

**ГЕНЕРАТОРИ ДОПОМІЖНИХ СИГНАЛІВ  
НА БАЗІ ПЕРЕХОДІВ ДЖОЗЕФСОНА**

*Кичак В. М., д.т.н., проф.; Гузь М. Д., студент;*

*Кичак В. В., аспірант; Вергелюк А. В., студент*

*Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, Україна,  
[maxim-guz@mail.ru](mailto:maxim-guz@mail.ru)*

**GENERATORS OF THE AUXILIARY SIGNALS  
BASED ON THE JOSEPHSON JUNCTIONS**

*Kychak V. M., Huz M. D., Kychak V. V., Verheliuk A. V.,  
Vinnitsia National Technical University, Vinnitsia, Ukraine*

**Вступ і постановка задачі**

При розробці цифрових радіотехнічних пристроїв з частотним кодуванням інформації широко використовуються генератори допоміжних сигналів, частота яких може у декілька разів перевищувати частоту інформаційних сигналів [1]. Оскільки перевага таких пристроїв особливо проявляється в діапазоні надвисоких частот (НВЧ), то такі генератори повинні забезпечувати генерацію сигналів у цьому діапазоні. Для їх побудови доцільно використовувати джозефсонівські переходи, які являють собою джерела електромагнітних коливань в діапазоні хвиль від міліметрового до інфрачервоного, і можуть перелаштовуватись по частоті шляхом зміни напруги [2].

Розробці та дослідженню таких генераторів присвячені праці [3, 4, 5], в яких розглядаються багатоелементні джозефсонівські структури, умови взаємної синхронізації джозефсонівських переходів та застосування розподілених тунельних переходів з метою зменшення ширини лінії генерації електромагнітних коливань та підвищення потужності.

Проте, у відомих працях не проведені дослідження залежності амплітуди змінної напруги та періоду джозефсонівських коливань від параметрів еквівалентної схеми резистивнозашунтованого переходу Джозефсона. В зв'язку з цим, метою цієї праці є побудова аналітичної залежності різниці фаз хвильових функцій надпровідників на переході Джозефсона від параметрів еквівалентної схеми резистивнозашунтованого тунельного переходу, яка дає можливість розрахувати залежність періоду і амплітуди електромагнітних коливань та часову залежність НВЧ напруги при вмиканні декількох переходів в електричне коло.

### Розв'язання задачі

Розглянемо одиничний резистивнозашунтований джозефсонівський перехід.

Із фундаментального співвідношення для нестационарного ефекту Джозефсона випливає, що частота, з якою змінюється надструм куперівських пар, визначається за виразом

$$f_0 = \frac{2qU_0}{\hbar}. \quad (1)$$

Частоту  $f_0$  називають джозефсонівською частотою. Слід зазначити, що навіть при дуже малих прикладених до переходу напругах частота досить висока і при  $U_0 = 10$  мкВ вона становить приблизно 4,83 ГГц.

Змінну в часі напругу на такому переході можна записати так [6]

$$U(t) = \frac{\hbar}{2q} \cdot \frac{d\Phi}{dt} = R(I - I_0 \cdot \sin \Phi), \quad (2)$$

де  $\Phi$  — різниця фаз хвильових функцій в надпровідниках,  $\hbar = h/2\pi$  — зведена стала Планка,  $I_0$  — критичний струм,  $R$  — шунтуючий опір.

Після нескладних перетворень отримаємо

$$\int \frac{d\Phi}{I/I_0 - \sin \Phi} = \frac{2qRI_0}{\hbar} (t - t_0).$$

Інтеграл лівої частини цього виразу можна легко розрахувати відомим методом підстановки  $y = \text{tg}(\Phi/2)$ . В результаті інтегрування отримаємо

$$\frac{2}{\sqrt{(I/I_0)^2 - 1}} \cdot \text{arctg} \frac{2\text{tg}(\Phi/2) - 1}{\sqrt{(I/I_0)^2 - 1}} + C = \frac{2qRI_0}{\hbar} (t - t_0).$$

Якщо  $C = 0$ , то

$$\Phi = 2\text{arctg} \left\langle \alpha^{-1} \left\{ \sqrt{\alpha^2 - 1} \cdot \text{tg} \left[ \frac{qRI_0}{\hbar} (t - t_0) \sqrt{\alpha^2 - 1} \right] + 1 \right\} \right\rangle. \quad (3)$$

Цей вираз дає можливість розрахувати залежність фази хвильової функції при проходженні струму через джозефсонівський контакт від величини цього струму та шунтуючого резистора  $R$ .

Аналіз останнього виразу показує, що внутрішній тангенс прямує до нескінченності при умові, що

$$\frac{qRI_0}{\hbar} (t - t_0) \sqrt{\alpha^2 - 1} = n\pi.$$

При цьому, при  $I = I_0$ ,  $\Phi = 2\text{arctg}1$ .

В той же час похідна фази хвильової функції  $d\Phi/dt$  неперервна в часі та є періодичною функцією з періодом [6]

$$T = \frac{\pi\hbar}{qRI_0\sqrt{\alpha^2 - 1}} = \frac{\pi\hbar}{qR\sqrt{I^2 - I_0^2}},$$

який залежить від шунтуючого опору та струму, який протікає через перехід Джозефсона. Залежність періоду коливань від шунтуючого опору наведена на рис. 1.

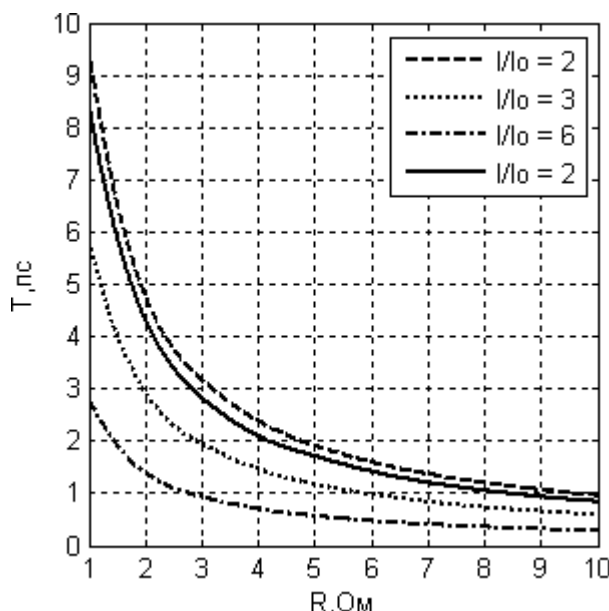


Рис. 1. Залежність періоду НВЧ коливань від шунтуючого опору

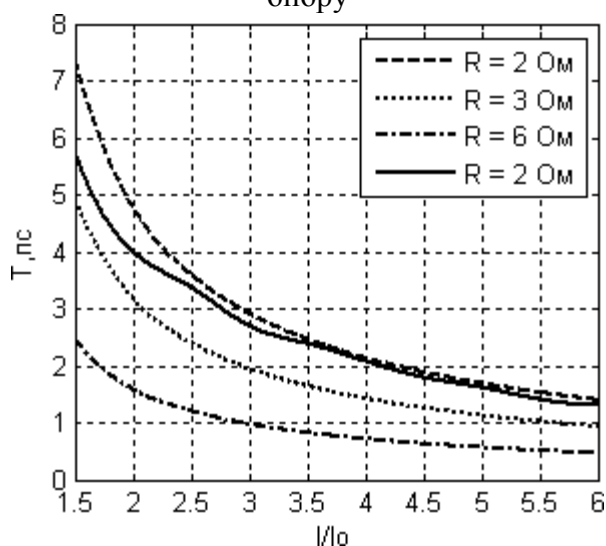


Рис. 2. Залежність періоду НВЧ коливань від відношення  $I/I_0$

Як видно із наведених графіків, період НВЧ коливань з ростом шунтуючого опору зменшується, що очевидно обумовлено тим, що зменшується струм, який протікає через цей опір, а відповідно і збільшується струм, що протікає через нелінійний опір переходу Джозефсона та зростає частота осциляцій. На рис. 2 наведена залежність періоду НВЧ коливань від відношення  $I/I_0$ .

Як видно із графіків, збільшення цього відношення приводить до зменшення періоду, що обумовлено збільшенням напруги на переході Джозефсона.

Для перевірки достовірності отриманої аналітичної залежності різниці фаз хвильових функцій та миттєвої напруги від параметрів еквівалентної схеми резистивно-зашунтованого переходу проведено розрахунок часової залежності періоду коливань від шунтуючого опору  $R$  та відношення  $I/I_0$  для структури із 3-х переходів Джозефсона (рис. 3). Розрахунок виконувався з використанням надпровідникового схематичного редактора і симулятора «WinS», що використовується для розробки і аналізу аналогових і цифрових сигналів надпровідникових електронних схем [7].

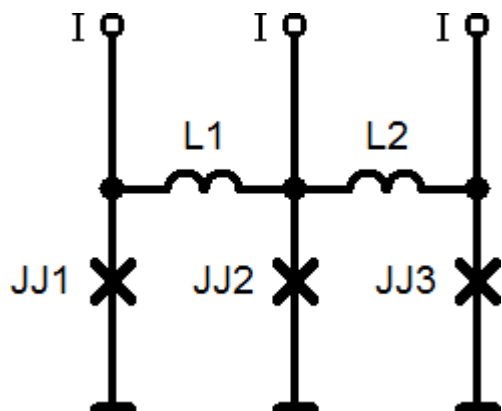


Рис. 3. Схема генератора на 3-х переходах Джозефсона

Результати розрахунків залежності періоду коливань від шунтуючого опору для 3-х переходів Джозефсона та відношення  $I/I_0$  наведені на рис. 1 і рис. 2 суцільними лініями. Порівняння отриманих за двома методами результатів показує, що розходження для випадку залежності  $T = f(I/I_0)$  знаходиться в межах від 3% до 25%, причому при збільшенні відношення  $I/I_0$  відхилення зменшується

(рис. 4, а). У випадку залежності  $T = f(R)$  відхилення знаходяться в межах від 10% до 13% (рис. 4, б). Це говорить про те, що наведені аналітичні вирази можна використовувати для наближених розрахунків.

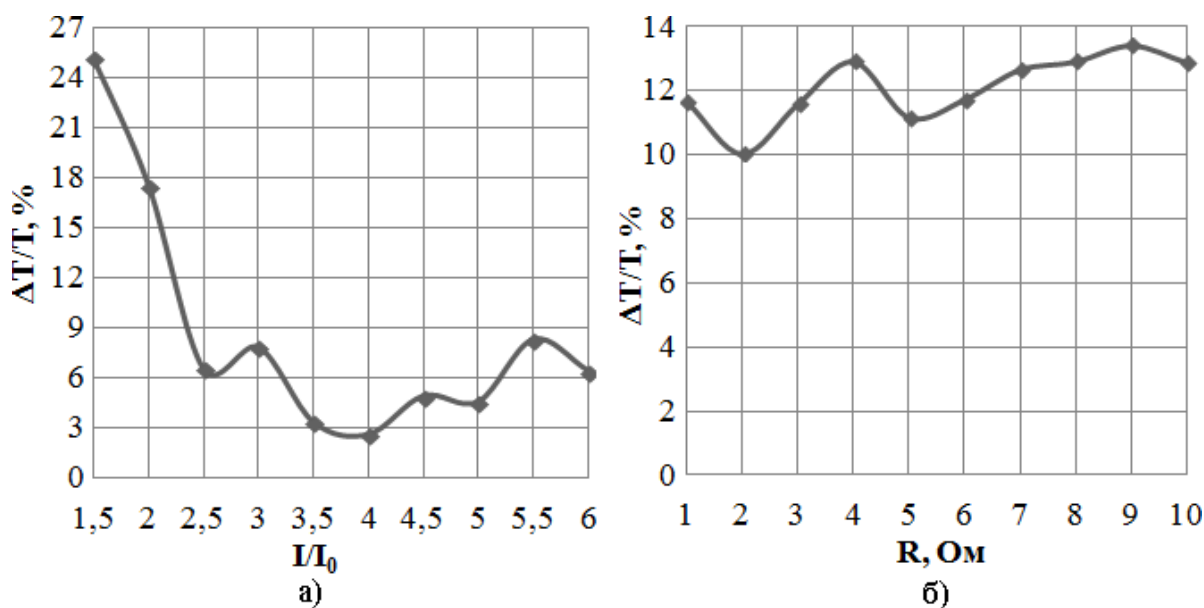


Рис. 4. Залежність відхилень значення періоду електромагнітних коливань від відношення струмів  $I/I_0$  (а) та від шунтуючого опору (б), та у відповідності з програмою аналізу пристроїв на переходах Джозефсона WinS

Для визначення часової залежності напруги надвисокочастотних коливань у відповідності з (2) необхідно розрахувати похідну  $d\Phi/dt$  з урахуванням (3).

Нехай  $\frac{qRI_0}{h} = \eta$ . Враховуючи, що  $\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$ ,

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{2\alpha^{-1}(\alpha^2 - 1)\eta \cos^{-2} \left[ \sqrt{(\alpha^2 - 1)}\eta(t - t_0) \right]}{1 + \left\langle \alpha^{-1} \left\{ \sqrt{(\alpha^2 - 1)} \operatorname{tg} \left[ \sqrt{(\alpha^2 - 1)}\eta(t - t_0) \right] + 1 \right\} \right\rangle^2}.$$

Виконуючи декілька нескладних перетворень, отримаємо вираз для визначення змінної в часі напруги на переході

$$U = \frac{\alpha^{-1}(\alpha^2 - 1)RI_0}{1 + \alpha^{-2} \cos \left[ 2\sqrt{(\alpha^2 - 1)}\eta(t - t_0) \right] + \alpha^{-2} \sqrt{(\alpha^2 - 1)} \sin \left[ 2\sqrt{(\alpha^2 - 1)}\eta(t - t_0) \right]}.$$

Отриманий вираз дає можливість розрахувати миттєве значення напруги, яка генерується на переході Джозефсона, та залежність амплітуди коливань від параметрів еквівалентної схеми переходу Джозефсона. Результати розрахунків наведені на рис. 5.

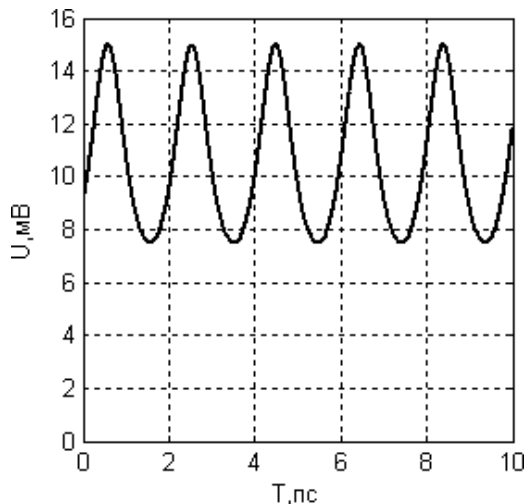


Рис. 5. Миттєве значення напруги, яка генерується на переході Джозефсона

Як видно із графіку, вихідний сигнал має форму, близьку до синусоїдальної і є періодичним. Прості розрахунки та порівняння результатів ((1) і рис. 5) показують, що період коливань є однаковим і дорівнює приблизно 1 пс, що свідчить про наявність синхронізації переходів Джозефсона. Незначні відхилення можуть бути обумовлені тим, що при розрахунку різниці фаз хвильових функцій та миттєвої напруги не враховувалась ємність переходу Джозефсона.

### Висновки

Отримано аналітичну залежність періоду коливань та значень миттєвої напруги на переході Джозефсона від параметрів еквівалентної схеми. Показано, що період зміни напруги для трьох переходів є таким самим як і для одного переходу, а амплітуда сигналу збільшується втричі, що свідчить про наявність синхронізації.

Порівняння результатів, отриманих в ході теоретичних розрахунків на базі еквівалентної схеми переходу та з використанням комп'ютерного моделювання шляхом розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь свідчить, що розходження не перевищують 25% і тому їх можна використовувати для наближених розрахунків.

**Перелік посилань**

1. Кичак В. М. Синтез частотно-імпульсних елементів цифрової техніки: монографія / В. М. Кичак. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 266 с.
2. Торгашин М. Ю. Разработка и исследование джозефсоновских генераторов терагерцового диапазона на основе распределенных туннельных переходов : дис. ... канд. техн. наук: 01.04.03 / М. Ю. Торгашин; ИРЭ РАН им. В. А. Котельникова. – М., 2013. – 140 с.
3. Корнев В. К. Ширина линии синхронной генерации в цепочках и решетках джозефсоновских переходов с конечным радиусом взаимодействия / В. К. Корнев, А. В. Арзуманов // Письма в ЖТФ. – 2000. – Т. 26, Вып. 3. – с. 23-29.
4. Westig M. P. Characterization of Local Oscillator Noise with a 400 – 500 GHz Integrated Balanced SIS Receiver / M. P. Westig, M. Justen, K. Jacobs, P. Pütz, M. Schultz, J. Stutzki, C. E. Honingh // 23rd International Symposium on Space Terahertz Technology ; April 2-4, 2012. – Tokyo, Japan. – P. 11.
5. Kooi J. W. Performance of the Caltech Submillimeter Observatory Dual-Color 180-720 GHz Balanced SIS Receivers / J. W. Kooi, R. A. Chamberlin, R. Monje et al. // IEEE Trans. Terahertz Science and Technology. – 2014. – Vol. 4, No. 2. – P. 149-164.
6. Букингем М. Шумы в электронных приборах и системах / М. Букингем ; пер. с англ. А. Б. Мещерякова, В. П. Митрофанова, Г. А. Сидоровой ; под. ред. В. Н. Губанкова. – М. : Мир, 1986. – 399 с.
7. Superconducting circuit simulator "WinS" [Електронний ресурс] / V. K. Kaplunenko. – Режим доступу: [http://www.kapl.tv/wins\\_text.htm](http://www.kapl.tv/wins_text.htm).

**References**

1. Kychak V. M. (2005) *Synntez chastotno-ymplysnykh elementiv tsyfrovoy tekhniky* [Synthesis of the pulse-frequency elements of digital equipment]. Vinnytsya, UNIVERSUM-Vinnytsya Publ., 266 p.
2. Torgashin M. Yu. (2013) *Razrabotka i issledovanie dzhozefsonovskikh generatorov teragertsovogo diapazona na osnove raspredelennykh tunnel'nykh perekhodov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Development and research of Josephson terahertz generator based on the distributed tunnel junctions. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, 140 p.
3. Kornev V. K., Arzumanov A. V. (2000) *Shirina linii sinkhronnoi generatsii v tsepochkakh i reshetkakh dzhozefsonovskikh perekhodov s konechnym radiusom vzaimodeistviya* [Line synchronous generation width in chains and lattices of the Josephson junctions with a finite radius of interaction]. *Pis'ma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki – Technical Physics Letters*, Vol. 26, No. 3, pp. 23-29.
4. Westig M. P., Justen M., Jacobs K., Pütz P., Schultz M., Stutzki J. and Honingh C. E. (2012) Characterization of Local Oscillator Noise with a 400 – 500 GHz Integrated Balanced SIS Receiver. *23rd International Symposium on Space Terahertz Technology*, p. 11.
5. Kooi J. W., Chamberlin R. A., Monje R., Kov'acs A., Rice F., Yoshida H., Force B., Cooper K., Miller D., Gould M., Lis D., Bumble B., LeDuc R., Stern J. A. and Phillips T. G. (2014) Performance of the Caltech Submillimeter Observatory Dual-Color 180-720 GHz Balanced SIS Receivers. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, Vol. 4, No. 2, pp. 149-164.
6. Buckingham M. J. (1983) *Noise in electronic devices and systems*. New York: Halsted Press, 372 p. (Russ. ed.: Meshcheryakov A. B., Mitrofanov V.P., Sidorova G. A., Gubankov V. N. (1986) *Shumy v elektronnykh priborakh i sistemakh*. Moscow, Mir Publ., 399 p.).
7. Kaplunenko V. K. (2002) Superconducting circuit simulator "WinS". – Available at: [http://www.kapl.tv/wins\\_text.htm](http://www.kapl.tv/wins_text.htm).

*Кичак В. М., Гузь М. Д., Кичак В. В., Вергелюк А. В. Генератори допоміжних сигналів на базі переходів Джозефсона. Отримано аналітичний вираз для розрахунку залежності миттєвих значень напруги від параметрів еквівалентної схеми резистивно-защунтованого переходу Джозефсона. Досліджена залежність періоду коливань від параметрів елементів еквівалентної схеми та здійснено порівняння його значень з періодом вихідної напруги генератора на базі трьох переходів Джозефсона. Їх співвідношення свідчить про наявність синхронізації, яка приводить до зменшення ширини лінії генерації та збільшення вихідної напруги.*

**Ключові слова:** *перехід Джозефсона, надпровідність, критичний струм, фази хвилювальної функції, генератори міліметрового діапазону.*

*Кичак В. М., Гузь М. Д., Кичак В. В., Вергелюк А. В. Генераторы вспомогательных сигналов на базе переходов Джозефсона. Получено аналитическое выражение для расчета зависимости мгновенных значений напряжения от параметров эквивалентной схемы резистивнозащунтированного перехода Джозефсона. Исследована зависимость периода колебаний от параметров элементов эквивалентной схемы и проведено сравнение его значений с периодом выходного напряжения генератора на базе трех переходов Джозефсона. Их соотношение свидетельствует о наличии синхронизации, которая приводит к уменьшению ширины линии генерации и увеличению выходного напряжения.*

**Ключевые слова:** *переход Джозефсона, сверхпроводимость, критический ток, фазы волновой функции, генераторы миллиметрового диапазона.*

*Kychak V. M., Huz M. D., Kychak V. V., Verheliuk A. V. Generators of the auxiliary signals based on the Josephson junctions.*

*Introduction and problem statement. Generators based on the Josephson junctions are advisable to use to ensure the generation of signals in the wavelength range from infrared to millimeter. It is necessary to build a dependence of the phase difference of the wave functions superconductor Josephson junctions from the parameters of the equivalent circuit of the resistive shunted tunnel junction.*

*Solution of the problem. An analytical expression for calculating the dependence of the instantaneous voltage values from the parameters of the equivalent circuit resistive shunted Josephson junction is obtained. The dependence of the oscillation period from the parameters of the equivalent circuit elements is researched and a comparison of its values with the period of the output voltage of the generator based on three Josephson junctions is carried out.*

*Conclusions. It is shown that the synchronization leads to decrement in the line width generation and increment the output voltage. Comparison of theoretical calculations and computer modeling shows that the differences do not exceed 25% and therefore they can be used for approximate calculations.*

**Keywords:** *Josephson junction, superconductivity, critical current, phases of the wave function, millimeter wave generators.*