УДК 621.315.616

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ В ДІЕЛЕКТРИЧНИХ СТУКТУРАХ

Ситник О.О., Самойлік О.В., Кишенко Я.І.

Питанням взаємодії іонізуючого випромінювання з речовиною приділяють велику увагу тому, що вказані процеси суттєво впливають на стійкість конструкційних матеріалів космічних апаратів (КА). Із взаємодією заряджених частинок (головним чином електронів) на діелектричні матеріали поверхні КА зв’язані такі ефекти: електризація та розрядні явища на поверхні космічних апаратів, збої навігаційної та телеметричної апаратури, збої оптичних датчиків та інші явища, які негативно впливають на працездатність і ресурс апаратури КА, стійкість конструкційних матеріалів [1, 2]. Вивчення процесів поверхневої та об’ємної електризації діелектриків пов'язано також з розробкою так званого “активного захисту” космічних апаратів [3]. Особливу небезпеку становить інтенсивне електромагнітне випромінювання при пробої заряджених діелектриків, яке може створювати перешкоди функціонуванню бортової апаратури [1, 2]. Для вивчення вказаних явищ доцільно використовувати різноманітні методи математичного моделювання, наприклад [4, 5].

Постановка задачі.

Практично вся поверхня космічних апаратів являє собою набір діелектричних матеріалів, найбільш поширені серед яких – матеріали у вигляді одно- або багатошарових діелектричних структур, які мають металізовані покриття з однієї або двох сторін. Тому всі аспекти радіаційної електризації таких матеріалів, в тому числі дослідження розподілу електричного поля по товщині діелектрика, знання якого необхідне для розробки захисту від негативних чинників електризації, виявляються актуальними. Метою даної роботи є одержання достатньо простих та зручних для проведення розрахунків співвідношень, які дозволять визначати розподіл електричного поля, що утворюється накопиченим об’ємним зарядом в діелектричних плівках з різними способами металізації поверхні.

Теоретичні викладки

Розподіл електричного поля, яке створюється накопиченими зарядами в таких матеріалах , залежить від геометричних розмірів, граничних умов на його поверхні, властивостей матеріалу та умов опромінювання.

Розглянемо спочатку електризацію пучком електронів одного діелектричного шару. Вважаємо, що потік електронів падає нормально на поверхню діелектрика. При цьому існують граничні умови, які відповідають реальним умовам опромінення, а саме:

1 – на обидві поверхні діелектричної плівки нанесений металізований

шар;

2 – металізований шар на поверхню діелектричної плівки нанесений зі сторони падаючих електронів;

3 – металізований шар на поверхню діелектричної плівки нанесений зі сторони, протилежної падаючим електронам.

Металізований шар в усіх цих випадках заземлений.

Розподіл поля по товщині плівки може бути знайденим з рівнянь, які описують перенесення та накопичення заряду – рівняння неперервності та рівняння Пуассона. Для стаціонарного випадку маємо систему рівнянь

$$\frac{\mathrm{dj(x)}}{\mathrm{dx}} = eg(x); \tag{1}$$

$$\frac{dE(x)}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon}; \tag{2}$$

$$j(x) = \sigma(x) \cdot E(x); \quad \sigma(x) = A \cdot \Psi^{\Delta}(x), \tag{3}$$

де $j(x)$ – густина струму радіаційної провідності; e – заряд електрона; $\rho(x)$ – густина об'ємного заряду; E(x) – напруженість поля; $\sigma(\tilde{o})$ – радіаційна провідність; A – постійна величина, яка характерна для даного матеріалу; g(x), Ψ(x) – швидкість інжекції та іонізації пучком електронів; ε – діелектрична проникність. Система рівнянь (1) – (3) доповнюється граничними умовами 1-3.

Для рішення (1) – (3) слід знати величину показника Δ у рівнянні (3) та функції g(x), Ψ(x). Показник Δ визначається із результатів вимірювання радіаційної електропровідності [6]. Для багатьох діелектриків величина показника степені знаходиться в межах $0{,}5 \le \Delta \le 1$.

Швидкість інжекції $g(x)$ та іонізації пучком електронів $\Psi(\tilde{o})$ зв'язана з розподілом термалізованих електронів I(x) та розподілом втраченої на іонізацію енергії D(x) наступним співвідношенням

$$\mathrm{g(x)} = \mathrm{j_0} I(x), \quad \Psi(x) = \frac{j_0 D(x)}{ew}, \tag{4}$$

де j_0 – густина струму пучка електронів на поверхні матеріалу, w – середня енергія утворення пари.

Функції I(x) та $D(x)$ – загальновідомі та можуть бути визначені з розрахунків [7].

Інтегруючи систему рівнянь (1) – (3) в граничних умовах – 1, отримаємо співвідношення для розподілу електричного поля

$$E_1(x) = \frac{k(x) - k(x_0)}{A\Psi^{\Delta}(x)}; \tag{5}$$

$$k(x_0) = \frac{\int_0^d \frac{k(x')dx'}{\Psi^{\Delta}(x')}}{\int_0^d \frac{dx'}{\Psi^{\Delta}(x')}}, \tag{6}$$

де коефіцієнт поглинання $k(x') = \int_0^x I(x')\,dx'$ розраховується з відомих розподілів термалізованих електронів $I(x)$ [7], $k(x_0)$ – коефіцієнт поглинання в точці x_0, де величина напруженості поля дорівнює нулю.

З (6) видно, що розподіл електричного поля $E_1(x)$ визначається співвідношенням функцій $k(x)$ та $\Psi(\tilde{o})$.

Знайдемо умови, за яких величина напруженості поля максимальна. Для цього зручно проводити розрахунки не абсолютної величини $E(x)$, а відносної $E_1(x)/E_1(0)$

$$\frac{E_1(x)}{E_1(0)} = \left[\frac{\Psi(0)}{\Psi(x)}\right]^{\Delta} \frac{k(x) - k(x_0)}{k(x_0)}; \qquad E_1(0) = \frac{j_0}{A}\frac{k(x_0)}{\Psi^{\Delta}(0)}. \tag{7}$$

Формула (7) для розподілу електричного поля у відносних одиницях $E_1(x)/E_1(0)$ вигідно відрізняється від співвідношень (5), (6). Вона містить лише два параметри – показник степеня Δ, який характеризує матеріал діелектричної плівки, та відношення масової товщини плівки до екстрапольованого пробігу d/R_E, від якого залежить величина коефіцієнта поглинання в точці нульового поля $k(x_0)$. В свою чергу, функцію $\Psi(x)/\Psi(0)$ легко розрахувати, використовуючи результати роботи [8], де вказані прості перетворення, які приводять функції Ψ і k до універсального виду, що не залежить від енергії електронів в обмеженому діапазоні (40–250) кеВ.

Таким чином, всі функції $E(x_1)$, які залежать від багатьох параметрів, зводяться до двох параметрів: показника степеня Δ і відношення d/R_E, та можуть бути легко розраховані.

Інтегруючі систему рівнянь (1) – (3) з граничними умовами – 2 і 3, маємо відповідно співвідношення для розподілу електричного поля для цих умов

$$E_2(x) = \frac{j_0 k(x)}{A\Psi^{\Delta}(x)}; \qquad E_2(d) = \frac{1}{h}\int_0^d E_2(x')dx'; \tag{8}$$

$$\mathrm{E}_3(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{j}_0[k(x)-k(d)]}{A\Psi^{\Delta}(x)}; \qquad \mathrm{E}_3(0) = \frac{1}{\mathrm{h}}\int_0^d E_3(x')dx', \tag{9}$$

де h – відстань від не металізованої поверхні до найближчого заземленого електроду.

Відмітимо деякі особливості, які випливають із співвідношень (8), (9). Напруженість електричного поля досягає свого максимального значення поблизу металізованої поверхні. На поверхні плівки без металізованого покриття має місце стрибок напруженості електричного поля, величина якого визначається другою частиною співвідношень (8) та (9). При односторонній металізації зручно використовувати відносні одиниці для побудови графіків розподілу електричного поля $\mathrm{E}_2(\mathrm{x})$ та $\mathrm{E}_3(\mathrm{x})$, тобто:

$$\frac{\mathrm{E}_2(\mathrm{x})}{\overline{\mathrm{E}}} = f\left(\frac{x}{R_E}\right); \qquad \frac{\mathrm{E}_3(\mathrm{x})}{\overline{\mathrm{E}}} = f\left(\frac{x}{R_E}\right), \tag{10}$$

де $\overline{\mathrm{E}} = \frac{1}{\mathrm{d}}\int_0^d E_2(x')dx'$.

При цьому співвідношення (8), (9) для розподілу електричного поля всередині матеріалу матимуть наступний вигляд

$$\frac{\mathrm{E}_2(\mathrm{x})}{\left|\overline{\mathrm{E}}\right|} = \frac{k(x)}{\Psi^{\Delta}(x)}\left\langle\frac{k(x)}{\Psi^{\Delta}(x)}\right\rangle^{-1};$$

$$\frac{\mathrm{E}_3(\mathrm{x})}{\left|\overline{\mathrm{E}}\right|} = \frac{k(x)-k(d)}{\Psi^{\Delta}(x)}\left\langle\frac{k(x)}{\Psi^{\Delta}(x)}\right\rangle^{-1}; \tag{11}$$

$$\left\langle\frac{k(x)}{\Psi^{\Delta}(x)}\right\rangle = \frac{1}{d}\int_0^d \frac{k(x')dx'}{\Psi^{\Delta}(x')}.$$

Співвідношення (11) має такі ж переваги, як і формула (7). Вибір значення $\overline{\mathrm{E}}$ визначається тим, що чисельно при $\mathrm{d} = \mathrm{R}_{\mathrm{E}}$ величини $\overline{\mathrm{E}}$ та $\overline{\mathrm{E}}_1(0)$ рівні між собою, отже можливо безпосередньо порівнювати криві $\mathrm{E}_1(\mathrm{x})$ з $\mathrm{E}_2(\mathrm{x})$ та $\mathrm{E}_3(\mathrm{x})$, при товщині шару $\mathrm{d} = \mathrm{R}_{\mathrm{E}}$.

Одержані вище співвідношення для одного шару легко поширити на багатошарову структуру, яка набрана з m діелектричних плівок. Для першого способу металізації маємо співвідношення для *i*-того шару товщиною $\mathrm{x}_{\mathrm{i}+1} - \mathrm{x}_{\mathrm{i}} = \mathrm{d}$

$$\mathrm{E}_{\mathrm{i}}^{(1)}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{j}_0\left[k(x) - k_i(x_0)\right]}{A\Psi^{\Delta}(x)}; \qquad x_i \le x \le x_{i+1};$$

$$k_i(x_0) = \frac{\int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{k(x')dx'}{\Psi^{\Delta}(x')}}{\int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{dx'}{\Psi^{\Delta}(x')}}. \qquad (12)$$

Для другого способу металізації отримаємо

$$\mathrm{E}_{\mathrm{i}}^{(2)}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{j}_0\left[k(x) - k\ (x_{\mathrm{i}})\right]}{A\Psi^{\Delta}(x)};$$

$$E_i^{(2)}(d) = \frac{1}{d}\int_{x_i}^{x_{i+1}} E_i^{(2)}(x')dx' \qquad (13)$$

Застосування граничних умов третього способу приводить до співвідношення

$$\mathrm{E}_{\mathrm{i}}^{(3)}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{j}_0\left[k(x) - k\ (x_{\mathrm{i+1}})\right]}{A\Psi^{\Delta}(x)};$$

$$E_i^{(3)}(0) = \frac{1}{\mathrm{h}}\int_{x_i}^{x_{i+1}} E_i^{(3)}(x')dx'. \qquad (14)$$

Висновки

Таким чином, в роботі отримані зручні для проведення розрахунків співвідношення, які дозволяють визначати розподіл електричного поля, що утворюється накопиченим об'ємним зарядом у діелектричних плівках з різними способами металізації. Вказані співвідношення можуть бути використані при виборі конструкційних діелектричних матеріалів, які експлуатуються в умовах дії електронного випромінювання.

Література

1. Акишин А.И., Новиков С.С., и др. Объемная электризация диэлектрических материалов космических аппаратов. Модель космоса, 8-е изд. т.2. Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов. М. 2007. с.437-448.

2. Гостищев Э.А., Самойлик А.В., Ягушкин Н.И. Радиационный пробой конструкционных диэлектрических материалов космических аппаратов. В сб, ст.: Проблемы электризации высокоорбитальных космических аппаратов и разработка методов их защиты от ее воздействия. М., ЦНТИ "Поиск", 1987, с.164.

3. Самойлик А.В., Дырков В.А., Кононов Б.А., Ягушкин Н.И. Защитные свойства

диэлектрических экранов. В кн. Тезисы докладов IV Всесоюзной научной конференции по защите от ионизирующих излучений ядерно-технических установок, 10-12 сентября 1985, с. 84-85.

4. Verlan A.F., Sytnyk A.A., Abdusatarov B.B., Miraziz Sagatov. Analysis of power circuits' dynamics using generalized state-space model. Fourth World on Intelligent Systems for industrial Automation. –Tashkent, Uzbekistan. – November 21-22. – 2006. – С. 168-176.

5. Верлань А.Ф., Ситник О.О., Ключка К.М. Інтегральні рівняння аналізу нестаціонарних електричних систем. Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Електроенергетичні та електромеханічні системи". Львів – 2009. № 637. С.12-17.

6. Воробьев Г.А. О природе процессов формовки тонкопленочной системы металл-диэлектрик-металл. –Радиотехника и электроника, 1981, т.26, №3, с.655-656.

7. Вайсберг С.Э. Обратимые радиационные эффекты в полимерах. – В кН.: Радиационная химия полимеров. Под ред. В.А.Каргина. – М.: Наука,1973. – 376 с.

8. Петренко Л.Г., Биньков С.Б. О процессе самовосстановления электрической прочности металлизированных диэлектриков. – Электричество, 1984, №3, с. 72-74.

Ситник О.О., Самойлік О.В., Кишенко Я.І. ***Математичне моделювання електричного поля в діелектричних стуктурах****. Отримані зручні для розрахунків співвідношення, які дозволяють визначати розподіл електричного поля, що утворюється накопиченим об'ємним зарядом в діелектричних плівках з різними способами металізації поверхні.*
Ключові слова*: діелектричні плівки, накопичений заряд, металізація поверхні*

Ситник О.О., Самойлик А.В., Кишенко Я.І. ***Математическое моделирование электрического поля в диэлектрических структурах.*** *Получены удобные для расчетов соотношения, которые позволяют определить распределение электрического поля, создаваемого накопленным объёмным зарядом в диэлектрических плёнках с разными способами металлизации поверхности.*
Ключевые слова*: диэлектрические плёнки, накопленный заряд, металлизация поверхности*

Sitnik O., Samoilik A., Kishenko Ja. ***Mathematical modeling of the electric field in dielectric structures.*** *Were obtained suitable for the calculation formulas, which determine the distribution of the electric field generated by the accumulated space charge in dielectric films with different ways of metallization surface.*
Key words*: dielectric films, accumulated charge, the surface metallization*

УДК 621.3.09:004.942

РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ КРУГЛОГО ХВИЛЕВОДА З ПРЯМОКУТНОЮ МЕТАЛЕВОЮ ВСТАВКОЮ

Сидорук Ю.К. Довгань В.М.

При проектуванні НВЧ пристроїв у більшості випадків необхідно знати основні параметри ліній передачі, такі як: фазова швидкість, фазова постійна, довжина хвилі в хвилеводі, хвильовий опір, критичну довжину хвилі та інші. Для стандартних ліній передачі, що мають просту форму попереч-