

## **РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ**

УДК 621.317.73

### **ВИЯВЛЕННЯ СЛАБКИХ ПЕРІОДИЧНИХ СИГНАЛІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МОДИФІКОВАНОЇ СИСТЕМИ ДУФФІНГА-ХОЛМСА ДРОБОВОГО ПОРЯДКУ**

*Мартинюк В. В., к.т.н., доцент; Федула М. В., аспірант  
Хмельницький національний університет, м. Хмельницький, Україна*

### **WEAK PERIODIC SIGNAL DETECTION WITH THE FRACTIONAL ORDER MODIFIED DUFFING-HOLMES SYSTEM**

*Martynuk V., Cand. Of Sci (Technics), associate professor  
Fedula M., postgraduate student  
Khmelnytskyi National University, Khmelnytskyi, Ukraine*

#### **Вступ**

Виявлення періодичних сигналів в умовах відношення сигнал/шум менше одиниці є одним із важливих питань сучасної радіотехніки. На даному етапі розвитку радіотехніки розроблено значну кількість методів виявлення таких сигналів як у частотній, так і у часовій області [1].

У 1990-х роках були розроблені принципово нові методи виявлення слабких сигналів на основі застосування систем із хаотичною динамікою. Доведено, що слабкі сигнали певної форми можуть суттєво впливати на коливання хаотичних систем. Завдяки такій особливості хаотичні системи можуть використовуватися для побудови пристроїв виявлення слабких сигналів [2,3]. На даний час на основі вказаного підходу розроблені методи та системи, які дозволяють виявити періодичний сигнал в умовах співвідношення сигнал/шум значно меншого від одиниці. Так, наприклад, модифікована система Дуффінга-Холмса дозволяє виявляти періодичний сигнал в умовах співвідношення сигнал/шум близько -91дБ [4].

В той же час, в останні роки ведуться розробки нової елементної бази радіоелектронних засобів на основі елементів та пристроїв, які реалізують операції інтегрування дробового порядку [5,6]. Застосування таких елементів дозволяє значно розширити можливості обробки сигналів.

Сьогодні відомі аналогові пристрої дробового порядку у вигляді елементів із розподіленими параметрами (ЕРП) [6] та цифрові – у вигляді спеціальних алгоритмів, які можуть виконуватися цифровими сигнальними процесорами [7].

Останнім часом активно проводяться дослідження можливості підвищення ефективності пристроїв обробки слабких сигналів із застосуванням

елементів дробового порядку. Проте, розглядаються лише можливості їх використання як малошумлячих елементів та елементів із постійним фазовим зсувом [6].

У запропонованій роботі розроблено спосіб виявлення слабких періодичних сигналів із застосуванням модифікованої системи Дуффінга-Холмса дробового порядку. Проведено аналіз впливу дробового порядку інтегрування на хаотичну динаміку системи та поріг виявлення системою періодичного сигналу.

### **Модифікована система Дуффінга-Холмса**

Відомий спосіб виявлення слабких періодичних сигналів із застосуванням хаотичної системи Дуффінга, яка описується диференціальним рівнянням другого порядку виду (1):

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \frac{d}{dt}x(t) - x(t) + x^3(t) = \gamma \sin(\omega t), \quad (1)$$

де  $x(t)$  — вихідний сигнал системи,  $\gamma \sin(\omega t)$  — періодичний сигнал, яким у системі збуджуються коливання,  $k$  — коефіцієнт затухання.

Хаотичні коливання системи Дуффінга не є перехідним процесом і можуть спостерігатися протягом необмеженого періоду часу при фіксованих значеннях параметрів сигналу збудження  $\gamma$  та  $\omega$ , тому така система є достатньо зручною для дослідження.

При умові незмінного сигналу збудження  $\gamma \sin(\omega t)$  стан системи в основному залежить від виразу  $-x(t) + x^3(t)$ . Якщо в систему ввести параметричне збудження кубічного члена  $c = 1 + as(t)$  (де  $a \geq 0$ ,  $s(t)$  — періодичний сигнал), то отримаємо систему Дуффінга-Холмса, яка описується рівнянням:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \frac{d}{dt}x(t) - x(t) + [1 + as(t)]x^3(t) = \gamma \sin(\omega t). \quad (2)$$

З метою підвищення чутливості системи до слабких періодичних сигналів можна збільшити степені членів виразу (2), замінивши вираз  $-x(t) + [1 + as(t)]x^3(t)$  на вираз  $-x^3(t) + [1 + as(t)]x^5(t)$ . Тоді отримаємо модифіковану систему Дуффінга-Холмса, яка описується рівнянням:

$$\frac{d^2}{dt^2}x(t) + k \frac{d}{dt}x(t) - x^3(t) + [1 + as(t)]x^5(t) = \gamma \sin(\omega t), \quad (3)$$

Рівняння (3) описує хаотичну систему виявлення слабких періодичних сигналів. Якщо регулюванням амплітуди  $\gamma$  встановити у системі критичний періодичний режим, а саме стан, близький до межі між режимом хаотичних коливань і режимом періодичних коливань, то система характеризується високою чутливістю до періодичних складових сигналу  $s(t)$ . При

наявності періодичних складових система переходить у режим періодичних коливань.

Описана модифікована система Дуффінга-Холмса дає можливість виявляти періодичний сигнал в умовах відношення сигнал/шум -90дБ по потужності [4].

**Модифікована система Дуффінга-Холмса дробового порядку**

Найбільш загальною з відомих математичних моделей системи Дуффінга-Холмса дробового порядку, є модель, яка описується рівнянням (4):

$$D^p x(t) + kD^q x(t) - c_1 x(t) + c_2 x^3(t) = \gamma \sin(\omega t), \quad 1 < p \leq 2, \quad 0 < q \leq p, \quad (4)$$

де  $p$  та  $q$  — дробові порядки диференціювання.

В радіотехнічній літературі останніх років описуються можливості застосування системи Дуффінга-Холмса дробового порядку для організації захищених каналів зв'язку із хаотичною несучою.

У публікаціях [8] показано, що генератори хаотичних коливань дробового порядку можуть створювати сигнали із складнішою структурою та більшою кількістю інформативних параметрів, ніж генератори цілого порядку, що підвищує захищеність інформації, яка передається.

Проте у вказаних публікаціях в основному розглядаються питання синхронізації хаотичних систем з метою організації захищених каналів зв'язку, і не висвітлюються можливості застосування таких систем для виявлення слабких сигналів.

У даній статті приведено результати дослідження можливостей підвищення ефективності виявлення слабких сигналів шляхом застосування модифікованої системи Дуффінга-Холмса дробового порядку, яку можна описати рівнянням:

$$D^p x(t) + kD^q x(t) - c_1 x^3(t) + c_2 x^5(t) = \gamma \sin(\omega t).$$

Так як для забезпечення максимальної чутливості у модифікованій системі Дуффінга-Холмса вхідний сигнал множиться на вираз  $x^5(t)$ , то для спрощення можна прийняти  $c_1 = 1$ . Тоді можна записати:

$$D^p x(t) + kD^q x(t) - x^3(t) + c_2 x^5(t) = \gamma \sin(\omega t).$$

Прийmemo  $q = \alpha$ ,  $p = 1 + \alpha$ ,  $0 < \alpha < 2$ ,  $c_2 = [1 + as(t)]$ . Тоді отримаємо диференційне рівняння (4):

$$D^{1+\alpha} x(t) + kD^\alpha x(t) - x^3(t) + [1 + as(t)]x^5(t) = \gamma \sin(\omega t). \quad (5)$$

Для імітаційного моделювання процесу виявлення періодичних сигналів модифікованою системою Дуффінга-Холмса дробового порядку (5) використано пакет програм MATLAB/Simulink.

Для побудови моделі отриманої системи у програмному середовищі Simulink перетворимо вираз (5) до форми (6):

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = y(t), \\ D^{1+\alpha} x(t) = D^1 y(t) = \gamma \sin(\omega t) + x^3(t) - ky(t) - [1 + as(t)]x^5(t). \end{cases} \quad (6)$$

Перетворивши вираз (5) до інтегральної форми, отримуємо:

$$\begin{cases} x(t) = I^\alpha y(t), \\ y(t) = I^1 [\gamma \sin(\omega t) + x^3(t) - ky(t) - [1 + as(t)]x^5(t)]. \end{cases} \quad (7)$$

За отриманими системами диференційних рівнянь (6) та (7) побудована модель пристрою виявлення слабких сигналів у програмному середовищі Simulink (рис.1).

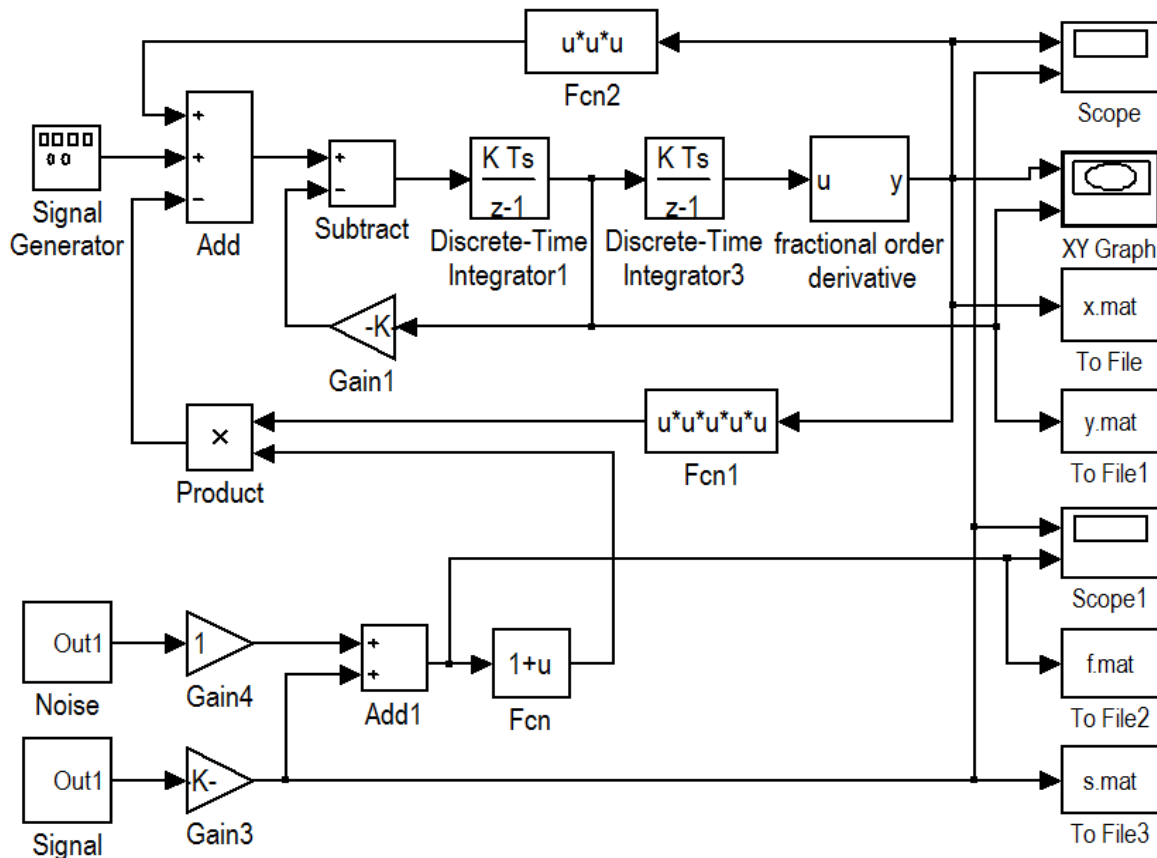


Рис.1. Модель розробленої хаотичної системи виявлення слабких сигналів

У якості інтегратора дробового порядку використовується блок “fractional order derivative” із бібліотеки “Fractional Variable Order Derivative Simulink Toolkit”, яка є офіційним доповненням до стандартних бібліотек Simulink.

Блок “fractional order derivative” є універсальним блоком дискретного диференціювання та інтегрування дробового порядку, і працює за алгоритмом:

$$D_{n \cdot h}^\alpha f(n \cdot h) = \frac{1}{h^\alpha} \sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{\alpha}{r} f(n \cdot h - r \cdot h),$$

де  $n = t / h$  — номер відліка похідної.

При малому кроці дискретизації  $h$  значення дискретної похідної  $D_{n \cdot h}^\alpha f(n \cdot h)$  достатньо добре апроксимують дробову похідну Грюнвальда-Летнікова:

$${}_0D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{\alpha}{r} f(t - rh).$$

Додатні порядки блоку відповідають операціям диференціювання, а від'ємні — інтегрування.

Для узгодження блоку дробового диференціювання із хаотичною системою виявлення сигналів модель виконано у дискретній формі, та послідовно з блоком “fractional order derivative” встановлено дискретний інтегратор цілого порядку. Тоді порядок інтегрування визначається сумою  $\alpha = 1 + \beta$ , де  $\beta$  — порядок блоку “fractional order derivative”.

Параметри сигналу збудження коливальних системи  $\gamma = 0.72698980$  В,  $\omega = 1$  рад/с.

На вхід моделі подається сума періодичного сигналу  $v(t)$ , який необхідно виявити, та білого шуму  $n(t)$ .

Для кращої демонстрації процесу виявлення періодичного сигналу прийемо сигнал  $v(t)$  відносно складним, у вигляді суми двох гармонік:

$$v(t) = A[B_1 \cdot \sin(2\pi f_1 t) + B_2 \cdot \sin(2\pi f_2 t)],$$

де параметри сигналу  $A = 4 \cdot 10^{-7}$  В,  $B_1 = 0,5$ ,  $B_2 = 1$ ,  $f_1 = 1$  Гц, та  $f_2 = 1,2$  Гц.

Потужність сигналу  $v(t)$  можна обчислити за формулою для гамонічних сигналів:

$$P_{c1} = \frac{(A \cdot B_1)^2}{4} + \frac{(A \cdot B_2)^2}{4} = 5 \cdot 10^{-14} \text{ Вт.}$$

Додаємо до сигналу  $v(t)$  білий шум  $n(t)$ :

$$s(t) = v(t) + n(t).$$

При потужності шуму  $P_{ш} = 10^{-4}$  Вт відношення сигнал/шум на вході системи виявлення періодичного сигналу буде:

$$\text{сигнал / шум} = 10 \log \left( \frac{P_{c1}}{P_{ш}} \right) \approx -91 \text{ дБ,}$$

що практично відповідає умовам експерименту, описаного в статті [4].

При встановленні порядку дробового інтегрування  $\alpha = 1$  ми отримуємо систему Дуффінга-Холмса другого порядку. Результати моделювання системи співпадають із приведеними у статті [4].

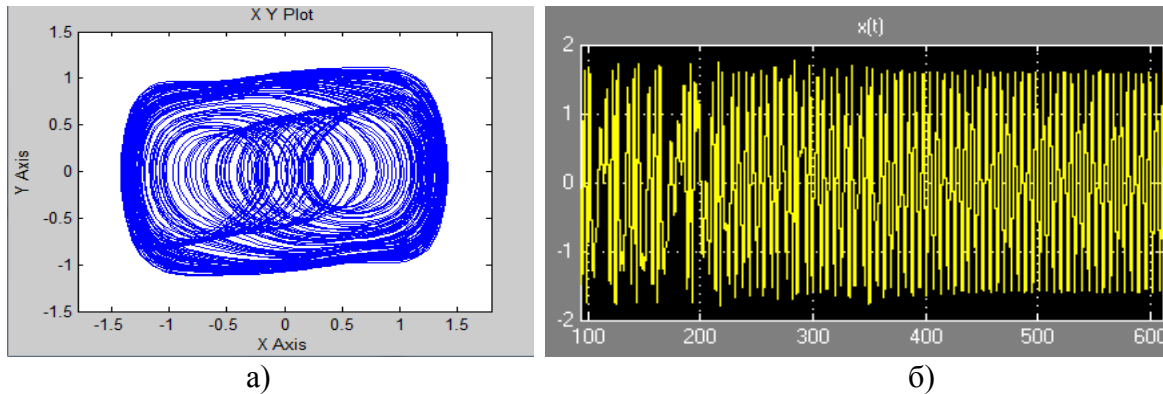


Рис.2. Результати моделювання при  $\alpha = 1$ , *сигнал / шум*  $\approx -91$  дБ:

а) фазовий портрет; б) вихідний сигнал  $x(t)$

За результатами моделювання, як і описано у статті [4], мінімальним порогом виявлення періодичного сигналу є відношення сигнал/шум близько  $-91$  дБ за потужністю. За такого відношення сигнал/шум система переходить із режиму хаотичних коливань у режим періодичних коливань, що дає інформацію про присутність у вхідному сигналі періодичної складової (рис.2). При подальшому зниженні потужності сигналу  $v(t)$ , за умови цілого порядку  $\alpha = 1$ , перехід системи до періодичного режиму коливань не спостерігається.

В процесі дослідження залежності мінімального коефіцієнта сигнал/шум, необхідного для виявлення сигналу, від дробових значень порядку інтегрування  $\alpha$  отримано наступні результати.

При дробовому порядку  $\alpha = 1,001$  виявлення періодичного сигналу спостерігається в умовах *сигнал / шум*  $= -105$  дБ ( $A = 1 \cdot 10^{-7}$  В,  $B_1 = 0,5$ ,  $B_2 = 1$ ,  $f_1 = 1$  Гц,  $f_2 = 1,2$  Гц,  $P_{ш} = 10^{-4}$  Вт).

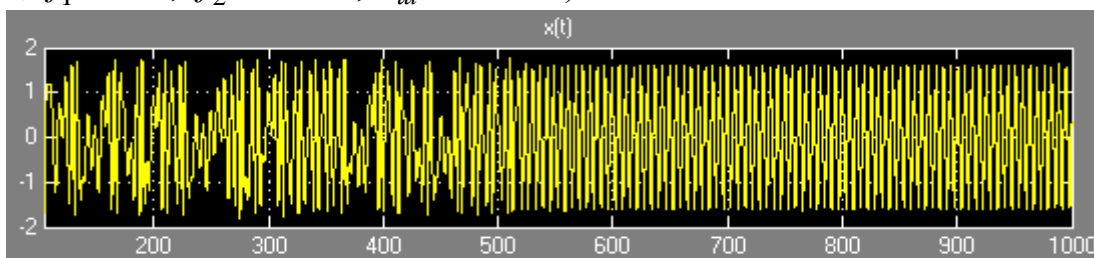


Рис.3. Вихідний сигнал при умові  $\alpha = 1,001$ , *сигнал / шум*  $= -105$  дБ

При підвищенні порядку  $\alpha$  до значення  $\alpha = 1,01$  коливання системи нескінченно зростають (рис. 4а). При зменшенні до значення  $\alpha = 0,99$  спостерігається періодичний режим коливань, який не залежить від сигналу на вході (рис. 4б).

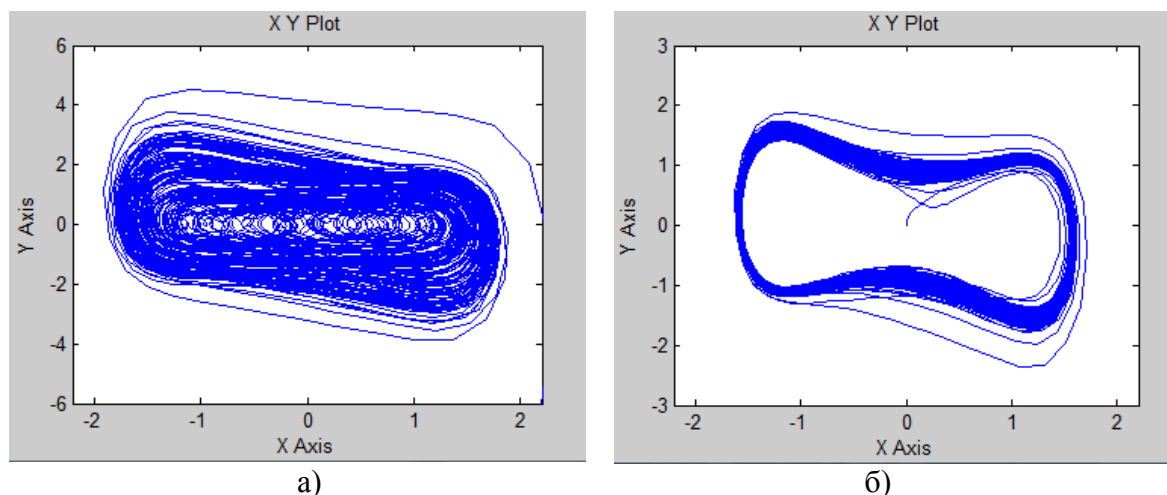


Рис.4. Результати моделювання при значеннях  $\alpha$ , близьких до 1:  
а)  $\alpha = 1,01$ ; б)  $\alpha = 0,99$

При подальшому зменшенні порядку системи хаотичний режим при  $\alpha = 0,7$  (рис. 5а) змінюється періодичним режимом при  $\alpha = 0,5$  (рис.5б).

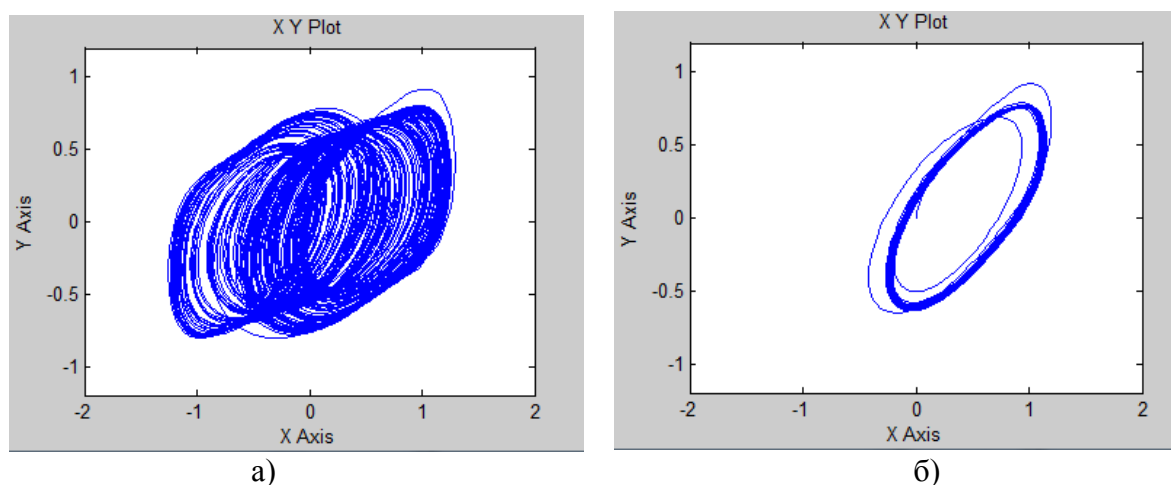


Рис.5. Результати моделювання при значеннях  $\alpha$ , менших від 1:  
а)  $\alpha = 0,7$ ; б)  $\alpha = 0,5$

### Висновки

За результатами моделювання запропонованої модифікованої системи Дуффінга-Холмса дробового порядку у програмному середовищі Simulink можна зробити висновки:

1. Значення дробового порядку  $\alpha$  запропонованої системи Дуффінга-Холмса суттєво впливає на форму та режим її коливань:

- при  $\alpha = 1$  поведінка моделі відповідає модифікованій системі Дуффінга-Холмса другого порядку [4];
- при  $\alpha \geq 1,01$  амплітуда коливань нескінченно зростає;

- при  $\alpha < 1$  режим коливань системи циклічно змінюється від хаотичного до періодичного.

2. При  $\alpha = 1,001$  отримано мінімальний поріг виявлення періодичного сигналу — в умовах співвідношення сигнал/шум  $-105$  дБ по потужності, що дає вигреш на 13% у децибелах порівняно із системою, описаною в [4].

3. В процесі подальшої роботи необхідно побудувати неперервні моделі інтеграторів та диференціаторів дробового порядку в середовищі Simulink або іншої системи імітаційного моделювання, щоб мінімізувати вплив ефектів дискретизації моделі.

Отже, модифікована система Дуффінга-Холмса дробового порядку може демонструвати значно вищу чутливість до слабких періодичних сигналів в умовах дії сильного шуму, ніж аналогічна система цілого порядку. Отриманий результат свідчить про необхідність подальшого дослідження, розробки та вдосконалення хаотичних систем виявлення слабких сигналів із застосуванням елементів дробового порядку.

#### **Література**

1. Dai Y. The Weak Signal Detection Method and Instrument / Y. Dai; Beijing: The National Defence Industrial Publishing House, 1994. — p. 265–278.
2. Birx D. I. Chaotic oscillators and CMFFNS for signal detection in noise environments / D. I. Birx // IEEE International Joint Conference on Neural Networks. — 1992. — 22: p. 881–888.
3. Liyun S. Noise Immunity of Duffing Oscillator and its Applications in Weak UWB Signal Detection / S. Liyun, Y. Qian, Z. Yuli, L. Jiaojun // Journal of Networks. — 2012. — V.7. — №3. — p. 540–546.
4. Li Y. Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise / Y. Li, B. Yang // Chinese Science Bulletin. — 2003. — V.48. — №5. — p. 508–510.
5. Hu S. Fractional Processes and Fractional-Order Signal Processing. Techniques and Applications / S. Hu, Q.-C. Yang, S. Q. Tian // Springer-Verlag London Limited 2012. — 295 p. — ISBN 978-1-4471-2232-6.
6. Ушаков П. А. Методы анализа и синтеза многослойных неоднородных RC-элементов с распределенными параметрами и устройств на их основе / П. А. Ушаков // диссертация на соискание ученой степени д.т.н. — Ижевск. — 2008. — 379 с.
7. Chien-Cheng T. Design of Fractional Order Digital FIR Differentiators / T. Chien-Cheng // IEEE Signal Processing Letters. — 2001. — V.8. — №3. — p. 77–79.
8. Gui-tian H. Dynamic behavior of fractional order Duffing chaotic system and its synchronization via singly active control / Gui-tian H. Mao-kang L. // Appl. Math. Mech. — Engl. Ed. — 2012. — V.33. — №5. — p. 567–582.

#### **References**

1. Dai Y. The Weak Signal Detection Method and Instrument. The National Defence Industrial Publishing House, 1994, pp. 265–278.
2. Birx D. I. Chaotic oscillators and CMFFNS for signal detection in noise environments. IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 1992, vol. 22, pp. 881–888.
3. Liyun S., Qian Y., Yuli Z., Jiaojun L. Noise Immunity of Duffing Oscillator and its Applications in Weak UWB Signal Detection. Journal of Networks, 2012, vol.7, No.3, pp. 540–546.



4. Li Y., Yang B. Chaotic system for the detection of periodic signals under the background of strong noise. Chinese Science Bulletin, 2003, vol. 48, No.5, pp. 508–510.

5. Hu S., Yang Q.-C., Tian S. Q. Fractional Processes and Fractional-Order Signal Processing. Techniques and Applications. Springer-Verlag London Limited 2012, 295 p. – ISBN978-1-4471-2232-6.

6. Ushakov P. A. Metody analiza i sinteza mnogoslounykh neodnorodnykh RC-elementov s raspredelionnymi parametrami s ustroystv na ikh osnove. Dissertatsiia na soiskanie uchenoi stepeni d.t.n., Izhevsk, 2008, 379 p.

7. Chien-Cheng T. Design of Fractional Order Digital FIR Differentiators. IEEE Signal Processing Letters, 2001, vol. 8, No. 3. pp. 77–79.

8. Gui-tian H., Mao-kang L. Dynamic behavior of fractional order Duffing chaotic system and its synchronization via singly active control. Appl. Math. Mech. Engl. Ed., 2012, vol. 33, No. 5, pp. 567–582.

*Мартинюк В. В., Федула М. В. Виявлення слабких періодичних сигналів із застосуванням модифікованої системи Дуффінга-Холмса дробового порядку. У роботі запропонована модифікована система Дуффінга-Холмса дробового порядку, призначена для виявлення слабких періодичних сигналів. Розроблена модель дозволяє знизити мінімальний поріг виявлення періодичного сигналу модифікованою системою Дуффінга-Холмса від -91дБ до -105дБ шляхом точного налаштування дробового порядку диференціювання.*

**Ключові слова:** виявлення слабких періодичних сигналів, хаотична система, система Дуффінга-Холмса, система дробового порядку, відношення сигнал/шум.

*Мартынюк В. В., Федула Н. В. Обнаружение слабых периодических сигналов с использованием модифицированной системы Дуффинга-Холмса дробного порядка. В работе предложена модифицированная система Дуффинга-Холмса дробного порядка, предназначенная для обнаружения слабых периодических сигналов. Разработанная модель позволяет снизить минимальный порог обнаружения периодического сигнала модифицированной системой Дуффинга-Холмса с -91дБ до -105дБ путем точной настройки дробного порядка дифференцирования.*

**Ключевые слова:** обнаружение слабых периодических сигналов, хаотическая система, система Дуффинга-Холмса, система дробного порядка, отношение сигнал/шум.

*Martyniuk V., Fedula M. Weak periodic signal detection with the fractional order modified Duffing-Holmes system.*

*Introduction.* The problem of the weak periodic signal detection is very important in the modern radio engineering and communications. The new chaotic systems have been being proposed for the weak signal detection for the last 20 years.

*The modified Duffing-Holmes system.* The modified Duffing-Holmes system detects the weak periodic signals with the minimum signal-to-noise ratio near -91dB. Such result is achieved by means of the system equation with increasing of the equation order.

*The fractional-order Duffing-Holmes system.* The fractional-order Duffing-Holmes systems have been proposed only few years ago. These systems are mostly used in the generation of the fractional chaotic signal which may be used in the secure communications.

*The modified fractional-order Duffing-Holmes system.* In this article the modified fractional-order Duffing-Holmes system is proposed. This system allows increasing the weak-signal sensitivity comparing to the modified Duffing-Holmes system. The proposed weak sig-

*nal detection system is differed of the modified Duffing-Holmes system by using of the fractional order differential equation instead of the integer order differential equation.*

*Conclusions. The oscillations of the modified fractional order Duffing-Holmes system strongly depend on the fractional order value. As a result the -105dB signal-to-noise ratio for of the weak periodic signals was obtained. The simulation results show that the accurate adjustment of the fractional order leads to the increasing of the detection efficiency.*

***Keywords:** Weak Periodic Signal Detection, Chaotic System, Duffing-Holmes System, Fractional Order System, Signal-to-Noise Ratio.*