УДК. 621. 396

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ СЛІПОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СИСТЕМ ТА СИГНАЛІВ

Опольська Г.Є., викладач
Хмельницький політехнічний коледж, м. Хмельницький, Україна

Вступ

На практиці часто зустрічаються ситуації, коли об'єкт дослідження принципово недоступний для спостереження. Для виявлення закономірностей та формування математичних моделей природних явищ та об'єктів необхідно провести ряд експериментів різного типу. Прикладами служать задачі, пов'язані з обробкою сигналів в системах цифрового зв'язку, радіолокації, радіонавігації, радіоастрономії, з проведенням біомедичних комп'ютерних досліджень, сейсмологічними спостереженнями тощо. Вони трактуються як зворотні задачі вимірювальної техніки, важливою особливістю яких є отримання вихідної інформації у наближеному вигляді, що зумовлює ряд особливостей з точки зору їх математичної розв'язку. В загальній постановці даний клас задач характеризується нелінійністю, некоректністю та неєдиністю розв'язку, що вимагає надлишковості експериментальної інформації [1, 2, 3, 4].

Протягом останніх років отримав розвиток окремий клас зворотних задач, які характеризуються тим чи іншим ступенем невизначеності параметрів вхідного сигналу, та отримали назву "сліпої ідентифікації". Сліпа обробка сигналів є відносно новою технологією цифрової обробки сигналів. В загальному вигляді задача сліпої обробки формулюється наступним чином: цифрова обробка невідомих сигналів, що пройшли лінійний канал з невідомими характеристиками на фоні адитивних шумів. Формальний розв'язок завдання сліпої ідентифікації лінійної системи допускає оцінку невідомої імпульсної характеристики або передатної функції лінійної системи тільки за спостережуваним (вихідним) сигналом, на відміну від завдання класичної ідентифікації систем, де вхідний сигнал також вважається відомим [2, 5].

Постановка задачі

Розрізняють два основних типи задач сліпої обробки сигналів: сліпа ідентифікація каналу (оцінка невідомої імпульсної характеристики), сліпе вирівнювання (корекція) каналу (безпосередня оцінка інформаційного сигналу) [5, 6]. Для розв'язку поставлених задач неперервна модель досліджуваної стаціонарної системи з декількома входами та виходами (MIMO) описується виразом:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{H}(t,\tau)\mathbf{x}(\tau)d\tau + \mathbf{v}(t)\,, \tag{1}$$

де $y(t)$ - векторний сигнал, який спостерігається; $\mathbf{H}(t,\tau)$ - $m \times n$ невідома матриця імпульсних характеристик з елементами $\left\{h_{i,j}(\tau)\right\}$; $\mathbf{v}(t)$ - адитивна завада; $\mathbf{x}(\tau)$ — інформаційний сигнал.

Зокрема, якщо сигнали джерел є реалізаціями стаціонарних, статистично незалежних один від одного випадкових процесів, маємо задачу, яку формулюють як аналіз незалежних компонент [5, 7].

За умови $\mathbf{H}(t,\tau) = \mathbf{H}(t-\tau)$ має місце стаціонарна система. Якщо в (1) $n = 1, m > 1$, то модель системи може бути описана більш простим виразом:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}(t-\tau)x(\tau)d\tau + \mathbf{v}(t)\,, \tag{2}$$

де $\mathbf{h}(\tau)$ - невідома імпульсна характеристика m-мірного каналу; $x(\tau)$ - невідомий комплексний інформаційний сигнал.

Системи, що описуються моделями виду (2), називаються системами з одним входом та декількома виходами (Single-Input Multiple-Output), що є частковим випадком системи з множинним входом і множинним виходом.

Варто зауважити, що методи сліпої ідентифікації є "сліпими" в тому розумінні, що вхід системи не використовується для ідентифікації, але необхідними є деякі припущення щодо статистичних характеристик входу [5, 8, 9, 10]. До таких припущень відносяться:

1) Кількість датчиків повинна бути не меншою кількості джерел сигналів;

2) Джерела сигналів мають бути центрованими і не більше, ніж одне джерело характеризується нормальним розподілом;

3) Інформаційна послідовність має використовувати скінчену множину символів (тобто сигнали джерел обираються зі скінченої множини символів, такої як множина фазових зсувів для квадратурної фазової модуляції).

Сформулюємо умову ідентифікуємості каналу – обмеження, яким повинні задовольняти інформаційна послідовність та відліки векторного каналу. Нехай ідентифікуємий канал описується виразом:

$$\mathbf{y}^{(k)} = \mathbf{X}_H(L)\mathbf{h}^{(k)}, \tag{3}$$

де $\mathbf{h}^{(k)} = (h_0^{(k)},...,h_{L-1}^{(k)})$; $\mathbf{X}_H(L)$ — матриця Ганкеля, утворена відліками інформаційної послідовності.

Необхідною та достатньою умовою ідентифікації скалярного каналу по відомій інформаційній послідовності для будь-яких значень $\mathbf{h} = (h_0,...,h_{L-1})$ є:

$$rank(\mathbf{X}_H(L)) \ge L\,, \tag{4}$$

де $L = \max\{L_1,...,L_M\}$ — максимальна довжина векторного каналу.

Для ідентифікуємості детермінованого векторного каналу необхідно і достатньо виконання наступних умов [5, 8, 9, 10]:

1) Поліноми $h_1(z),...,h_M(z)$ не повинні мати спільних коренів;

2) Лінійна складність інформаційної послідовності повинна бути більше $(2L-2)$;

3) Довжина інформаційної послідовності повинна бути більше $(4L-3)$ або довжина вектора даних повинна бути більше $(3L-2)$.

Перша умова визначає достатню умову для сліпої ідентифікації векторного каналу. Наприклад, в цифровому зв'язку достатня умова може бути досягнута шляхом збільшення довжини інформаційної послідовності, оскільки при коротких послідовностях часто виникає виродження [11]. Можна виділити залежність між максимальною довжиною інформаційної послідовності та кількістю каналів: при зростанні кількості каналів кількість вихідних відліків, необхідних для ідентифікації зменшується. При достатньо великій кількості каналів кількість відліків на вході наближується до $L+1$, що є мінімальною величиною відліків необхідною для стандартної процедури сліпої ідентифікації [9, 10, 12].

Лінійна складність детермінованої послідовності — це найменше значення D таке, що $\mathbf{X}_H(D)$ має повний ранг за стовпцями або існують такі не рівні нулю одночасно $\{\lambda_j\}$, для яких

$$x_i = -\sum_{j=1}^{D} \lambda_j x_{i-j} \qquad i = D,...,t+2L-2 \tag{5}$$

Цей показник характеризує степінь передбачуваності детермінованої послідовності обмеженої довжини. Щоб матриця $\mathbf{X}_H(2L-1)$ мала повний ранг за стовпцями, лінійна складність інформаційної послідовності повинна бути більше $(2L-2)$ [13].

Наведені вище вимоги по суті повинні бути гарантовані наступними інтуїтивними вимогами:

1) Всі канали в системі не повинні бути ідентичними;

2) Вхідна послідовність повинна бути достатньо складною (вона не може бути нульовою, константою або поодинокою синусоїдою);

3) В наявності має бути достатньо відліків вихідного сигналу.

На практиці важливим є також виявлення умов "неідентифікуємості каналу". Можливо виділити декілька класів каналів, передаточні характеристики яких матимуть спільні корені:

1) Канали з затримкою кратною періоду;

2) Канали з затримкою кратною половині періоду (для парної кількості

каналів).

При виникненні наведених вище ситуацій, канали не піддаються ідентифікації, незважаючи на довжину інформаційної послідовності.

Наведемо декілька методів сліпої ідентифікації векторного каналу.

Метод максимальної правдоподібності

Нехай є по N вихідних відліків на виході кожного з M каналів, тоді

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_s \mathbf{x} + \mathbf{v}, \tag{6}$$

де $\mathbf{H}_s$ — узагальнена матриця Сильвестра, яка складається з векторів сигналів каналів [13]; $\mathbf{y} = (y_0^{(1)},..., y_{N-1}^{(1)},..., y_0^{(M)},..., y_{N-1}^{(M)})^T$; $\mathbf{x} = (x_0,..., \mathbf{x}_{N+L-2})^T$.

Якщо шум має гаусів розподіл, то функціонал правдоподібності можна представити в вигляді:

$$p(\mathbf{y} \mid \mathbf{H}_s, \mathbf{x}) = (2\pi\sigma^2)^{-MN} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_s \mathbf{x}\|_2^2 \right) \tag{7}$$

Як відомо, сумісна оцінка максимальної правдоподібності $\mathbf{H}_s$ і $\mathbf{x}$:

$$\left(\hat{\mathbf{H}}_s, \hat{\mathbf{x}}\right) = \arg\min_{\mathbf{H}_s, \mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_s \mathbf{x}\|_2^2 \tag{8}$$

Тоді для будь-якої фіксованої матриці $\mathbf{H}_s$ мінімум за вектором $\mathbf{x}$ досягається, якщо:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}_s^* \mathbf{H}_s)^{-1} \mathbf{H}_s^* \mathbf{y} = \mathbf{P}_H \mathbf{y}, \tag{9}$$

де $\mathbf{P}_H$ — оператор ортогонального проектування на простір матриці $\mathbf{H}_s$, $\mathbf{H}_s^*$ — матриця спряжена до $\mathbf{H}_s$:

$$\hat{\mathbf{H}}_s = \arg\min_{\mathbf{H}_s} \|(\mathbf{I} - \mathbf{P}_H)\mathbf{y}\|_2^2 \tag{10}$$

Мінімізація (10) — складна в обчислювальному плані задача, але існує велика кількість ітеративних підходів до оптимізації даного типу [4, 14].

Метод взаємних співвідношень.

Даний тип алгоритмів заснований на властивості взаємної симетрії вхідних сигналів каналів, на вході яких присутня одна й та сама інформаційна послідовність. [4, 10, 14].

В відповідності до цієї властивості можна записати рівняння для будь-якої пари утвореної i-им та j-им каналами:

$$\sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(i)}(z) h_l^{(j)} - \sum_{l=0}^{L-1} y_l^{(i)}(z) h_l^{(j)} = 0, \quad i, j = 1,..., M \tag{11}$$

Серед цих рівнянь нетривіальних і не співпадаючих $K = M(M-1)/2$ для $L \cdot M$ невідомих. З них можна сформувати додаткові таким чином, щоб $s \cdot K \geq L \cdot M$. Якщо записати (11) в матричній формі, матимемо:

$$\mathbf{Y}^{(i)}(z_1,...,z_s)=\begin{pmatrix} y_0^{(i)}(z_1) & \dots & y_{L-1}^{(i)}(z_1) \\ \vdots & & \vdots \\ y_0^{(i)}(z_s) & \dots & y_{L-1}^{(i)}(z_s) \end{pmatrix}, i=1,...,M\ ; \tag{12}$$

$$\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)=\begin{pmatrix} \mathbf{Y}_1(z_1,...,z_s) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{M-1}(z_1,...,z_s) \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Якщо вектор $\mathbf{h}$ визначити наступним чином: $\mathbf{h}^T=(h_0^{(1)},...,h_{L-1}^{(1)},...,h_0^{(M)},...,h_{L-1}^{(M)})$, то (12) можна записати наступним чином:

$$\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)\mathbf{h}=0 \tag{14}$$

Для однозначної ідентифікації необхідно і достатньо, щоб для будь-яких різних чисел $z_1,...,z_s$ ранг матриці $\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$ був рівний $(ML-1)$. Наявність шуму примушує шукати наближений розв'язок, яке буде найкращим з точки зору деякого критерію якості. Для невеликих значень рівня шуму ефективним може бути метод найменших квадратів, в відповідності до якого [4, 6, 14]:

$$\hat{\mathbf{h}}=\arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1}\left\|\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)\mathbf{h}\right\|_2^2 \tag{15}$$

де $\|\bullet\|_2^2$ — евклідова векторна норма.

Отже, оцінка каналу $\mathbf{h}$ може бути отримана з власного вектора, пов'язаного з найменшим з сингулярних чисел матриці $\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_s)\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)$:

$$\hat{\mathbf{h}}=\arg\min_{\|\mathbf{h}\|=1}(\mathbf{Y}^*(z_1,...,z_s)\mathbf{Y}(z_1,...,z_s)\mathbf{h} \tag{16}$$

На відміну від багатьох відомих статистичних методів сліпої ідентифікації, метод взаємних співвідношень достатньо ефективний для невеликих вибірок при великому співвідношенні сигнал/шум. Головні недоліки методу: необхідність точної інформації про довжину каналу L, необхідність роботи з розрідженими матрицями великого розміру.

Метод канального підпростору

Метод канального підпростору заснований на властивостях матриці $\mathbf{H}_M$ [4, 6, 9, 10]. Представимо цей метод в поліноміальній інтерпретації. Запишемо модель ідентифікуємої системи в вигляді:

$$\mathbf{Y}_L(z)=\mathbf{H}_s\cdot\mathbf{X}_{2L-1}(z)+\mathbf{V}_L(z) \tag{17}$$

де $\mathbf{Y}_L(z)=\left(y_0^{(1)}(z),...,y_{L-1}^{(1)}(z),...,y_0^{(M)}(z),...,y_{L-1}^{(M)}(z)\right)^T$; $\mathbf{X}_{2L-1}(z)=\left(x_0(z),...,x_{2L-2}(z)\right)^T$;

$$\mathbf{V}_L(z)=\left(v_0^{(1)}(z),...,v_{L-1}^{(1)}(z),...,v_0^{(M)}(z),...,v_{L-1}^{(M)}(z)\right)^T.$$

Формуємо коваріаційну матрицю $\mathbf{R}_y(z)$ в вигляді:

$$\mathbf{R}_y(z)=\mathbf{M}\left\{\mathbf{Y}_L(z)\mathbf{Y}_L^*(z)\right\}=\mathbf{H}_s\mathbf{R}_x(z)\mathbf{H}_s^*+\mathbf{R}_v(z), \qquad (18)$$

де $\mathbf{R}_y(z)=\mathbf{M}\left\{\mathbf{X}_{2L-1}(z)\mathbf{X}_{2L-1}^*(z)\right\}$; $\mathbf{R}_v(z)=\mathbf{M}\left\{V_L(z)\mathbf{V}_L^*(z)\right\}$

Якщо відліки адитивного шуму мають нульове математичне очікування і дисперсію σ^2, що не залежить від номеру каналу, то коваріаційна матриця $\mathbf{R}_v(z)$ має блочно-діагональну структуру вигляду:

$$\mathbf{R}_v(z)=\begin{pmatrix}\mathbf{R}_L(z) & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \mathbf{R}_L(z)\end{pmatrix}, \qquad (19)$$

де елементи $\left\{r_{i,j}(z)\right\}$ матриці $\mathbf{R}_L(z)$ мають вигляд:

$$r_{i,j}(z)=\sigma^2 z^{|i-j|}\sum_{k=0}^{t-1-|i-j|} z^{2k} \qquad (20)$$

Якщо $t\geq 2L-1$ і статистика інформаційної послідовності така, що знайдеться таке $z=z_0$, при якому квадратна матриця $\mathbf{R}_x(z_0)$ має повний ранг, то, нуль-простір оператора $\mathbf{H}_s$ може бути обчислений розкладом за власними векторами матриці $\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$:

$$\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)=\mathbf{E}(z_0)\times diag\left\{\lambda_1^2(z_0),...,\lambda_{2L-1}^2(z_0),0,...,0\right\}\mathbf{E}^*(z_0),$$

де $\mathbf{E}(z_0)$ — матриця власних векторів.

Якщо $\mathbf{U}(z_0)$ — матриця власних векторів оператора $\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$, що відповідає нульовим власним значенням, то система лінійних однорідних рівнянь $\mathbf{U}^*(z_0)\mathbf{x}=0$ для ML невідомих має рівно 2L-1 нетривіальних рішень, які можна записати в вигляді:

$$\mathbf{U}^*(z_0)\mathbf{H}_s=0 \qquad (21)$$

Оскільки матриця $\mathbf{R}_y(z_0)-\mathbf{R}_v(z_0)$ формується як вибіркова коваріація, то для оцінки каналу можна використовувати метод найменших квадратів, тобто:

$$\hat{\mathbf{h}}=\underset{\|\mathbf{h}\|=1}{\operatorname{argmin}}\left\|\hat{\mathbf{U}}^*(z_0)\mathbf{H}_s\right\|_2^2, \qquad (22)$$

де $\hat{\mathbf{U}}^*(z_0)$ — матриця, власних векторів матриці $\hat{\mathbf{R}}_y(z_0)-\hat{\mathbf{R}}_v(z_0)$, що відповідає нульовим власним значенням; $\hat{\mathbf{R}}_v(z_0)$ — вибіркова коваріація.

Висновки

Сліпа ідентифікація MIMO (SIMO) – систем є відносно новою технологією цифрової обробки сигналів, яка використовується в умовах неповної визначеності про параметри об'єкту ідентифікації. Для вирішення даних задач одним із основних є метод максимальної правдоподібності, який отримав найбільше застосування для ідентифікації на фоні адитивного шуму з відомою статистикою. Метод взаємних співвідношень має найбільшу ефективність для невеликих вибірок відліків сигналу за умови великого співвідношення сигнал/шум, а метод канального підпростору, як правило, для малих розмірностей практично співпадає з методом взаємних співвідношень, забезпечуючи при цьому величину похибки співрозмірну з похибкою методу максимальної правдоподібності.

Література

1. Сизиков В. С. Устойчивые методы обработки результатов измерений. / В. С. Сизиков — СПб.: "СпецЛит", 1999;

2. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. / Л. Льюнг М.: Наука, 1991. – 432 с.;

3. Ватульян А. О. Математические модели и обратные задачи. / А. О. Ватульян // Соровский образовательный журнал, 1998, № 11, С. 143 – 148;

4. Пьезорезонансные механотроны в измерениях параметров сердечно-сосудистой системы человека / Ф.Ф. Колпаков,С. К. Пидченко, А.А. Таранчук, А.Е. Опольская // Радіоелектронні та комп'ютерні системи. – Х. : ХАІ, 2009. - № 2 (36). – С. 60-70

5. Cichocki A. Adaptive blind signal and image processing / A. Cichocki, S. Amari - John Wiley & Sons Ltd., – 2002. – 587 с.;

6. Abed-Meriam K. Blind System Identification / K. Abed-Meriam, W. Hua, Y. Qiu. // IEEE Proceeding. – 1997. – vol. – 85, P. 1308-1322;

7. Common P. Independent component analysis: a new concept? / P. Common // Signal Processing. – 1994. - vol. SP 36. - P. 287-314;

8. Горячкин О.В. Слепое восстановление изображений радиолокационных станций с синтезированной апертурой / О.В. Горячкин // Компьютерная оптика. – 2003. - № 25. – С. 168-174;

9. Слепая обработка векторных сигналов в полиномиальной интерпретации / О. В. Горячкин // Управление и моделирование. – 2003. - С. 105-114;

10. Горячкин О.В. Многообразия постоянных парных корреляций и их применения в задаче слепой обработке широкополосных сигналов / О. В. Горячкин // Успехи современной радиоэлектроники. – 2003. - № 10. - С. 72-76;

11. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. / Дж. Прокис [под ред. Д.Д. Кловского]. – М.: Радио и связь, 2000. - 800 с.;

12. Gaubitch N. D. The Complex Multichannel LMS For Adaptive Blind System Identification / N. D. Gaubitch, P.A. Naylor // IWAENC - 2006 – Paris – Septmber 12 - 14.;

13. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. / Ф.Р. Гантмахер - М.: Наука, 1966. – 576 с.;

14. Guanghan Xu,. A Least-Squares Approach to Blind Channel Identification / Xu Guanghan, Hui Liu, Lang Tong, Khailath Thomas // IEEE Transactions Of Signal Processing. - Vol. 43. - P. 2982-2992.

Опольська Г.Є. ***Порівняльний аналіз методів сліпої ідентифікації систем та сигналів***. *В роботі наведений порівняльний аналіз методів сліпої ідентифікації MIMO (SIMO) – систем, яка є новою технологією цифрової обробки сигналів і використовується в умовах неповної визначеності параметрів об'єкту ідентифікації. Основним методом для вирішення даних задач є метод максимальної правдоподібності, метод взаємних співвідношень має найбільшу ефективність для невеликих вибірок відліків сигналу за умови великого співвідношення сигнал/шум, а метод канального підпростору для малих розмірностей вибірки дає результати, які практично співпадають із методом взаємних співвідношень.*

Ключові слова: *MIMO (SIMO) – система; сліпа ідентифікація; метод максимальної правдоподібності; метод взаємних співвідношень; метод канального підпростору*

Опольская А.Е. ***Сравнительный анализ методов слепой идентификации систем и сигналов.*** *В работе представлен сравнительный анализ методов слепой идентификации MIMO (SIMO) – систем, которая является новой технологией цифровой обработки сигналов и используется в условиях неполной определенности параметров объекта идентификации. Основным методом для решения данных задач является метод максимальной правдоподобности, метод взаимных соотношений наиболее эффективен при условии большого соотношения сигнал/шум, а метод канального подпространства для малых размерностей выборки дает результаты, которые практически совпадают с методом взаимных соотношений.*

Ключевые слова: *MIMO (SIMO) – система; слепая идентификация; метод максимальной правдоподобности; метод взаимных соотношений; метод канального подпространства*

Opolska A. ***The comparative analysis of blind identification methods of systems and signals.*** *In work the comparative analysis of blind identification methods of MIMO (SIMO) - systems which is new technology of digital processing of signals is presented. This technology is used in the conditions of incomplete definiteness of parameters of object of identification. The basic method for the decision of the given problems is the method of the maximum likelihood, the method of mutual ratio is most effective under condition of the big ratio a signal/noise, and a method channel subspace for small dimensions of sample yields results which practically coincide with a method of mutual ratio, and a method channel subspace for small dimensions of sample yields results which practically coincide with a method of mutual ratio*

Keywords: *MIMO (SIMO) – system; blind identification; method of the maximum likelihood; method of mutual ratio; method channel subspace*