УДК 621.372.061

РЕСТАВРАЦІЯ ОБРАЗІВ ЗА МЕТОДОМ УМОВНОЇ ДЕКОНВОЛЮЦІЇ В ОБЛАСТІ ТРАНСФОРМАНТ ПЕРЕТВОРЕННЯ АДАМАРА

Рибін О.І., д. т. н., професор,
Іванюк Н.О., аспірантка
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна

Вступ

Реставрація образів за методом умовної деконволюції [1— 4]знайшла широке розповсюдження в практиці внаслідок використання при її застосуванні мінімальної інформації про адитивний шум шумового поля. Моделлю деградації (спотворення) образу (одновимірного чи двовимірного) є в загальному випадку нелінійні та анізотропні оператори. Але в такому вигляді задача оброблення сигналу з метою придушення шумів та корекції спотворень аналітично може бути розв'язана не завжди, а у випадку її розв'язання математичний апарат і апаратурні витрати стають не сумірно великими у порівнянні з досягнутим результатом. Тому, як правило, систему прийому-передачі сигналу вважають лінійною, а шум адитивним (що на сучасному рівні апаратурного забезпечення і вимог для систем обробки є достатнім).

В такому разі спотворений образ $L(x,y)$можна задати рівнянням

$$L(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x,y,x',y')\times f(x',y')dx'dy'+V(x,y), \qquad (1)$$

де $g(x,y,x',y')$ – результуюча імпульсна характеристика каналу прийому-передачі;$f(x',y')$ – сигнал, що його передають; $V(x,y)$ – адитивний шум, x,y — відповідні просторові координати.

Інтеграл (1) має загальний вигляд лінійної суперпозиції, але в ньому імпульсна характеристика залежить від координат x,y (тобто для різних координат буде різною). Це свідчить про те, що інтеграл (1) описує лінійну анізопланарну систему.

У багатьох практично важливих випадках можна вважати (хоча б у наближенні), що імпульсна характеристика інваріантна відносно координат x, y (для процесів вона завжди інваріантна у часі), тобто $g=g(x-x',y-y')$.

Така модель деградації образу (одновимірного чи двовимірного) є ізопланарною. Тоді модель (1) перетворюється у двовимірний інтеграл згортки (інтеграл Дюамеля)

$$L(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} g(x-y,x'-y')\times f(x',y')dx'dy'+V(x,y) \qquad .(2)$$

У подальшому будемо використовувати модель (2), з якої (у випадку одновимірних сигналів) отримаємо одновимірний інтеграл

$$L(t)=\int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau)\times f(\tau)d\tau+V(t). \qquad (3)$$

Моделі деградації (спотворення) образу (2), (3) описують процес спотворення ідеального образу $f(x,y)$. Якщо імпульсна характеристика $g(x,y)$ або $g(t)$ не є δ-імпульсом Дірака, то навіть при відсутності адитивного шуму одержаний образ $L(x,y)$ суттєво відрізняється від вихідного сигналу $f(x,y)$. Тому основною задачею обробки є отримання оцінки $\hat{f}(x,y)$сигналу $f(x,y)$, яка певним чином співпадає з цим сигналом. Міру співпадіння або неспівпадіння обирають за певним об'єктивним математичним критерієм, який вибирають суб'єктивно внаслідок наявності великої кількості таких критеріїв.

Задачу оброблення сигналів $L(x,y)$ з метою отримання оцінки $\hat{f}(x,y)$ звичайно називають задачею **реставрації**.

Така задача полягає у пошуку оцінки $\hat{f}(x,y)$за наявності деякої апріорної (наперед відомої) інформації. У випадку моделі (2) задачу реставрації можна сформулювати наступним чином:

за відомими (апріорі) $g(x,y)$, $L(x,y)$, $V(x,y)$ знайти наближення $\hat{f}(x,y)$до $f(x,y)$.

Для зручності ілюстрації у подальшому розглянемо метод умовної деконволюції у випадку реставрації одновимірного образу, деградацію якого описує вираз (3).

При застосуванні методу умовної деконволюції вважають, що імпульсна характеристика пристрою відображення $g(x)$ відома (її можна одержати відображенням точкового джерела, аналітично оцінити на базі апріорних відомостей про причини спотворення, підібрати «всліпу» по результатам реставрації тощо). Інформація про шум спотвореного образу (враховуючи припущення, що шум стаціонарний та ергодичний) обмежується значенням його енергії, яка не може бути більшою в реставрованому образі. Другою умовою при реставрації є «гладкість» реставрованого образу, сенс якої буде пояснено нижче. Для дискретного образу в натуральних координатах модель деградації (3) має вигляд

$$\bar{L}=\bar{\bar{G}}\times\bar{f}+\bar{V}, \qquad (4)$$

де $\bar{\bar{G}}$ — матричний оператор дискретної згортки[1,2] порядку N; $\bar{L}$ та $\bar{f}$ — стовпці відліків спотвореного та вихідного (неспотвореного) образів відповідно розміру $N\times1$,$\bar{V}$ — стовпець відліків випадкової реалізації шуму розміру $N\times1$; N — формат (розмір) деградованого образу (який є більшим, ніж формат вихідного образу).

Реставрований образ (оцінку$\hat{f}$вихідного образу $\bar{f}$) розраховують за наступним [1] виразом

$$\hat{f} = \left[\bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}}\right]^{-1} \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{L}, \qquad (5)$$

де $\bar{\bar{c}}$ — матричний дискретний оператор «гладкості» порядку N, який можна представити як дискретний оператор згортки з імпульсною характеристикою «гладкості» у вигляді послідовності -1, 2, -1; T — знак транспонування; λ — коефіцієнт варіації Лагранжа, значення якого підбирається в ітераційній процедурі.

Головною проблемою реставрації (5) є необхідність обернення матриці, порядок якої визначається форматом зображення $\bar{f}$. Так, для одновимірного образу при N= 1024 порядок матриці має те саме значення, а для двовимірного образу матимемо порядок N×N=1024×1024$> 10^6$. Якщо тепер згадати, що кількість операцій множення/ділення при оберненні матриці за методом Гаусса становить порядку $(N \times N)^3$, отримаємо астрономічне число, більше, ніж10^{18}.

Тому при реставрації зображень доцільно використовувати ортогональні перетворення. Так, при використанні дискретних нормованих матричних операторів перетворення Фур’є з (5) легко отримати

$$\bar{\bar{F}}_{\text{н}} \times \hat{f} = \bar{\bar{F}}_{\text{н}} \times \left[\bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}}\right]^{-1} \times \bar{\bar{F}}_{\text{н}}^* \times \bar{\bar{F}}_{\text{н}} \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{F}}_{\text{н}}^* \times \bar{\bar{F}}_{\text{н}} \times \bar{L} =$$

$$= \hat{f}_\omega = \left[\bar{\bar{G}}_{2\omega} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{c}}_{2\omega}\right]^{-1} \times \bar{\bar{G}}_\omega^* \times \bar{L}_\omega\,, \qquad (6)$$

де $\bar{\bar{F}}_{\text{н}}$,$\bar{\bar{F}}_{\text{н}}^*$— матричні оператори прямого та зворотного дискретних перетворень Фур’є, нормовані діленням їх рядків на $\sqrt{N}$; $\bar{L}_\omega$, $\hat{f}_\omega$ — стовпці перетворення Фур’є від спотвореного та реставрованого сигналів відповідно (розміру N×1); $\bar{\bar{G}}_\omega^*$ — діагональна матриця, елементами діагоналі якої є значення коефіцієнта передачі на частотах з номерами 0, ….., N−1 порядку N; $\bar{\bar{G}}_{2\omega}$ та $\bar{\bar{c}}_{2\omega}$ — діагональні матриці порядку N, елементами діагоналі яких є квадрати модулів спектральних складових коефіцієнта передачі та функції «гладкості»; * — знак комплексного спряження.

Внаслідок того, що квадратні матриці в (6) є діагональними, цю формулу для кожної окремої частоти ω_kможна записати у вигляді

$$f(\omega_k) = G^*(\omega_k) \times L(\omega_k) / (|G(\omega_k)|^2 + \frac{1}{\lambda}(|c(\omega_k)|^2),$$

звідки коефіцієнт передачі фільтра, що реставрує сигнал $L(t)$має вигляд

$$K_{\text{рест}}(\omega_{\text{л}}) = \frac{1}{G(\omega_k)} \times |G(\omega_k)|^2 / (|G(\omega_k)|^2 + \frac{1}{\lambda}(|c(\omega_k)|^2). \qquad (7)$$

Вираз (7) використовують в ітераційній процедурі, підбираючи значення λ таке, щоб енергія шуму в реставрованому образі не перевищувала його енергії в образі спотвореному.

Постановка задачі

Останнім часом значного поширення набули методи оброблення сигналів з використанням ортогональних перетворень, відмінних від перетворення Фур'є та споріднених з ним [5 — 10]. Особливий інтерес представляють перетворення з дійсним ядром [1,5 — 7,11]. Далі розглянемо можливості реставрації образів за методом умовної деконволюції в базисі ортогональних перетворень з дійсним ядром. Для простоти ілюстрації розглянемо одновимірний сигнал, а базовим перетворенням оберемо перетворення Адамара.

Алгоритм реставрації

Вираз (5), використовуючи перетворення Адамара, можна переписати у вигляді

$$\overline{\overline{Had}}\times\hat{f} = \overline{\overline{Had}}\times\left[\bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}}\right]^{-1} \times\overline{\overline{Had}}^T\times\overline{\overline{Had}}\times\bar{\bar{G}}^T\times\overline{\overline{Had}}^T\times\overline{\overline{Had}}\times\bar{L} =$$

$$= \hat{f}_{Had} = \left[\overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}} \times \overline{\overline{Had}}^T + \frac{1}{\lambda}\overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}} \times \overline{\overline{Had}}^T\right]^{-1}$$

$$\times \overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{G}}^T \times \overline{\overline{Had}}^T \times \bar{L}_{Had} =$$

$$= \left[\bar{\bar{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{C}}_{2Had}\right]^{-1} \times\bar{\bar{G}}_{Had}^T\times\bar{L}_{Had}, \qquad (8)$$

де $\overline{\overline{Had}}$, $\overline{\overline{Had}}^T$— матричні оператори прямого та зворотного перетворень Адамара порядку N; $\hat{f}_{Had}$, $\bar{L}_{Had}$—спектри за Адамаром відповідно оцінки реставрованого та спотвореного образів.

Структура матриць $\bar{\bar{G}}_2 = \bar{\bar{G}}^T \times \bar{\bar{G}}$та $\bar{\bar{C}}_2=\bar{\bar{c}}^T \times \bar{\bar{c}}$однакова (обидві є квадратичними формами), тому і структура матриць $\bar{\bar{G}}_{2Had} = \overline{\overline{Had}}\times\bar{\bar{G}}_2\times\overline{\overline{Had}}^T$та $\bar{\bar{C}}_{2Had}=\overline{\overline{Had}}\times\bar{\bar{C}}_2\times\overline{\overline{Had}}^T$буде однаковою. Так, матриця $\bar{\bar{G}}_{2Had}$ є блочно-діагональною з наступними розмірами блоків діагоналі.

Матриця складається з чотирьох діагональних елементів з номерами (0,0), (1,1), (2,2), (3,3). Наступні елементи діагоналі — це дві матриці другого порядку з номерами рядків та стовпців (4,5) та (6,7). Далі йдуть дві матриці четвертого порядку з номерами рядків та стовпців (8,9,10,11) та (12,13,14,15).

Наступні дві матриці діагоналі — це матриці восьмого порядку і т.д. Формування матриці $\bar{\bar{G}}_{2Had}$ слід виконувати, враховуючи її структуру, що дозволяє зекономити на операціях множення, а тим самим на часі, зменшуючи ще й операційну похибку. Для пояснення розглянемо для обчислення блочно-діагональної матриці $\bar{\bar{G}}_{2Had}$. Так

$$\bar{\bar{G}}_{2Had} = \overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{G}}_2 \times \overline{\overline{Had}}^T = \overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{G}}^T \times \overline{\overline{Had}}^T \times \overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{G}} \times \overline{\overline{Had}}^T,$$

звідки видно,що для отримання $\bar{\bar{G}}_{2Had}$ достатньо спочатку знайти матрицю $\bar{\bar{G}}_{Had} = \overline{\overline{Had}} \times \bar{\bar{G}} \times \overline{\overline{Had}}^T$, яка, як виявляється є теж блочно-діагональною, причому блоки діагоналі мають (в порядку зростання номерів рядків та стовпців) розміри (1×1), (1×1), (2×2), (4×4), (8×8),…($2^{n-1} \times 2^{n-1}$),…

При цьому елементи блоків діагоналі достатньо просто знаходяться в символьному вигляді як алгебраїчні комбінації відліків імпульсної характеристики g(t) в (3). Тоді добуток блоків діагоналі матриць $\bar{\bar{G}}_{Had}$ та $\bar{\bar{G}}_{Had}^T$і дасть матрицю $\bar{\bar{G}}_{2Had}$. Аналогічно для $\bar{\bar{C}}_{2Had}$. Позначимо тепер вираз в квадратних дужках (8) як

$$\left(\bar{\bar{G}}_{\Sigma Had}(\lambda)\right)^{-1} = \left[\bar{\bar{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{C}}_{2Had}\right]^{-1}. \tag{9}$$

Ця матриця також є блочно-діагональною. Для її обернення скористаємося методикою кратних ортогональних перетворень [12 — 15], за якою матричний оператор перетворення Фур'є $\bar{\bar{F}}_{н}$можна представити у вигляді добутку$\bar{\bar{F}}_{н} = \bar{\bar{P}}^T \times \overline{\overline{Had}}$, звідки $\bar{\bar{P}}^T = \bar{\bar{F}}_{н} \times \overline{\overline{Had}}^T$. Тоді з (9) отримаємо

$$\begin{aligned}\left(\bar{\bar{G}}_{\Sigma Had}(\lambda)\right)^{-1} &= \bar{\bar{P}}^T \times \bar{\bar{P}}^* \times \left[\bar{\bar{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{C}}_{2Had}\right]^{-1} \times \bar{\bar{P}}^T \times \bar{\bar{P}}^* = \\ &\bar{\bar{P}}^T \times \left[\bar{\bar{P}}^* \times \overline{\overline{Had}}(\bar{\bar{G}}_2 + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{C}}_2) \times \overline{\overline{Had}}^T \times \bar{\bar{P}}^T\right]^{-1} = \\ &= \bar{\bar{P}}^T \times \left[\bar{\bar{F}}_{н}^* \times (\bar{\bar{G}}_2 + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{C}}_2) \times \bar{\bar{F}}_{н}\right]^{-1} \times \bar{\bar{P}}^*.\end{aligned} \tag{10}$$

Таким чином, множення (9) на матриці $\bar{\bar{P}}^*$, $\bar{\bar{P}}^T$ дає діагональну матрицю з дійсними числами в діагоналі, причому матриці $\bar{\bar{P}}^*$, $\bar{\bar{P}}^T$ блочні, тому й множення поблочне. А той факт, що при множенні квадратних матриць ненульовими будуть лише діагональні елементи, дозволяє значно скоротити кількість операцій множення.

Для отримання $\left[\bar{\bar{G}}_{2Had} + \frac{1}{\lambda}\bar{\bar{C}}_{2Had}\right]^{-1}$ тепер обернену діагональну матрицю слід помножити на блочно-діагональні матриці $\bar{\bar{P}}^T$, $\bar{\bar{P}}^*$. Оскільки структура результуючої оберненої матриці відома (блоки діагоналі матриці $\left(\bar{\bar{G}}_{\Sigma Had}(\lambda)\right)^{-1}$менші, ніж матриць $\bar{\bar{P}}^T$, $\bar{\bar{P}}^*$, кількість операцій може бути значно зменшена порівняно з безпосереднім множенням на ці матриці.

Таким чином, алгоритм умовної деконволюції на базі перетворення Адамара може бути сформульовано наступним чином:

1. На фантомі з точковими джерелами отримати імпульсну характеристику *g(x)*системи відображення, що спотворює вихідний образ *f(x)*. (При наявності лише одного спотвореного образу на базі апріорної інформації

про умови його створення цю задачу також можна розв'язати, але цю проблему [1] в даній роботі не розглядатимемо).

2. У відповідності до обраного критерію «гладкості» задати функцію «гладкості» *c(x)*.

3.Сформувати матриці $\bar{\bar{G}}_{2Had}$, $\bar{\bar{C}}_{2Had}$, $\bar{\bar{G}}^{T}_{Had}$та стовпець $\bar{L}_{Had}$, а також матриці $\bar{\bar{P}}^{T}$, $\bar{\bar{P}}^{*}$.

4. Вважаючи шум стаціонарним, адитивним та ергодичним, знайти енергію ε_0^2шуму в полі образу.

5. Задати коефіцієнт Лагранжа λ та сформувати матрицю $\bar{\bar{G}}_{\Sigma Had}(\lambda)$.

6. Обернути матрицю $\bar{\bar{G}}_{\Sigma Had}(\lambda)$ та обчислити за формулою (8) оцінку $\hat{f}_{Had}$ та $\hat{f}$.

7. Обчислити енергію шуму в одержаному образі

$$\varepsilon_1^2 = \left(\bar{L}_{Had} - \bar{\bar{G}}_{2Had} \times \hat{f}_{Had}\right)^T \times (\bar{L}_{Had} - \bar{\bar{G}}_{2Had} \times \hat{f}_{Had}).$$

8. Якщо $\varepsilon_1^2 < \varepsilon_0^2$ (і рівень шуму вважається задовільно малим), то припинити обчислення, якщо ні, то змінити значення λ (якщо $\varepsilon_1^2 > \varepsilon_0^2$, λ збільшити, якщо $\varepsilon_1^2 \le \varepsilon_0^2$, то зменшити) і перейти до пункту (5) алгоритму.

Аналогічні алгоритми реставрації образу можна розробити і для інших базових перетворень з дійсним ядром, таких як косинусне, нормальне, *REX*, *CoREX* [5 — 11], *Slant*(похиле) тощо. Необхідність використання таких перетворень (в тому числі і для реставрації за методом умовної деконволюції) крім можливих часткових переваг над використанням інших базисів полягає в тому, що багато сучасних задач (архівація, стиснення, розпізнавання образів тощо) зручно розв'язувати в базисах, відмінних від натуральних координат та Фур'є. Тому практичне значення має реставрація образів саме в тому базисі, що й інші процедури оброблення сигналу [12,15].

Висновки

1. Запропоновано алгоритм реставрації образу за методом умовної деконволюції в області координат ортогонального перетворення з дійсним ядром на прикладі перетворення Адамара.

2. Алгоритм базується на методиці кратних перетворень, що зводять обране перетворення за допомогою перетворення додаткового ($\bar{\bar{P}}$) до перетворення Фур'є, але усі розрахункові формули створеного алгоритму оперують лише з дійсними числами.

3. Алгоритм простий і легко програмується для обчислень на ПЕОМ.

Литература

1. JanJiří Číslicovafiltrace, analŷzaarestauracesignlů / VUTvBRNĚ,1997,438s.

2. Рибін О.І. Реставраврація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот / О.І. Рибін, В.Ю. Корольов // Вісник Технічного університету Поділля.— 2000.— С. 145 — 147.

3. Рыбин А.И. Реставрация образов в частотной области методом взвешенной фильтрации / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Радиоэлектроника — 2001.— №4.— С. 51 — 56 (Изв. вузов).

4. Рыбин А.И. Восстановление изображения методом частотной коррекции с компенсацией реализации аддитивного шума и последующим аналитическим продолжением спектра / А.И. Рыбин, В.Ю. Королев // Электроника и свіязь.— 2000.— №9.— С.69.— 71.

5. Ахмед Н. Ортогональные преобразования при обработке цифровых

сигналов/ Н.Ахмед, К.Р. Рао / Пер. с англ. / Под ред. И. Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.

6.Рыбин А.И**.** Ортогональное экспоненциальное преобразование REX / А.И. Рыбин // Радиоэлектроника — 2004.— №2.— С. 3 — 9 (Изв. вузов).

7.Рыбин А.И. Анализ электрических цепей в натуральных координатах на базе ортогональных преобразований с действительным ядром / А.И. Рыбин, В.В. Пилинский, М.В. Родионова // Праці Інституту електродинаміки НАНУ: Зб. наук. Праць. – 2004.— №1 (7).— С.7— 12.

8. Рыбин А.И. Анализ электрических цепей в натуральных координатах на базе ортогональных преобразований с действительным ядром / А.И. Рыбин, М.В. Родионова // Праці Інституту електродинаміки НАНУ: Зб. наук. Праць. – 2004.— №3.— С.11— 14.

9. Рыбин А.И. Анализ линейных цепей в базисе преобразований Уолша / А.И. Рыбин // Радиоэлектроника — 2004.— №5.— С. 36 — 41 (Изв. вузов).

10. Рыбин А.И. Метод модификаций для анализа линейных цепей в базисе функций Уолша / А.И. Рыбин // Радиоэлектроника. — 2004.— №6.— С. 36-41 (Изв. вузов).

11. Ніжебецька Ю.Х. Нормальне дискретне перетворення сигналу довільної форми / Ю.Х. Ніжебецька, О.І. Рибін, А.П. Ткачук, О.Б. Шарпан // Наукові вісті НУТУ «КПІ».— 2008.— №4.— С.34— 40.

12. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень / О.І. Рибін, І.О. Рибіна, Ю.Х. Ніжебецька // Вісник НТУУ»КПІ» . Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування .— 2009.— №40.— С.5 — 11.

13. Рыбин А.И. Анализ линейних систем в области трансформант собственных частот преобразованияRTF / А.И. Рыбин, А.П. Ткачук // Радиоэлектроника — 2006.— №11.— С. 56 — 63 (Изв. вузов).

14. Рибін О.І. Аналіз лінійних систем в області трансформант перетворення Уолша-Адамара / О.І. Рибін, А.П. Ткачук // Вісник НУТУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2006.— №33.— С.14— 23.

15. Рибін О.І.Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення EIWAL / О.І. Рибін, А.П. Ткачук // Вісник НУТУ «КПІ». Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування.— 2006.— №33.— С.31— 38.

Рибін О.І., Іванюк Н.О. ***Реставрація образів за методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара****. В роботі запропоновано алгоритм методу умовної деконволюції при використанні в якості базового дискретного ортогонального перетворення Адамара. Головною задачею при реалізації запропонованого алгоритму є обернення матриці (квадратичної форми) імпульсних характеристик спотворення та «згладжування» образу в області трансформант перетворення Адамара в ітераційній процедурі реставрації. Показано можливості швидкого формування(в тому числі і в символьному вигляді) та обернення такої матриці з використанням її розрідженості та можливості оперування в області дійсних чисел. Реставрацію образу за методом умовної деконволюції на базі спектрів Адамара слід також розглядати, як розширення методики використання математичного апарату кратних перетворень. Алгоритм має просту і зручну для програмування на ПЕОМ форму.*

Ключові слова*: Реставрація та деградація образу, умовна деконволюції, перетворення Адамара, кратне перетворення, розріджена обернена матриця, коефіцієнти Лагранжа, енергія шуму.*

Рыбин А.И., Иванюк Н.А. ***Реставрация образов по методу условной деконволюции в области трансформантов преобразования Адамара.*** *В работе предложен алгоритм метода условной деконволюции при использовании в качестве базового дискретного ортогонального преобразования Адамара. Главной задачей при реализации предложенного алгоритма является инверсия матрицы (квадратичной формы) импульсных характеристик искажения и «сглаживание» образа в области трансформантов преобразования Адамара в итерационной процедуре реставрации. Показаны возможности быстрого формирования (в том числе и в символьном виде) и обращения такой матрицы с использованием ее разреженности и возможности оперирования в области действительных чисел. Реставрацию образа по методу условной деконволюции на базе спектров Адамара следует также рассматривать как расширение методики использования математического аппарата кратных преобразований. Алгоритм имеет простую и удобную для программирования на ПЭВМ форму.*

Ключевые слова: *Реставрация и деградация образа, условная деконволюция, преобразование Адамара, кратное преобразование, разреженная обратная матрица, коэффициенты Лагранжа, энергия шума.*

RybinA., Ivaniuk N. ***Images restoration by theconditional deconvolution methodin basis of Hadamard transformation.*** *An algorithm of the conditional deconvolutionmethod using as the base of discrete orthogonal Hadamard transformation is presented in the paper. The main task of the proposed algorithm is matrix inversion (quadratic form) of distortionpulse characteristics and image "smoothing" in basis of Hadamard transformation in iterative restorationprocedure. Quick formation opportunities(including in symbolic form) and inversion of this matrix with its rarefaction and operatingopportunities in the field of real numbers are displayed. Image restoration by the conditional deconvolution method based on Hadamard spectra alsoshould be considered as an methodextension of using mathematical tools of multiple transformations. The algorithmhas simple and handyformfor PC programming.*

Keywords: *Image restoration and degradation, relative deconvolution, Hadamard transformation, multiple transformations, rarefaction inverse matrix,Lagrange coefficients, noiseenergy.*