

Розв'язок кубічного рівняння (18) дає значення одиничних векторів сигналів відбитих від кожного з трьох об'єктів відповідно до (5). Тоді фази векторів можна знайти наступним чином:

$$\varphi_1 = \arg(\dot{c}_1), \; \varphi_2 = \arg(\dot{c}_2), \; \varphi_3 = \arg(\dot{c}_3). \qquad (19)$$

Тоді відстані до кожного об'єкта знаходимо наступним чином:

$$l_{x1} = \frac{\varphi_1 \lambda}{4\pi}, \; l_{x2} = \frac{\varphi_2 \lambda}{4\pi}, \; l_{x3} = \frac{\varphi_3 \lambda}{4\pi}. \qquad (20)$$

Проведемо аналогічні розрахунки для чотирьох об’єктів. Системи рівнянь які описують проходження сигналів до трьох об’єктів наступні:

$$\begin{cases} \dot{b}_1 = a_1\dot{c}_1 + a_2\dot{c}_2 + a_3\dot{c}_3 + a_4\dot{c}_4, \\ \dot{b}_2 = a_1\dot{c}_1^2 + a_2\dot{c}_2^2 + a_3\dot{c}_3^2 + a_4\dot{c}_4^2, \\ \dot{b}_3 = a_1\dot{c}_1^3 + a_2\dot{c}_2^3 + a_3\dot{c}_3^3 + a_4\dot{c}_4^3, \\ \dot{b}_4 = a_1\dot{c}_1^4 + a_2\dot{c}_2^4 + a_3\dot{c}_3^4 + a_4\dot{c}_4^4, \end{cases} \tag{21}$$

$$\begin{cases} \dot{b}_2 = a_1\dot{c}_1^2 + a_2\dot{c}_2^2 + a_3\dot{c}_3^2 + a_4\dot{c}_4^2, \\ \dot{b}_3 = a_1\dot{c}_1^3 + a_2\dot{c}_2^3 + a_3\dot{c}_3^3 + a_4\dot{c}_4^3, \\ \dot{b}_4 = a_1\dot{c}_1^4 + a_2\dot{c}_2^4 + a_3\dot{c}_3^4 + a_4\dot{c}_4^4, \\ \dot{b}_5 = a_1\dot{c}_1^5 + a_2\dot{c}_2^5 + a_3\dot{c}_3^5 + a_4\dot{c}_4^5, \end{cases} \tag{22}$$

Провівши аналогічні перетворення із виразами (21) та (22) неважко отримани рівняння:

$$\begin{aligned} &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4 \cdot \dot{b}_1 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_2 + \\ &+ \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_3 - \quad . \\ &- \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3 + \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_4 + \dot{b}_5 \end{aligned} \tag{23}$$

В цьому рівнянні невідомими є:

$$\begin{aligned} &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4, \\ &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4, \\ &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4, \\ &\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3 + \dot{c}_4. \end{aligned}$$

Для отримання системи рівнянь яка мала би розв’язок необхідно отримати ще два рівняння. Для цього можна записати іще дві пари систем рівнянь із зміщенням на одну частоту. В результаті отримуємо наступні рівняння:

$$\begin{aligned} &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4 \cdot \dot{b}_2 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_3 + \\ &+ \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_4 - \quad . \\ &- \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3 + \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_5 + \dot{b}_6 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned} &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4 \cdot \dot{b}_3 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_4 + \\ &+ \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_5 - \quad . \\ &- \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3 + \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_6 + \dot{b}_7 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} &\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4 \cdot \dot{b}_4 - \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_5 + \\ &+ \left(\dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_6 - \quad . \\ &- \left(\dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3 + \dot{c}_4\right) \cdot \dot{b}_7 + \dot{b}_8 \end{aligned} \tag{26}$$

Ввівши позначення:

$$\dot{r}_1 = \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4,$$
$$\dot{r}_2 = \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4,$$
$$\dot{r}_3 = \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_2 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_1 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_3 + \dot{c}_2 \cdot \dot{c}_4 + \dot{c}_3 \cdot \dot{c}_4,$$
$$\dot{r}_4 = \dot{c}_1 + \dot{c}_2 + \dot{c}_3 + \dot{c}_4, \tag{27}$$

отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_1 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_2 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_3 - \dot{r}_4 \cdot \dot{b}_4 = -\dot{b}_5, \\ \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_2 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_3 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_4 - \dot{r}_4 \cdot \dot{b}_5 = -\dot{b}_6, \\ \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_3 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_4 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_5 - \dot{r}_4 \cdot \dot{b}_6 = -\dot{b}_7, \\ \dot{r}_1 \cdot \dot{b}_4 - \dot{r}_2 \cdot \dot{b}_5 + \dot{r}_3 \cdot \dot{b}_6 - \dot{r}_4 \cdot \dot{b}_7 = -\dot{b}_8 \end{cases} \tag{28}$$

Вирази (27) є коефіцієнтами кубічного рівняння відповідно до теореми Вієта. Таким чином використавши розв’язок системи рівнянь (28) $\dot{r}_1$, $\dot{r}_2$, $\dot{r}_3$, $\dot{r}_4$ можна записати рівняння четвертої степені:

$$\dot{c}^4 + \dot{r}_4\dot{c}^3 + \dot{r}_3\dot{c}^2 + \dot{r}_2\dot{c} + \dot{r}_1 = 0. \tag{29}$$

Розв’язок рівняння четвертого ступеню (29) дає значення одиничних векторів сигналів відбитих від кожного з трьох об’єктів відповідно до (5). Тоді фази векторів можна знайти наступним чином:

$$\varphi_1 = \arg(\dot{c}_1),\ \varphi_2 = \arg(\dot{c}_2),\ \varphi_3 = \arg(\dot{c}_3),\ \varphi_4 = \arg(\dot{c}_4). \tag{30}$$

Тоді відстані до кожного об’єкта знаходимо наступним чином:

$$l_{x1} = \frac{\varphi_1 \lambda}{4\pi},\ l_{x2} = \frac{\varphi_2 \lambda}{4\pi},\ l_{x3} = \frac{\varphi_3 \lambda}{4\pi},\ l_{x4} = \frac{\varphi_4 \lambda}{4\pi}. \tag{35}$$

Висновки

Наведені математичні викладки для випадку трьох і чотирьох об’єктів, дозволяють зробити узагальнення. Знаходячи амплітуди та фазові зсуви сумарних сигналів. відбитих від декількох об’єктів, в заданому діапазоні частот із рівномірним кроком, можна записати систему рівнянь, яка дозволить знайти фазові зсуви та амплітуди сигналів відбитих від кожного об’єкту. Мінімальна кількість частот необхідна для розв’язання даної задачі повинна бути в два рази більшою за кількість об’єктів. За допомогою фазових зсувів та амплітуд сигналів відбитих від кожного об’єкту можна розрахувати дальності до кожного з них та їх коефіцієнти відбиття. Даний підхід дозволяє розробити методи багаточастотного фазового вимірювання дальностей до багатьох об’єктів. Подальше удосконалення підходу необхідно проводити у напрямку обґрунтування можливості застосування у радіолокації. А також для вимірювання радіальної швидкості шляхом вимірювання Доплеровського зсуву частоти.

Література

1. Исслеование объектов с помощью пикосекундных импульсов/ [Глебович Г. В., Андриянов А. В., Введенский Ю. В. и др.]; под ред. Г. В. Глебовича. — М. : Радио и связь, 1984. — 256.
2. Ultra-wideband Radar Technology // Edited by James D. Taylor, P. E. CRC Press Boca Raton, London, New Work, Washington, 2000. — 27p.
3. Применение методов фазометрии для прецизионного измерения расстояний / [Маевский С. М., Баженов В. Г., Батуревич Е. К., Куц Ю. В.] — К. : Вища школа, Изд-во при Киев. ун-те, 1983. — 84 с.
4. Параска Г. Б. Теоретичні основи фазових вимірювань відстаней до декількох об‘єктів / Г. Б. Параска, О. М. Шинкарук, В. Р. Любчик // Електроніка і звязок. — 2010. — №3. — С. 82—86.
5. Любчик В. Р. Розробка аналітичного фазового методу вимірювання відстаней до трьох об‘єктів / В. Р. Любчик, Ю. В. Сенчишина, Г. Б. Параска, О. М. Килимник // Вісник ХНУ. — 2009. — №2 — С. 146—151.
6. Шинкарук О. М. Дослідження потенційної точності та роздільної здатності фазового багаточастотного методу вимірювання відстаней / О. М. Шинкарук, В. Р. Любчик, Т. О. Дементьєв // Электроника и связь. — 2011. — №3. — С. 78—82.

References

1. Glebovich G. V., Andrianov A. V., Vvedensky Y. and others. The study objects using picosecond pulses. M. : Radio and communication, 1984, 256 p.
2. James D. Taylor P.E. Ultra-wideband Radar Technology. CRC Press Boca Raton, London, New Work, Washington, 2000, 27p.
3. Majewski S., Bazhenov V. G., Baturevich E. K., Kutz Y. Application of methods to precisely measure the phase meter distances. K. : Vishcha School, Academy of the Kyiv. University are, 1983, 84p.
4. Paraska G. B., Shinkaruk O. M., Lubchik V. R. Teoretichni based on phase vimiryuvan vidstaney to dekilkoh ob'єktiv. Elektronika i zvyazok, 3, 2010, p.82-86.
5. Lubchik V. R., Senchishina Y., Paraska G. B., Kilimnik O. M. Rozrobka analitichnogo phase method vimiryuvannya vidstaney to troh ob'єktiv. News KNU, № 2, 2009, p.146-151.
6. Shinkaruk O. M., Lubchik V. R., Dementєv T. S. Doslidzhennya potentsiynoї tochnosti that rozdilnoї zdatnosti phase bagatochastotnogo method vimiryuvannya vidstaney. Electronics and Communication, № 3, 2011, p. 78-82.

Шинкарук О. М., Любчик В. Р.˙ Лантвойт М. О. ***Аналітичний багаточастотний фазовий метод вимірювання дальностей.*** *У роботі розглядається аналітичний багато частотним спосіб вимірювання відстаней до багатьох об’єктів. Шляхом вимірювання фазових зсувів та амплітуд гармонійних сигналів в заданому діапазоні частот із рівномірним кроком відбитих від трьох та чотирьох об’єктів та розв’язання відповідної системи рівнянь встановлено що даний підхід можна розповсюдити на довільну кількість об’єктів. Для вимірювання відстаней до деякої кількості об’єктів необхідно застосування в два рази більшої кількості частот ніж об’єктів.*

Ключові слова: *фазовий зсув, амплітуда, система лінійних рівнянь, степеневе рівняння, дальність.*

Шинкарук О. М., Любчик В. Р.˙ Лантвойт М. О. ***Аналитический многочастотный фазовый метод измерения дальностей.*** *В работе рассматривается аналитический многочастотный способ измерения расстояний до многих объектов. Путем из-*

мерения фазовых сдвигов и амплитуд гармонических сигналов в заданном диапазоне частот с равномерным шагом отраженных от трех и четырех объектов и решения соответствующей системы уравнений установлено, что данный подход можно распространить на любое количество объектов. Для измерения расстояний до некоторого количества объектов необходимо применение в два раза большего количества частот, чем объектов.

Ключевые слова: *фазовый сдвиг, амплитуда, система линейных уравнений, степенное уравнение, дальность.*

Shynkaruk O., Liubchyk V.,Lantvoyt M. ***Analytical multifrequency phase method of distances measuring.***

Introduction. Existing methods for measuring broadband over distances do not allow further raise the accuracy and distinguishing ability, because it leads to further unnecessary complication equipment. Phase methods have the distinguished ability. Developed multifrequency phase methods can both raise the accuracy and distinctive ability and significantly narrow the frequency range of measurement signals.

Requirements for document. The many analytical frequency methods of measuring objects distances are examined in this paper. It is shown that the proposed approach can be extended to any number of objects by measuring the phase shift and amplitude harmonic signals in a given frequency range with uniform reflected from step three and four objects and solving the corresponding system of equations. It is necessary to use two times more frequency than objects measuring the distance to objects.

Conclusions. This approach allows us to develop methods for Multiphase ranging many objects. Further improvement approach should be performed in feasibility study to use in radar, and also to measure the radial velocity measuring the Doppler frequency shift.

Keywords*: phase shift, amplitude, system of linear equations, exponential equations range.*