

УДК 621.372.061

**РЕСТАВРАЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ МЕТОДОМ УМОВНОЇ
ДЕКОНВОЛЮЦІЇ В БАЗИСІ ПЕРЕТВОРЕННЯ RTF**

*Шебеста В.¹, д.т.н., проф.; Іванюк Н. О.², асистент;
Солохненко К. С.², магістрант; Рибін О. І.², д.т.н., проф.*

¹Технічний університет Брно, м. Брно, Чехія,

²Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

**IMAGE RESTORATION BY CONVENTIONAL DECONVOLUTION METHOD
IN BASIS OF RTF TRANSFORMATION**

*Shebesta V.¹, Doctor of Science (Technics), Professor; Ivaniuk N.², assistant;
Solokhnenko K.², undergraduate student, Rybin A.², Doctor of Science (Technics),
Professor*

¹Brno University of Technology, Brno, Czech Republic

²National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, Ukraine

Вступ

Задача реставрації зображень є однією з важливих задач сучасної техніки та медицини. При розв'язанні задачі реставрації на базі обраної моделі спотворення (деградації) образу слід використовувати апіорну інформацію про причину такого спотворення. В більшості випадків використовують лінійну модель деградації, що відповідає сучасному стану розвитку систем відображення інформації [1]

$$L(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y, x', y') \cdot f(x', y') dx' dy' + V(x, y), \quad (1)$$

де $g(x, y, x', y')$ — результуюча імпульсна характеристика каналу прийому-передачі (в якому і виникають спотворення образу); $f(x', y')$ — вихідний сигнал-зображення; $V(x, y)$ — адитивний шум; $L(x, y)$ — отримуваний спотворений образ; x, y — відповідні просторові координати.

У випадку однорідного поля образу вираз (1) перетворюється в інтеграл Дюамеля

$$L(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x - x', y - y') \cdot f(x', y') dx' dy' + V(x, y), \quad (2)$$

Задачею реставрації є пошук оцінки $\hat{f}(x, y)$ вихідного сигналу, такої, що вона за деяким наперед заданим об'єктивним критерієм «мало» відрізняється від сигналу $f(x, y)$. У випадку реставрації за методом умовної деконволюції таким критерієм (при виконанні умови «гладкості») та не пере-

вищення енергії шуму в оцінці $\hat{f}(x, y)$ над енергією шуму в деградованому образі $L(x, y)$) є норма відстані між оцінкою $\hat{f}(x, y)$ та вихідним еталонним образом $f(x, y)$.

Пошук оцінки $\hat{f}(x, y)$ за аналітичним виразом (2) при відомих енергії шуму в образі $L(x, y)$ та імпульсній характеристиці деградації (часто параметри цієї імпульсної характеристики треба шукати «всліпу» на основі апріорної інформації про можливі джерела спотворень [1]) є складною задачею. Тому звичайно переходять від аналітичного виразу (2) до його запису в дискретному вигляді

$$\bar{L} = \bar{G} \cdot \bar{f} + \bar{V} \quad (3)$$

де \bar{f}, \bar{L} — вектори-стовпці відповідно шуканого та спотвореного образів розміру $N^2 \times 1$; \bar{V} — вектор-стовпець (невідомої) реалізації шуму в образі розміру $N^2 \times 1$; \bar{G} — матричний дискретний оператор згортки [1] порядку N^2 .

Умова «гладкості» (імпульсна характеристика фільтра) має вигляд

$$\bar{c} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Розв'язання задачі реставрації методом умовної деконволюції в натуральних координатах при дискретних наближеннях (3) моделі (2) має вигляд

$$\hat{f} = \left[\bar{G}^T \cdot \bar{G} + \frac{1}{\lambda} \cdot \bar{c}^T \cdot \bar{c} \right]^{-1} \cdot \bar{G}^T \cdot \bar{L}, \quad (5)$$

де T — знак транспонування; λ — коефіцієнт варіації Лагранжа.

Великі порядки матриць в (5) значно обмежують використання цього виразу при реставрації зображень. Так, наприклад, при розмірі зображення $N = 1024$ порядок матриці $\left[\bar{G}^T \cdot \bar{G} + \frac{1}{\lambda} \cdot \bar{c}^T \cdot \bar{c} \right]$ дорівнює $N^2 = 1048576$, а кількість операцій множення/ділення при її обертанні методом Гаусса дорівнює $(N^2)^3$, тобто $1,1529 \cdot 10^{18}$. Тому подальшим шляхом реалізації реставрації є перехід до спектральних перетворень, так, щоб радикально скоротити кількість операцій при оберненні матриць [2—9]. Серед таких перетворень найбільшого поширення набуло дискретне перетворення Фур'є [2, 3]. При цьому вираз (5) перетворюється до вигляду

$$\hat{f}_\omega = \left[\bar{G}_{2\omega} + \frac{1}{\lambda} \cdot \bar{c}_{2\omega} \right]^{-1} \cdot \bar{G}_\omega^* \cdot \bar{L}_\omega, \quad (6)$$

де $\overline{\overline{G}}_{2\omega}$ та $\overline{\overline{c}}_{2\omega}$ — діагональні матриці спектрів потужності матриці деградації образу та умови «гладкості» відповідно порядку N^2 , в діагоналі яких розташовані послідовно квадрати модулів спектрів рядків двовимірного перетворення Фур'є імпульсної характеристики деградації та «гладкості»; $\overline{\overline{G}}_{\omega}^*$ — діагональна матриця спряженого двовимірного перетворення Фур'є імпульсної характеристики деградації порядку N^2 ; * — знак комплексного спряження. Матриця $\left[\overline{\overline{G}}_{2\omega} + \frac{1}{\lambda} \cdot \overline{\overline{c}}_{2\omega} \right]$ є діагональною. Тому її обернення не становить складності, і вираз (6) для кожної окремої частоти перетворюється до вигляду

$$F(m,n) = \frac{1}{\overline{\overline{G}}_{\omega}(m,n)} \cdot \frac{|\overline{\overline{G}}_{2\omega}(m,n)|^2}{(|\overline{\overline{G}}_{2\omega}(m,n)|^2 + \frac{1}{\lambda} \cdot |\overline{\overline{c}}_{2\omega}(m,n)|^2)} \cdot \overline{\overline{L}}_{\omega}(m,n). \quad (7)$$

де m, n — номери частот двовимірного перетворення Фур'є.

Таким чином, для реалізації методу умовної деконволюції необхідно обчислити енергію шуму в деградованому образі $L(m,n)$ (вважаючи шум ергодичним) та використати умову «гладкості», фільтруючи образ в процесі реставрації фільтром з імпульсною характеристикою (4), спектр якої $c(m,n)$.

Реставрація в базисі перетворення RTF

Фільтрацію спотвореного сигналу (7) за допомогою фільтра

$$K_r(m,n) = \frac{1}{\overline{\overline{G}}_{\omega}(m,n)} \cdot \frac{|\overline{\overline{G}}_{2\omega}(m,n)|^2}{(|\overline{\overline{G}}_{2\omega}(m,n)|^2 + \frac{1}{\lambda} \cdot |\overline{\overline{c}}_{2\omega}(m,n)|^2)} \quad (7a)$$

можна представити у матричному (для простоти у одновимірному випадку) у вигляді

$$\overline{\overline{f}}_{\omega} = \overline{\overline{K}}_{\omega} \cdot \overline{\overline{F}}_N \cdot \overline{\overline{s}}_x$$

або для оригіналу оцінки реставрованого образу

$$\overline{\overline{f}}_x = \overline{\overline{F}}_N^* \cdot \overline{\overline{K}}_{\omega} \cdot \overline{\overline{F}}_N \cdot \overline{\overline{s}}_x, \quad (8)$$

де $\overline{\overline{K}}_{\omega}$ — діагональна матриця коефіцієнтів передач фільтра (на різних частотах) порядку N ; $\overline{\overline{F}}_N$, $\overline{\overline{F}}_N^*$ — нормовані (діленням на \sqrt{N}) матричні дискретні оператори прямого та зворотного перетворень Фур'є; $\overline{\overline{f}}_x$, $\overline{\overline{s}}_x$ — відповідно вектори-стовпці реставрованого та деградованого сигналів розміру $N \times 1$. Як відомо, частоти для дискретного перетворення Фур'є це числа, що утворюють дискретний ряд з кроком $2\pi / N$. В роботах [10,11] по-

казано, що при переході від різницевих рівнянь до рівнянь в частотній області такий перехід до перетворення RTF. При цьому вираз (8) перетворюється до вигляду

$$\bar{f}_x = \bar{F}_N^* \cdot \bar{K}_\beta \cdot \bar{F}_N \cdot \bar{s}_x, \quad (9)$$

де \bar{K}_β — діагональна матриця коефіцієнтів передачі фільтра, в якій на відміну від \bar{K}_ω замість частот $\omega_k = 2\pi \cdot k / N$ аргументами є власні частоти β_k . Ці власні частоти надаються наступним чином.

Перші два власних значення дорівнюють 0; 2 відповідно ($\beta_0 = 0$; $\beta_1 = 2$). Далі $\beta_3 = j$; $\beta_4 = -j$.

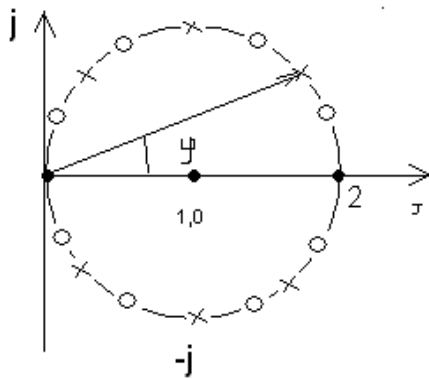


Рис. 1 Комплексна площина на одиничному крузі

Усі наступні власні значення (як і чотири вище згаданих) розташовані на комплексній площині на одиничному крузі (рис 1) з центром в точці (1,0). Так, наступні чотири власні значення знаходять діленням чотирьох дуг круга на рівні півдуги (зірочки на рис 1). Для блоку восьмого порядку вісім дуг ділять на рівні частини (кружечки на рис 1) і т.д. [11].

Для впорядкування отриманих власних значень їх нумерацію слід проводити, починаючи від точки (0,0) за ходом годинникової стрілки. При форматі N перетворення RTF кількість власних значень, отриманих за указаним на рис.1 правилом, становить N . Причому при подальшому русі за годинниковою стрілкою (після повного оберту) номер $k + n \times N = k$, де k, n — цілі числа; $k < N$.

Значення k -го відліку (k -го власного значення) на комплексній площині можна обчислити за формулою

$$\beta_k = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N}k\right) e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N}k\right)} = 2j \cos\left(\frac{\pi}{N}k\right) e^{-j\frac{\pi}{N}k} \quad (10a)$$

або для неперервного аргументу λ

$$\beta = 2 \cos \varphi e^{j\varphi}, \quad (10б)$$

причому $\varphi \in \left[\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$.

Якщо нумерацію власних значень β вести проти часової стрілки, починаючи з точки (2,0) на рис. 1, то формула (10a) матиме вигляд

$$\tilde{\beta} = 1 + e^{j\omega_k} \quad (10в)$$

з еквідистантним кроком $\omega_k = \frac{2\pi}{N}k$; $k = 0, 1, \dots, N-1$.

Перехід від спектрів перетворення Фур'є до спектрів перетворення RTF Більш детально описано в [12—14].

Таким чином, для організації реставрації в базисі перетворення RTF достатньо знайти відповідні спектри RTF для $K_r(m,n)$ в (7a) і за виразом (7) (використовуючи для спотвореного образу спектр Фур'є $L(m,n)$, обчислити за (9) оригінал одного з наближень (при даному коефіцієнті варіації λ) та обчислити по отриманому образу енергію шуму.

Результати обчислень

Алгоритм реставрації в базисі перетворення RTF апробовано на прикладах реставрації різних геометричних образів, обраних виходячи з міркувань простоти візуальної перевірки результатів.

Так, для образу рис.2а проводилась його деградація за допомогою згортки з неточною імпульсною характеристикою (рис. 2б та рис. 2г). На рис. 2в, рис. 2д та рис. 2е показані результати реставрації.

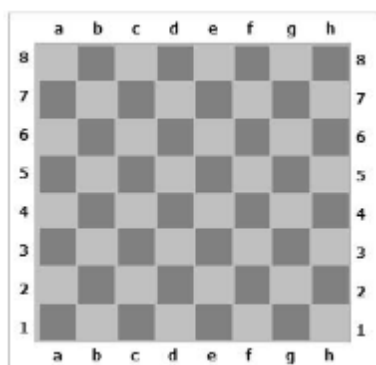


Рис.2а Тестовий образ

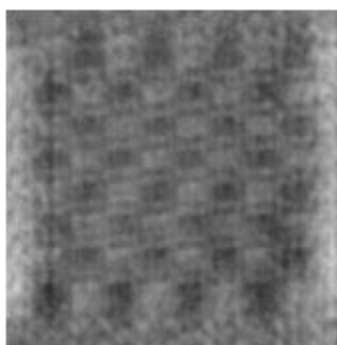


Рис. 2б Образ спотворений неточною імпульсною характеристикою та адитивним шумом $\sigma = 1$

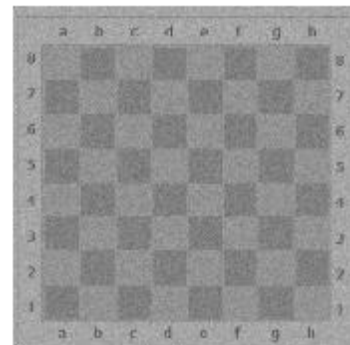


Рис. 2в Реставрований образ

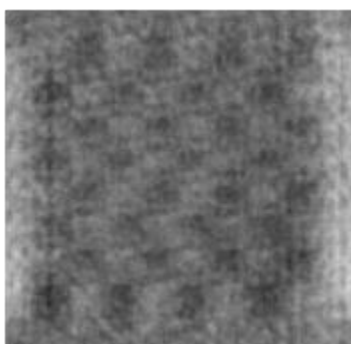


Рис. 2г Образ спотворений неточною імпульсною характеристикою та адитивним шумом $\sigma = 0,9$

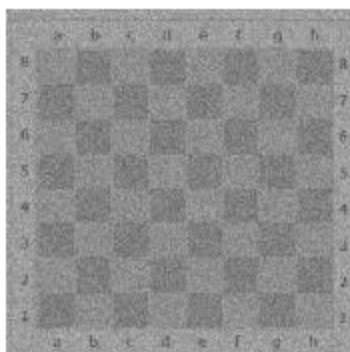


Рис. 2д Реставрований образ при $\sigma = 0,9$

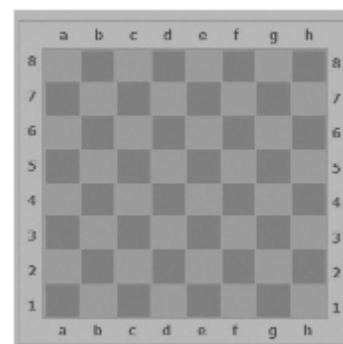


Рис. 2е Реставрований образ при $\sigma = 0,9$

Аналогічно, на рис. 3 наведемо еталон (рис. 3а), один зі спотворених образів (рис. 3б) та результати реставрації з наведеними для кожного тако-

го результату діючими значеннями шуму в спотвореному образі (рис. 3в – 3г).

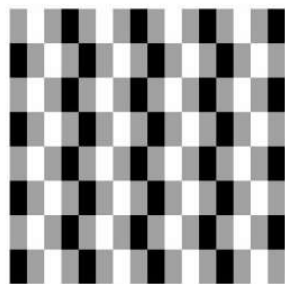


Рис.3а Тестовий образ

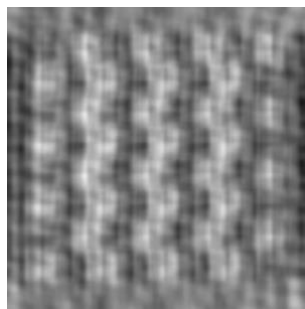


Рис. 3б Образ спотворений неточною імпульсною характеристикою та адитивним шумом $\sigma = 0,04$

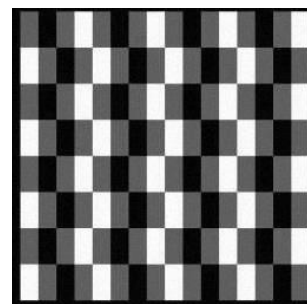


Рис. 3в Реставрований образ при $\sigma = 0,04$

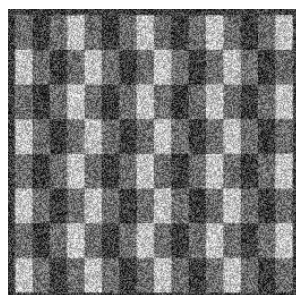


Рис. 3г Реставрований образ при $\sigma = 0,9$

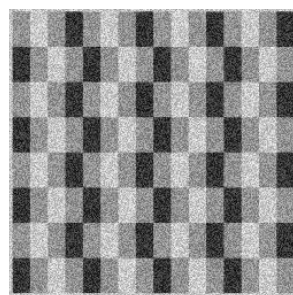


Рис. 3д Реставрований образ при $\sigma = 0,5$

Висновки

Реставрація в базисі перетворення RTF з використанням методу умовної деконволюції дає задовільні результати, що ілюструють наведені приклади.

Певна зміна динамічного діапазону реставрованих образів може бути скомпенсована при подальшій обробці зміною шкали рівнів сірого.

Отримані позитивні результати свідчать про перспективність методу, що є підставою для подальшого його дослідження.

Перелік посилань

1. Jan Jiří Číslicova filtrace, analýza a restaurace signů / Jan Jiří. — VUT v BRNĚ. — 1997.— 438 p.
2. Рибін О. І. Реставрація образів методом умовної деконволюції в області просторових частот / О. І. Рибін, В. Ю. Корольов // Вісник Технічного університету Поділля. — 2000. — №1. — С. 145—147.
3. Рыбин А. И. Реставрация образов в частотной области методом взвешенной фильтрации / А. И. Рыбин, В. Ю. Королев // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2001. — Т. 44, № 4. — С. 51—56.

4. Рибін О. І. Аналіз лінійних систем в області трансформант перетворення Уолша-Адамара / О. І. Рибін, А. П. Ткачук // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2006. — № 33. — С. 14—23.
5. Рыбин А. И. Анализ линейных цепей в базисе преобразований Уолша / А.И. Рыбин // Известия вузов. Радиоэлектроника — 2004. — Т. 47, №5. — С. 36—41.
6. Рибін О. І. Реставрація образів за методом умовної деконволюції в області трансформант перетворення Адамара / О. І. Рибін, Н. О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2011. — № 46. — С. 51—58.
7. Рибін О. І. Алгоритм побудови матриці деградації образу з використанням дискретного перетворення Адамара / О. І. Рибін, Н. О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2012. — № 49. — С. 18—32.
8. Рибін О. І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова матриці деградації образу. / О. І. Рибін, Н. О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2011. — № 47. — С. 30—41.
9. Рибін О. І. Умовна деконволюція в області трансформант Фур'є. Побудова оберненої матриці деградації образу / О. І. Рибін, Н. О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2012. — № 50. — С. 21—29.
10. Рибін О. І. Аналіз лінійних систем в області трансформант кратного перетворення EIWAL / О. І. Рибін, А. П. Ткачук // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2006. — № 33. — С. 31—38.
11. Рибін О. І. Аналіз лінійних систем з використанням кратних перетворень / О. І. Рибін, Ю. Х. Ніжебецька, І. О. Рибіна // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2010. — № 40. — С. 5—11.
12. Рибін О. І. Зв'язок між перетвореннями RTF та Фур'є / О. І. Рибін, Н. О. Іванюк // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2012. — № 48. — С. 23—37.
13. Іванюк Н. О. Зв'язок між РТФ та Фур'є перетвореннями / Н. О. Іванюк, О. І. Рибін // Радіотехнічні поля, сигнали, апарати та системи : міжн. конф., 22—29 лютого 2012 р. : тези доп. — м. Київ, НТУУ «КПІ» — 2012. — С. 25—26. — Режим доступу: <http://conf.rtf.kpi.ua/ua/2012/2012sec1/42-ivaniuk-rybin>
14. Наталенко С. С. Умовна деконволюція образу в області просторових власних частот / С. С. Наталенко, О. І. Рибін // [Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка. Радіоапаратобудування](#). — 2009. — № 39. — С. 8—12.

References

1. Jan Jiří (1997) Číslicova filtrace, analýza a restaurace signálů. VUT v BRNĚ, 438 p.
2. Rybin O.I. and Korolev V.Yu. (2000) Restavratsiia obraziv za metodom umovnoi dekonvoliutsii v oblasti prostorovykh chastot. *Visnik Tekhnichnogo universytetu Podillia*. No 1, pp. 145–147.
3. Rybin A.I. and Korolev V.Yu. (2001) Restavratsiia obrazov v chastotnoi oblasti metodom vzveshenoj filtratsii Uolsha [Analysis of linear circuits in the basis of Walsh transformation]. *Radioelectronics and Communications Systems*. Vol. 44, No 4. pp. 51-56.
4. Rybin, A. I., Tkachyk, A. P. (2006) The analysis of linear systems in basis of Walsh-Hadamard transformation. [Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatobuduv.](#) no. 33, pp. 14-23. (in Ukrainian)
5. Rybin A.I. (2004) Analiz lineinykh tsepei v bazise preobrazovania Uolsha [Analysis of linear circuits in the basis of Walsh transformation]. *Radioelectronics and Communications Systems*. Vol. 47, No 5, pp. 36-41.

6. Rybin, A. I., Ivanyuk, N. A. (2011) Images restoration by the conditional deconvolution method in basis of Hadamard transformation. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 46, pp. 51-58. (in Ukrainian)
7. Rybin, A. I., Ivanyuk, N. A. (2012) Image degradation matrix formation algorithm with usage of Adamar discrete transformation. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 49, pp. 18-32. (in Ukrainian)
8. Rybin, A. I., Ivanyuk, N. A. (2011) Fourier transformant area deconvolution condition. Construction of the image degradation matrix. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 47, pp. 30-41. (in Ukrainian)
9. Rybin, A. I., Ivanyuk, N. A. (2012) Conventional deconvolution in the Fourier transforms. The image degradation inverse matrix construction. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 50, pp. 21-29. (in Ukrainian)
10. Rybin, A. I., Tkachyk, A. P. (2006) The analysis of linear systems in basis of EIWAL transformation. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 33, pp. 31-38. (in Ukrainian)
11. Rybin, A. I., Nizhebetska, Y. Kh., Rybina, I. O. (2010) Analysis of the linear systems with the use of multiple transform. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 40, pp. 5-11. (in Ukrainian)
12. Rybin, A. I., Ivanyuk, N. A. (2012) The relationship between RTF and Fourier transform. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 48, pp. 23-37. (in Ukrainian)
13. Ivaniuk N.O. and Rybin A.I. (2012) Zviazok mizh peretvorenniamy RTF ta Furie [Relationship between RTF and the Fourier transformation]. *Radioengineering fields, signals, devices and systems* : Int. Sci. and Tech. Conf. pp. 25–26. Available at: <http://conf.rtf.kpi.ua/ua/2012/2012sec1/42-ivaniuk-rybin>
14. Natalenko, S. S., Rybin, A. I. (2009) Conditional deconvolution of image in the domain of spatial own frequencies. *Visn. NTUU KPI, Ser. Radiotekh. radioaparatoobuduv.* no. 39, pp. 8-12. (in Ukrainian)

Шебеста В., Іванюк Н. О., Солохненко К. С., Рыбін О. І. Реставрація зображень методом умовної деконволюції в базисі перетворення RTF. Розглянуто метод умовної деконволюції реставрації образів, для реалізації якого потрібно по спотвореному образу обчислити енергію шуму та на базі апріорної інформації про джерела спотворення (деградації) оцінити характер та параметри спотворюючої імпульсної характеристики системи відображення. В роботі запропоновано використовувати для реставрації базис перетворення RTF, який відрізняється від перетворення Фур'є і є «калькою» різницевих методів. Приведено приклади реставрації еталонних образів з різним рівнем адитивного шуму та різними імпульсними характеристиками деградації (при цьому імпульсні характеристики не підбиралися «всліпу», а вважалися відомими).

Ключові слова: реставрація образу, умовна деконволюція, перетворення RTF.

Шебеста В., Іванюк Н. О., Солохненко К. С., Рыбин А. И. Реставрация изображений методом условной деконволюции в базисе преобразования RTF. Рассмотрен метод условной деконволюции реставрации образов, для реализации которого необходимо по искаженному образу вычислить энергию шума и на базе априорной информации про источники искажений (деградации) оценить характер и параметры искажающей импульсной характеристики системы отображения. В работе предложено использовать для реставрации базис преобразования RTF, отличный от преобразования Фурье и являющийся «калькой» разностных методов. Приведены примеры реставрации эталонных образов с разным уровнем шума и разными характеристиками дегра-

дации (при этом импульсные характеристики не подбирались «вслепую», а считались известными).

Ключевые слова: реставрация образа, условная деконволюция, преобразование RTF.

Shebesta V., Ivaniuk N., Solohnenko K., Rybin A. Image restoration by conventional deconvolution method in basis of RTF transformation.

Introduction. Conventional deconvolution method for image restoration is considered. It is need to calculate the noise energy on the base of priori information on the sources of distortion (degradation), to estimate the character and parameters of the distorting impulse response of reflection system.

The problem statement. It should be moved from natural coordinates to the discrete orthogonal transformation region using this method to avoid overly cumbersome calculations. The RTF transformation method for restoration is proposed in this paper. It differs from the Fourier transform and it is the "tracing" of difference methods.

Conclusions. Examples of reference images restoration with different levels of additive noise and different degradation impulse responses (caused not point character of the reflection system impulse response) are shown. Impulse responses are not selected "blindly" and assumed to be known.

Keywords: image restoration, conventional deconvolution, RTF transformation.