
ОГЛЯДИ. ПОЛЕМІКА. ОБМІН ДОСВІДОМ

Лист до редакції (для обговорення)

УДК 535.1

ПРО КВАНТОВОМЕХАНІЧНІ ТА КЛАСИЧНІ
ЗАСОБИ ОПИСУ ХВИЛЬОВИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ФОТОНІВ

Дем'яненко П. О., к.т.н., доцент; Зінковський Ю. Ф., д.т.н., професор,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут», Київ, Україна

ABOUT QUANTUM AND CLASSICAL
MEANS OF DESCRIBING THE WAVE PROPERTIES PHOTON

Demianenko P., Cand. Of Sci (Technics), associate prof.;

Zinkovsky Yu. Doc. Of Sci (Technics), Prof.

National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine

Вступ

Хвильові властивості світла, здавалося б, вже так вичерпно описані класичною оптикою, що на перший погляд важко уявити, на що б тут ще можна було б звернути увагу. А зауважити є на що. В першу чергу на те, що класична хвильова оптика базована на принципі Гюйгенса з його уявленнями про точкові джерела вторинних, сферичних світлових хвиль. Сьогодні ми твердо знаємо, що точкових джерел світла в природі немає (і бути не може) і що світло генерується не у вигляді сферичних хвиль. Це означає, що хвильова теорія світла є просто феноменологічною теорією, яка вірно описує результати експерименту. З погляду прагматичного споживача практичних результатів хвильової теорії, в принципі, можна було б погодитися з такою ситуацією. Але викладачу, котрий разом зі студентами прагне будувати цілісну і вільну від протиріч картину устрою Природи, оминати цю ситуацію не можна.

Використання рівняння Шрьодінгера

Як альтернативу принципу Гюйгенса сьогодні можна протиставити основоположні принципи квантової механіки: рівняння Шрьодінгера та принцип невизначеності Гейзенберга. Застосуємо рівняння Шрьодінгера для опису фотона [1] (як вільної частинки, що не підпадає під дію силових полів),

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\Psi; \quad (1)$$

тут: i — уявна одиниця; Δ — диференціальний оператор Лапласа (для одновимірного руху частинки, наприклад, вздовж осі x : $\Delta = \frac{d^2}{dx^2}$); решта по-

значень загальноприйнятї. Хоча б елементарною підстановкою з урахуванням того, що для вільної частинки енергія E є просто енергією її руху ($E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$), можна переконатися, що розв'язком (1) є Ψ -функція:

$$\Psi(x,t) = A \exp \left[-\frac{i}{h} (Et - px) \right], \quad (2)$$

а врахувавши, що для фотона, як елементарної частинки, $E = \hbar\omega$ (формула Планка) а $p = \hbar k$ (співвідношення де-Бройля), — виразові (2) можна надати ще й такого вигляду:

$$\Psi(x,t) = A \exp \left[-i(\omega t - kx) \right] = A \exp \left[-2\pi i \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

тут $\omega = \frac{2\pi}{T}$, а $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, а T, λ — періоди часової та просторової осциляцій Ψ -функції, відповідно.

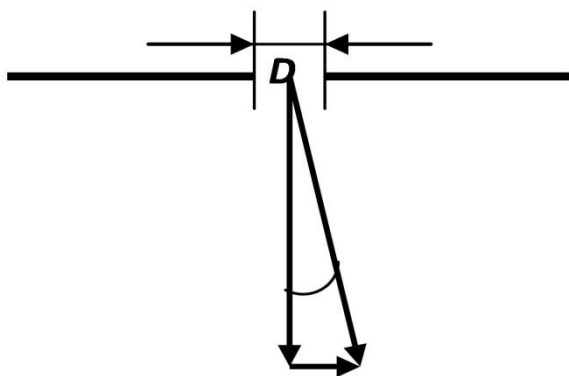
Як видно, вирази (2) для $\Psi(x,t)$ є розв'язком рівнянь Максвелла для електричної та магнітної складових напруженостей полів в плоскій біжучій електромагнітній (ЕМ) хвилі, що розповсюджується вздовж осі x , (тут A — амплітудне значення цих напруженостей). На перший погляд, все склалося чудово: розв'язок рівняння Шрьодінгера, початково записаного для фотона, як для частинки матерії, виявився вірним і для ЕМ (світлової) хвилі. Так, начебто, дійсно все добре. Але ж необхідно при цьому зрозуміти, і витлумачити логіку фізики перетворення дійсності в рівнянні Шрьодінгера: як може бути так, щоб одному-єдиному фотону співставлялася безмежна в часі і в просторі Ψ -функція (ЕМ хвиля). Напруженість цієї ситуації знімається постулатом про те, що *Ψ -функція фізичного сенсу не має*. Як формальне пояснення цьому, можна навести такі міркування: Ψ -функція є *комплексною функцією*, тобто, її математичний вираз містить в своєму складі *уявну одиницю i* , яка робить і саму цю функцію *уявною*. Реально це означає, що уявна функція не сприймається ні природними органами чуття людини, ні жодними, створеними нею штучно, матеріально-енергетичними сенсорами. А фізичного сенсу набуває квадрат модуля Ψ -функції, математичний вираз якого вже не містить в собі уявної одиниці: ним визначається *густина ймовірності перебування* частинки в даній точці простору в даний момент часу.

Таким чином знімається невизначеність проблеми з матеріально-енергетичної точки зору. Разом з тим, на наш погляд, не варто квапитися відкидати з розгляду і саму Ψ -функцію в цілому. Дійсно, можна погодитися, що Ψ -функція *в принципі* не може описувати матеріально-енергетичні перетворення «частинка – хвиля» (і саме в цьому сенсі вона «фізичного

сенсу не має»). Однак, варто все ж таки звернути увагу на той факт, що просторово (а в розглянутому нами випадку це вздовж координати x) область визначення Ψ -функції є принципово *необмеженою*. Якраз приймаючи до уваги саме цю особливість Ψ -функції фотона вдається зрозуміти дивні, на перший погляд, особливості його поведінки при проходженні ним через просторово обмежені вхідні отвори оптичних приладів. Нагадаємо слова Г. А. Лорентца: «Квант світла мусить бути у крайньому разі настільки ж великим, як найбільші об'єкти телескопів; та оскільки неймовірно, щоб об'єм кванта залежав від розмірів наших інструментів, то його можна уявити собі іще значно більшим».

Саме приймаючи до уваги необмеженість Ψ -функції, можна зрозуміти, яким чином фотон «дізнається» про розміри об'єктиву або «на скількох щілинах дифракційної ґратки (ДГ) він має дифрагувати». Дійсно, своєю Ψ -функцією фотон «накриває» відразу весь отвір об'єктиву і проходячи через всі елементи його поверхні, водночас проходить і мимо його краю (границі його отвору), дифрагуючи на ньому. Так само, накриваючи своєю Ψ -функцією всю площу ДГ, фотон «проходить» таким чином відразу через всі її щілини, дифрагуючи при цьому відразу на них усіх. Стосовно ж, власне, самого «механізму» дифракції, то тут якраз і можна скористатися механізмом побудови хвильових фронтів світлових хвиль, який витікає із принципу Гюйгенса, розуміючи тепер під гіпотетичними «вторинними сферичними світловими хвилями» «хвилі матерії» — хвилі густини ймовірності перебування фотона в даній точці простору та постулюючи при цьому здатність цих хвиль інтерферувати.

Використання принципу невизначеностей Гейзенберга



p_0 p
Рис.1

Дифракцію фотона на малому отворі чи вузькій щілині можна проілюструвати і за допомогою співвідношень невизначеностей Гейзенберга.

Розглянемо фотон, який проходить через, наприклад, круглий отвір, що має діаметр D (рис.1). Для того, щоб спостерігати помітний дифракційний ефект, розмір D має бути співвимірним з довжиною хвилі світла, що є потоком цих фотонів. Тоді цей діаметр можна розглядати як розмір, що задає не-

визначеність координати локалізації фотона Δx в напрямку, перпендикулярному до напрямку руху фотона: $\Delta x = \pm \frac{D}{2}$. Запишемо для цього випадку

співвідношення невизначеностей Гейзенберга: $\Delta p \cdot \Delta x = \Delta p \cdot \frac{D}{2} \leq \frac{\hbar}{2}$, звідки:

$$\Delta p \leq \frac{\hbar}{D}.$$

Імпульс фотона визначимо із співвідношення де Бройля: $p = \frac{h}{\lambda}$. Тоді

кут дифракції фотона γ визначиться як (рис.1): $\gamma = \arctg \frac{\Delta p}{p_0} = \arctg \frac{\lambda}{2\pi D}$,

або для малих кутів дифракції: $\gamma \approx \frac{\lambda}{2\pi D}$.

Отриманий таким чином вираз з точністю до множника $\frac{1,22}{2\pi}$

відповідає класичному виразу для кута дифракції світла з довжиною хвилі λ і плоским хвильовим фронтом, що проходить через круглий отвір діаметром D .

Як ще одну спробу узгодити витоки хвильової теорії світла з сьогоденнішими уявленнями про природу світла, проведемо співставлення виразів для обрахунків просторової когерентності світла.

Згідно з класичним виразом хвильової оптики, радіус когерентності ($r_{\text{ког}}$) світлового потоку визначається виразом: $r_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{\Theta}$, де λ — довжина

хвилі світла, для якого визначається $r_{\text{ког}}$, а Θ — кутовий розмір джерела світла, під яким його видно з того місця, де визначаються параметри когерентності його світла. Для випадку визначення параметрів когерентності

сонячного світла в земних умовах, $\Theta = \frac{D_C}{R_{3C}}$, де D_C — діаметр Сонця, а

R_{3C} — радіус земної орбіти.

Згідно ж виразом, який витікає із запропонованої нами квантово-пакетної моделі будови світлових потоків [2], радіус когерентності світлового потоку визначається виразом: $r_{\text{ког}} = \Phi L$, де L — відстань, яку проходить світло від свого джерела, до того місця де визначаються параметри когерентності цього світла, а Φ — природний кут розбігу квантових пакетів, який ми визначали в [2] якраз виходячи з $r_{\text{ког}}$ для сонячного світла:

$\Phi = \frac{r_{\text{ког}}^C}{R_{3C}}$, де $r_{\text{ког}}^C$ — радіус когерентності сонячного світла на поверхні Зе-

млі. Тоді, прирівнюючи обидва вирази для радіусів когерентності і виходячи із умови, що експеримент проводиться на поверхні Землі, отримаємо:

$$\Phi \cdot R_{3C} = \frac{\lambda}{\Theta}, \text{ звідки: } \Phi = \frac{\lambda}{R_{3C}} \cdot \frac{R_{3C}}{D_C} = \frac{\lambda}{D_C}.$$

Останній вираз виявився неочікувано цікавим, оскільки він свідчить про те, що природний кут розбігу квантових пакетів, визначений нами виходячи з експериментальних даних саме для сонячного світла на поверхні Землі, з точки зору класичної хвильової оптики є просто дифракційним кутом розбіжності світлового потоку, який обумовлюється його дифракцією на вихідному отворі джерела світла, в даному випадку Сонця.

Таким чином, коли ми, розглядаючи дифракцію світла на щілині з точки зору квантової механіки (рис. 1), зауважували, що ширина щілини має бути співвимірною з довжиною хвилі світла, яке проходить через неї, то тепер сенс цього зауваження, очевидно, слід розширити. Мотивацією цьому є те, що співвідношення невизначеностей, як ми показали, є справедливим для будь-яких, в тому числі і як завгодно великих, розмірів щілин або розмірів вихідних вікон джерел світла.

Висновки

Фотон, як світлова корпускула, є вельми незвичайним утворенням. І в першу чергу, це стосується його розмірів. Раніше ми показали [3], що фотон при взаємодії з матеріальними перепонами поводить себе як просторово локалізоване електромагнітне збурення сферичної симетрії з поперечним розміром, який визначається довжиною хвилі світла, що є потоком цих фотонів. Разом з тим, кожний окремий фотон, проходячи через дифракційну ґратку поводить себе так, неначе він дифрагує на всіх її щілинах відразу, а проходячи через об'єкти телескопів багатометрових розмірів, фотон відчуває всі елементи його площі разом з краями його отвору. Можливим поясненням такої поведінки фотона може слугувати той факт, що Ψ -функція фотона є просторово і в часі необмеженою — вона накриває собою відразу і всю площу ДГ, і весь об'єкт телескопу. Стосовно дифракції Ψ -функції, можна скористатися механізмом, який витікає із принципу Гюйгенса, розуміючи тепер під гіпотетичними «вторинними сферичними світловими хвилями» «хвилі матерії» — хвилі густини ймовірності перебування фотона в даній точці простору та постулюючи при цьому здатність цих хвиль інтерферувати.

Література

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебн. пособие для вузов в 10т. Т. III. Квантовая механика (нерелятивистская теория). — 4-е изд., испр. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит. — 1989. — С. 72.
2. Дем'яненко П. О. Метрологічні аспекти тлумачення феномену дифракції світла / П. О. Дем'яненко, Ю. Ф. Зіньковський // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2008. — №36. — С. 132—140.
3. Дем'яненко П. О. Про когерентність електромагнітних хвиль, зокрема, світлових. Частина друга / П. О. Дем'яненко, Ю. Ф. Зіньковський // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2010. — №41. — С. 191—204.

References

1. Landau L. D., Lifshyts E. M. Teoreticheskaia fizika: Uchebn. posobie dlia vuzov v 10t. T.III. Kvantovaia mekhanika (nerelativistskaia teoria). -e izd., ispr. M. : Nauka. Gl. red. fiz-mat.lit, 1989, p.72.
2. Demianenko P. O., Zinkovsky Yu. F. Metrologichni aspekty tлумachennia fenomenu dyfraktsyi svitla. Visnik NTUU «KPI». Ser. Radiotekhnika. Radioaparatabuduvannia. – 2008, №36, pp. 132-140.
3. Demianenko P. O., Zinkovsky Yu. F. Pro koherentnist elektromahnitnykh khvyl, zokrema, svitlovykh. Chastyna druha. Visnik NTUU «KPI». Ser. Radiotekhnika. Radioaparatabuduvannia, 2010, №41, pp.191-204.

Дем'яненко П. О., Зінковський Ю. Ф. Про квантовомеханічні та класичні засоби опису хвильових властивостей фотонів. Наведені результати застосування рівняння Шрєдінгера та співвідношення невизначеностей Гайзенберга для опису проявів хвильових властивостей фотонів, як матеріальних частинок. Ψ -функція фотона, як розв'язок рівняння Шрєдінгера, виявилася тотожною розв'язку хвильових рівнянь Максвелла для електричної та магнітної складових напруженостей полів в плоскій біжучій електромагнітній хвилі, що розповсюджується вздовж напрямку руху фотона. Застосування співвідношень невизначеностей Гайзенберга для опису відхилення фотона при проходженні ним вузького отвору, також привело до виразу, що добре узгоджується з класичним. Отримані результати дозволяють “по новому” поглянути на деякі “старі” проблеми оптики. Зокрема, такі, як дифракція поодиноких фотонів, дифракція фотонів на вхідних отворах телескопів, зростання радіусу когерентності світла, що приходить від далеких зірок.

Ключові слова: Ψ -функція фотонів, хвильові властивості фотонів, дифракція фотонів.

Демьяненко П. А., Зиньковский Ю. Ф. О квантовомеханических и классических способах описания волновых свойств фотонов. Приведены результаты применения уравнения Шрєдингера и соотношения неопределенностей Гейзенберга для описывания проявлений волновых свойств фотонов, как материальных частиц. Ψ -функция фотона, как решение уравнения Шрєдингера, оказалась тождественной решению волновых уравнений Максвелла для электрической и магнитной составляющих напряженностей полей в плоской бегущей электромагнитной волне, распространяющейся вдоль направления движения фотона. Применение соотношений неопределенностей Гейзенберга для описывания отклонения фотона при прохождении им узкого отверстия, также привело к выражению, хорошо согласующемуся с классическим. Полученные результаты позволяют “по новому” посмотреть на некоторые “старые” проблемы оптики. В частности такие, как дифракция одиночных фотонов, дифракция фотонов на входных отверстиях телескопов, возрастание радиуса когерентности света, приходящего от далеких звезд.

Ключевые слова: Ψ -функция фотонов, волновые свойства фотонов, дифракция фотонов.

Demyanenko P. A., Zinkovsky Yu. F. About quantum mechanical and classical interpretation of the photon's wave properties. The results of application of Schrödinger equation and Heisenberg's uncertainty relation for the photons wave properties description as material particles are presented. Ψ -function of photon as a solution of Schrödinger equation was found to be identical to the solution of Maxwell's wave equations for electrical and magnetic components of field intensity in the running plane electromagnetic wave propagating along direction of photon's motion. Application of Heisenberg's uncertainty relation for the description of photon's deviation during passing the narrow hole has led to results well agreed with classical interpretation. Obtained results provide a "new view" on some "old" problems in optics. Specifically they are diffraction of sole photons, diffraction of photons on the telescopes inlets, growth of coherence radius of the light coming from the distant stars.

Keywords: *Ψ -function of the photon, the wave properties of photons, diffraction of photons.*